МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра общей и экспериментальной физики

Выпускная квалификационная работа

Реализация индивидуальной образовательной траектории обучения лиц с особыми образовательными потребностями на примере математики

Работу выполнила:
студентка группы **S**M121
направление подготовки 44.04.01
«Педагогическое образование»
магистерская программа «Физико-математическое образование»
Костина Татьяна Владимировна

____
(подпись)

Допущена к защите в ГАК
Заведующий кафедрой общей и
экспериментальной физики
Козлов Виктор Геннадьевич
____

Руководитель:
доцент кафедры общей
и экспериментальной физики
Полежаев Денис Александрович
____

«01» июня 2017 г

Пермь

2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на положительные социальные изменения, которые происходят сегодня в российском обществе, криминогенная обстановка в стране остается напряженной. Так как одним из приоритетных направлений государственной политики является обеспечение безопасности граждан, защита общественного порядка и безопасности, значительные усилия должны быть направлены на выявление эффективных путей исправления личности в условиях лишения свободы [23].

Особого внимания заслуживает аспект образования осужденных в дискурсе изучения позитивного влияния образования на личность осужденного. Это детерминировано тем, что, несмотря на многообразие мер исправления осужденных, они малоэффективны.

Вместе с тем большинство исследователей акцентируют внимание на образовательных технологиях ресоциализации несовершеннолетних осужденных, игнорируя взрослых заключенных [13].

Федеральным законом «Об образовании» [22] регламентировано получение различных уровней образования осужденными лицами, отбывающих наказание в местах лишения свободы.

Статья 80 п. 9 данного закона гласит, что лицам, осужденным к принудительным работам или к лишению свободы, разрешается получение среднего профессионального и высшего образования в заочной форме обучения в профессиональных образовательных организациях и образовательных организациях высшего образования с учетом требований уголовно-исполнительного законодательства Российской Федерации к отбыванию соответствующего вида наказания.

В статье 112 Уголовно-исполнительного кодекса Российской Федерации [21] прописано, что «в исправительных учреждениях организуется обязательное получение осужденными к лишению свободы, не достигшими возраста 30 лет, общего образования».

В статье 108 того же Уголовно-исполнительного кодекса РФ также говорится, что «в исправительных учреждениях организуются обязательное профессиональное обучение или среднее профессиональное образование по программам подготовки квалифицированных рабочих, служащих осужденных к лишению свободы, не имеющих профессии (специальности), по которой осужденный может работать в исправительном учреждении и после освобождения из него».

Что касается высшего образования, то авторы исследования [14] отмечают, что реализация права на получение данного образования законодательством не регламентируется: его получение теоретически возможно, но при этом затруднено созданием в этих учреждениях специальных условий.

Осужденные к лишению свободы могут обучаться в высших учебных заведениях в порядке исключения и только в том случае, если исправительное учреждение сотрудничает с вузами и имеет соответствующую материальную базу.

Резюмируя сказанное, следует отметить, что развитие методов ресоциализации осужденных посредством образования является актуальной научной темой. В настоящее время влияние образовательного пространства на ресоциализацию совершеннолетних осужденных исследуется в работах отечественных исследователей С. О. Аквазбы, В. Т. Волова, Н. Ю. Воловой, Л. Л. Мехришвили [13].

Основной проблемой организации образовательного процесса в Исправительной колонии является разноуровневость предметных знаний обучающихся, их низкая мотивация и как следствие плохая успеваемость.

В соответствии с данной проблемой была сформулирована тема диссертационного исследования: «Реализация индивидуальной образовательной траектории обучения лиц с особыми образовательными потребностями на примере математики».

Объект исследования: процесс обучения математике в образовательной организации на территории исправительного учреждения.

Предмет исследования: формирование предметных результатов при обучении математике лиц с особыми образовательными потребностями.

Цель исследования: разработка дидактических материалов для организации самостоятельной работы обучающихся на уроках математики.

Гипотеза исследования: использование дидактических материалов способствует повышению уровня предметных результатов по математике.

Проблема и содержание гипотезы исследования позволяют сформулировать его основные задачи:

1) Изучить правовые основы обучения осужденных к лишению свободы и особенности организации школьного обучения в пенитенциарной системе;
2) Рассмотреть и проанализировать особенности обучения осужденных к лишению свободы в муниципальном бюджетном общеобразовательном учреждении «Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа № 5» города Кунгура;
3) Проанализировать спецификацию и кодификатор заданий базового уровня ЕГЭ по математике;
4) Разработать дидактические материалы для обучения математике лиц с особыми образовательными потребностями на примере осужденных к лишению свободы.

Методы исследования. *Эмпирические:* сбор научных фактов – анализ научной и методической литературы, учебников и учебных пособий по математике.

Эмпирическую базу исследований составляют результаты анализа педагогического наблюдения за учебным процессом осужденных к лишению свободы ИК-18 г. Кунгура и результаты анализа общения с учителями МБОУ ВСОШ №5 г. Кунгура.

Теоретические: выдвижение гипотезы.

Этапы исследования. На первом этапе (2015-2016 гг.) были проанализированы возможности существующих видов индивидуального образования осужденных к лишению свободы на примере муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа № 5» города Кунгура. Также была определена проблема исследования; сформулированы цель, объект и предмет, гипотеза и задачи исследования. Проведен констатирующий эксперимент с целью анализа уровня предметных результатов по математике и выявление проблемных тем.

На втором этапе (2016-2017 гг.) были подготовлены дидактические материалы для организации самостоятельной работы обучающихся на уроках математики и подготовке к успешной сдаче ЕГЭ по математике базового уровня.

Экспериментальная база исследования. Опытно – поисковая работа проводилась на базе муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа № 5» города Кунгура.

Научная новизна и практическая значимость исследования заключаются в разработке дидактических материалов по математике для организации самостоятельной работы обучающихся – осужденных к лишению свободы.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОСОБЫМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ

1.1. Правовые основы обучения осужденных к лишению свободы

Образование в современном обществе рассматривается как приоритетное направление деятельности государства. В отношении осужденных, отбывающих наказание в местах лишения свободы, оно выступает, согласно уголовно-исполнительному законодательству, одним из основных средств исправления осужденных.

Всеобщая декларация прав человека [8] провозглашает, что «каждый человек имеет право на образование.

Техническое и профессиональное образование должно быть общедоступным, и высшее образование должно быть одинаково доступным для всех на основе способностей каждого». В Конституции Российской Федерации право на образование закреплено в статье 43 [8], однако в отношении осужденных к лишению свободы механизм его реализации имеет свои особенности.

Право на образование является одним из важнейших социальных прав осужденных, оказывающее значительное воздействие на его исправление и дальнейшую их социальную адаптацию в обществе после освобождения.

Уголовно-исправительное законодательство Российской Федерации рассматривает уголовное наказание не только как кару за содеянное преступление, но и, в первую очередь, как процесс исправления осужденных, как возможность предотвращения рецидивной преступности.

Таким образом, пенитенциарная и образовательная системы нашли общие точки соприкосновения в практическом решении вопросов профилактики правонарушений и предупреждения преступности и ее рецидивности, совершенствования процесса воспитания в условиях исправительного учреждения, ресоциализации осужденных после освобождения.

Организация получения лицами, отбывающими наказание в виде лишения свободы, основного общего и среднего (полного) общего образования осуществляется в соответствии с Уголовно-исполнительным кодексом РФ [21], законами Российской Федерации «Об образовании» [22], «Об учреждениях и органах, исполняющих уголовные наказания в виде лишения свободы» [11].

Право осужденных на получение общего образования обеспечивается путем создания вечерних (сменных) общеобразовательных школ, учебно-консультационных пунктов при исправительных колониях и тюрьмах уголовно-исполнительной системы, осуществляющих свою деятельность в соответствии с Законом «Об образовании».

В последние десятилетия в России увеличилось количество молодых людей, не имеющих среднего общего образования, а также появились неграмотные люди, не умеющие читать и писать, никогда не посещавших школу. Неграмотность является одним из факторов, повышающих риск совершения правонарушений и преступлений, и, соответственно, повышает значимость образовательных учреждений, работающих в рамках пенитенциарной системы.

Главной задачей и целью обучения становится сделать из оступившегося, зачастую озлобленного на весь мир человека, полноценного члена общества, а также помочь молодым людям приобрести уверенность в возможности поступления в вузы, дать им образование и профессию.

Общее образование осужденных по уголовно-исполнительному кодексу Российской Федерации отнесено к мерам воспитательного воздействия. В статье 112 Уголовно-исправительного кодекса РФ закрепляется обязательное получение основного общего образования осужденными к лишению свободы, не достигшими тридцати лет.

Осужденным, желающим продолжить обучение в целях получения среднего (полного) общего образования, администрацией исправительного учреждения, соответствующими органами местного самоуправления создаются необходимые условия. Осужденные старше тридцати лет и осужденные являющиеся инвалидами I или II группы получают основное общее или полное (среднее) образование по их желанию.

В связи со спецификой обучения осужденных Уголовно-исправительный кодекс устанавливает обязанность педагогических коллективов общеобразовательных учреждений уголовно-исправительной системы оказывать помощь администрации исправительного учреждения воспитательной работе с осужденными.

А на практике учителя школ практически везде включены в активную воспитательную работу не только во время проведения занятий, но и после занятий в отрядах, и по колонии в целом.

Общеобразовательные школы открываются в исправительных учреждениях при наличии не менее 80 обучающихся. Если такого числа обучающихся нет, то при исправительных учреждениях создаются учебно-консультационные пункты. В обязанности учредителя школы входит следующее:

- финансирование школы за счет средств бюджета субъекта Российской Федерации;
- создание необходимых условий для повышения квалификации и методического обеспечения педагогических работников школы;
- назначение на должность директора школы по согласованию с администрацией учреждения;
- оказание практической помощи в подборе педагогических кадров;

- обеспечение школы в установленном порядке классными журналами и другой документацией, а также учебно-наглядными пособиями, учебниками, техническими средствами обучения.

Школа создается на базе имущества, предоставляемого ей учреждением по согласованию с Федеральной службой исполнения наказаний на основании договора о предоставлении имущества на период функционирования школы, заключенным в соответствии с законодательством Российской Федерации.

Организация обучения осужденных осуществляется на основе договора, заключенного между школой и учреждением. В обязанности исправительного учреждения входит:

- учет осужденных, подлежащих обязательному обучению;
- обеспечение условий для проведения образовательного процесса: предоставление и содержание на должном санитарно-гигиеническом уровне помещения школы, ремонт, обеспечение мебелью, письменными принадлежностями;
- выделение для школы обслуживающего персонала и содержание его за счет учреждения;
- обеспечение безопасности работников школы во время нахождения их на территории учреждения.

Представители администрации учреждения могут по согласованию с администрацией школы присутствовать на занятиях и других мероприятиях, связанных с образовательным процессом, с целью улучшения работы по обучению осужденных, участвовать в работе педагогического совета, конференций, совещаний и других мероприятиях, организуемых и проводимых школой.

Школа проводит совместно с администрацией учреждения необходимую работу по обеспечению прав осужденных на получение основного общего и среднего (полного) общего образования; организует образовательный процесс в соответствии с учебными планами и программами с учетом особенностей режима отбывания наказания обучающихся; оказывает помощь обучающимся в подготовке к учебным занятиям, овладении методами самообразования.

Школа вправе ходатайствовать перед администрацией исправительного учреждения о поощрении обучающихся за успехи в учебе и соблюдение дисциплины, а также вносить предложения администрации учреждения по вопросам обеспечения условий для обучения осужденных.

Прием в школу осужденных, не достигших возраста 30 лет и не имеющих основного общего образования, производится по представлению администрации учреждения, а остальных осужденных – по их личному заявлению. Зачисление осужденных в школу оформляется приказом за подписью директора школы по согласованию с начальником учреждения. Осужденные, отбывающие пожизненное лишение свободы, к общему образованию не привлекаются.

Обучающиеся, успешно выполняющие учебный план, на период проведения государственной (итоговой) и промежуточной аттестации освобождаются от работы с сохранением заработной платы по месту работы, не привлекаются в дни занятий к сверхурочным работам, связанным с отрывом от учебных занятий, имеют право на сокращенную рабочую неделю.

1.2. Особенности организации школьного обучения в пенитенциарной системе

В условиях лишения свободы вечерняя школа является нитью, которая связывает обучающихся с остальным обществом и приобщает их к реалиям жизни за пределами исправительного учреждения. Зачастую педагоги пенитенциарных школ являются едва ли не единственными из окружающих, кто по-доброму относится к обучающимся.

В таких условиях главная задача пенитенциарных школ – обеспечить смену мировоззрения осужденных, воспитать людей гражданского общества.

Рассматривая организацию учебного процесса в местах лишения свободы, нельзя не остановиться на специфических чертах, которые влияют на обучение. Главной особенностью является специальный контингент обучающихся. Это осужденные за различные составы преступлений, в том числе тяжкие или особо тяжкие преступления.

В пенитенциарной науке принято считать, что характеристикой личности осужденного, которая в наибольшей мере отличает его от правопослушного гражданина, является направленность личности. Направленность личности формируется в процессе развития нравственного сознания, чью основу составляют нравственные ценности [20].

Еще одной важной отличительной особенностью учебного процесса в пенитенциарной системе является разновозрастный состав обучающихся в каждом классе. Диапазон возрастных различий может быть довольно широк, что, естественно, сильно затрудняет работу. Наличие в классе групп, далеко стоящих друг от друга по возрасту, требует от педагогов дифференцированного подхода, учитывающего психологические особенности познавательной деятельности. Кроме того, осужденные являются взрослыми людьми и отличаются от юношей и девушек чертами своего психологического и социального развития.

Многие из осужденных либо не имеют образования, либо учились в коррекционных школах. Основная часть контингента обучающихся требует от учителей дополнительного внимания еще и потому, что люди продолжают учиться после длительного перерыва.

Согласно уголовно-исполнительному законодательству они обязаны учиться, а администрация учреждения обязана направить их в школу и принимать меры принудительного воздействия. Задача учителя состоит в том, чтобы убедить осужденного в необходимости получении им образования.

Одна из важнейших категорий пенитенциарной педагогики – исправление осужденных к лишению свободы. Исправление – противоречивый процесс изменения сложившихся стереотипов сознания и поведения осужденных, представляющий собой целенаправленное, а иногда и жесткое управление их жизнедеятельностью.

Исправление выступает как цель и результат воспитания личности. К уже названным специфическим особенностям профессиональной деятельности учителя общеобразовательного учреждения в условиях пенитенциарной системы следует отнести:

- строгую регламентацию педагогического процесса нормами права;
- ограничение времени на обучение осужденных сроком исполнения наказания;
- недостаточное время на выполнение домашнего задания в силу занятости многих обучающихся на производстве;
- педагогически не благоприятное окружение, состояние физической и психической усталости обучающихся;
- различные формы протеста в виде агрессии и нигилизма;
- наличие социально опасных инфекционных заболеваний (ВИЧ, гепатит, туберкулез, сифилис) и др.

Задача учителя, работающего с осужденными, – вернуть человека в общество, так как обучающиеся – особый контингент, которые утратили интерес к школьному обучению, многие из них давно порвали со школой, круг их общения определялся нравами криминальной среды. Отсюда наблюдается критичность, обострённое чувство собственного достоинства, педагогическая запущенность.

Согласно [9] учитель в исправительном учреждении должен выступать не в роли инструктора или наставника, его задача стать организатором образовательной деятельности обучающихся. Педагог должен быть демократичным в общении, что очень важно в местах лишения свободы. Учитель должен обладать специфическими для школ в исправительных учреждениях умениями, в том числе уметь:

- предупреждать и разрешать конфликты, владеть знаниями в области социальной психологии;
- реализовывать возрастной подход в образовании;
- ориентироваться и разбираться в сущности преступного мира;
- выявлять лидеров, авторитетов, обиженных;
- адекватно реагировать на различные изменения оперативной обстановки.

К числу трудностей при организации обучения осужденных относится отрицательная среда , возникающая из-за сосредоточенности криминогенной части населения в одном месте. Посещение школы не всегда положительно расценивается в криминальном мире, из-за чего некоторые обучающиеся отказываются учиться или, начав учиться, прекращают посещать занятия в школе.

Примитивный уровень знаний, элементарных правил и норм поведения, ненормативная лексика, – усложняют образовательный и воспитательный процесс в школе.

Работа с таким сложным контингентом требует от педагогов максимальной концентрации моральных, эмоциональных, психических и волевых усилий. Вся работа учителя нацелена на поиск новых форм работы с целью пробуждения у обучающихся желания получать знания, выработки у них положительной мотивации к обучению. В условиях исправительной колонии, при работе с обучающимися – осужденными учитель должен добиться того, чтобы обучающийся его позитивно воспринял.

Для успешного решения общеобразовательных и воспитательных задач используются направления педагогической работы, такие как коррекция имеющихся знаний, практическая работа по развитию образного мышления, работа по реабилитации на возврат к утраченным нормам морали и права.

В статье [10] проанализировано состояние общеобразовательного обучения осужденных в исправительных колониях и тюрьмах в 2012-2013 учебном году. В основе анализа лежат результаты опроса директоров, учителей и осужденных обучающихся.

Важным показателем, позволяющим положительно оценить состояние общеобразовательного обучения осужденных, является наличие среди них лиц, обучающихся по желанию. По результатам опроса осужденных примерно 10% обучается по желанию. Результаты опроса выявили такие мотивы обучения у осужденных к лишению свободы: обязаны учиться в соответствии с законом – 37%; желание получить образование – 25%; при посещении школы быстрее проходит время – 18%; образование поможет после освобождения – 15%.

В целом, можно выделить следующие основные группы мотивирующих факторов, положительно влияющих на процесс обучения:

1. Общественная направленность: желание получить образование, впоследствии продолжить учебу в техникуме или в высшем учебном заведении, повысить свой культурный уровень.
2. Поощрение за учебу: условно-досрочное освобождение, перевод на облегченные условия содержания.
3. Избегание наказания за непосещение занятий.

Другими мотивирующими факторами являются стремление внести разнообразие в ритм жизни в исправительном учреждении, желание избежать бездействия и временно изолироваться от основной массы осужденных. Все указанные виды мотивации можно считать позитивными, так как они направляют осужденных в школу.

Из данных [10] также видно, что половина ответивших на вопросы осужденных продолжила бы учиться, даже если бы обучение перестало быть обязательным. По мнению большинства осужденных (почти 90%), состояние общеобразовательного обучения в исправительных учреждениях их удовлетворяет.

Те, кто не удовлетворен организацией обучения, назвали такие причины: не нравятся учителя, используются старые учебники и наглядные пособия, не нравится учиться.

Учитывая низкий уровень образования обучающихся в местах лишения свободы, серьезные нравственные нарушения, директора и учителя указывают на необходимость разработки специальных учебных программ и учебников по предметам, предназначенных для обучения осужденных.

Работающие в пенитенциарной системе учителя высказывают мнение о необходимости организации специальной подготовки для работы с осужденными в условиях исправительных учреждений.

1.3. Особенности обучения осужденных к лишению свободы в муниципальном бюджетном общеобразовательном учреждении «Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа № 5» города Кунгура

МБОУ ВСОШ №5 города Кунгура осуществляет обучение осужденных отбывающих наказание в:

- ✓ Исправительная колония ИК-18 (женская колония, где отбывают наказание осужденные, имеющие 2 и более судимостей),
- ✓ Исправительная колония ИК-40 (мужская колония строгого режима, где отбывают наказание осужденные имеющие 2 и более судимостей).

Контингент школы изменяется с течением времени [17]:

- ✓ 2013-2014 учебный год – 589 обучающихся,
- ✓ 2014-2015 учебный год – 290 обучающихся,
- ✓ 2015-2016 учебный год – 242 обучающихся.

В последнее время большую часть обучающихся составляют обучающиеся 10-х классов, при средней наполняемости классов 20 – 22 человека.

Согласно наблюдениям за осужденными обучающимися только 15 – 20% из них имеют мотивацию к обучению, остальные обучающиеся посещают школу принудительно, стараясь найти возможность не посещать школу. Изменение контингента обучающихся в течение учебного года непредсказуемое, что объясняется переводами в другие учреждения, условно-досрочными освобождениями, окончанием срока исполнения наказания. Поэтому в начале каждого учебного года приходится формировать новые классные коллективы.

В 2016-2017 учебном году контингент обучающихся составляет 7 классов и 7 групп:

- ✓ 1 ступень – 1 малокомплектный класс (группа) – 14 обучающихся;
- ✓ 2 ступень – 2 группы и 18 обучающихся;
- ✓ 3 ступень – 7 классов, 4 группы и 173 обучающихся.

В выпускных классах обучаются:

- ✓ 9 класс – 18 человек;
- ✓ 12 класс – 39 человек.

По состоянию на 01.09.2016 года в школе обучалось 205 человека (7 классов и 7 групп), по состоянию на 01.01.2017 года в школе обучается 216 человек из них:

- ✓ 1 уровень – 17 обучающихся (1группа);
- ✓ 2 уровень – 19 обучающихся (2 группы);
- ✓ 3 уровень – 180 обучающихся (7 классов и 4 группы).

В выпускных классах обучаются:

- ✓ 9 класс – 18 человек;
- ✓ 12 класс – 39 человек.

Успеваемость обучающихся – 100%, качество знаний обучающихся 17,5%, по сравнению с прошлым годом качество знаний увеличилось на 6,1%. Успеваемость по уровням:

- ✓ 1 уровень – 35.2%;
- ✓ 2 уровень – 26.3%;
- ✓ 3 уровень – 15.0%.

Показатели успеваемости обучающихся в первом полугодии 2016/17 учебного года представлены в Таблице 1.

Таблица 1

Показатели качества знаний в первом полугодии 2016/2017 уч. г.

№ п/п	Уровень	Кол-во обучающихся на 01.09.2016	Прибыло	Выбыло	Количество обучающихся на 01.01.2017	Успеваемость	Учатся на 4 и 5	% качества знаний уч-ся

1	1	14	4	1	17	100	6	35,2
2	2	18	3	2	19	100	5	26,3
3	3	173	25	18	180	100	27	15,0
Итого:		**205**	**32**	**21**	**216**	**100**	**38**	**17,5**

На базе школы также проводится государственная итоговая аттестация (ГИА). ГИА включает в себя обязательные экзамены по русскому языку и математике, а также экзамены по выбору обучающегося по двум учебным предметам из числа учебных предметов: физика, химия, биология, литература, география, история, обществознание, иностранные языки, информатика и информационно-коммуникационные технологии (ИКТ).

В первой и третьей четвертях 2015/16 учебного года было организовано посещение нескольких уроков по математике, физике и информатике в МБОУ ВСОШ №5, расположенной в исправительной колонии ИК-18, с целью проведения констатирующего педагогического эксперимента. Целью эксперимента являлась рассмотрение особенностей организации процесса обучения осужденных к лишению свободы и изучение образовательных потребностей обучающихся. Особое внимание было уделено математике, так как из предварительного разговора с учителем стало известно, что почти ежегодно одна или несколько осужденных высказывают желание сдать Единый государственный экзамен.

Исправительная колония ИК-18 является режимным объектом, поэтому количество посещений уроков осужденных с целью проведения констатирующего педагогического эксперимента было ограничено. Тем не менее, был проведен анализ уроков математики по картам-схемам оценивания уроков. Примеры заполненных карт-схем приведены в Таблицах 2 и 3. Также было проведено интервьюирование учителя математики с целью выяснения особых образовательных возможностей и потребностей обучающихся – осужденных женщин.

Прежде чем перейти к обсуждению результатов констатирующего эксперимента и интервьюирования учителя, рассмотрим некторые общие черты образовательного процесса в МБОУ ВСОШ №5.

Уроки по всем предметам проводятся парами, но не более четырех уроков в день. Обучение проводятся в небольших кабинетах с использованием мультимедийных проекторов и ноутбуков. Учителя демонстрирует заранее подготовленные наглядные дидактические материалы. Использование мультимедийной техники вызывает у обучающихся – осужденных женщин интерес, возможно, связанный с тем, что современные технологии недоступны для осужденных. По оценкам учителей средняя посещаемость занятий составляет примерно 70% от общего списка обучающихся. Состав классов неполный в связи с тем, что первостепенным у осужденных является работа на производстве в исправительной колонии.

Таблица 2

Карта-схема анализа урока №1

Учитель математики Шумилов Андрей Витальевич,

МБОУ ВСОШ №5, класс 11

Уровень профессионализма	**Количество баллов**					
Эффективность урока	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Требования к деятельности учащихся:						
Уровень познавательной активности.		1				
Наличие интереса к предмету.		1				
Уровень аналитических и специальных умений и навыков.			2			
Уровень практических и специальных умений и навыков.			2			
Уровень развития речи. Владение терминологией			2			

предмета.						
Умение работать у доски со спец. приборами и оборудованием.	0					
Развитие навыков парной, групповой, коллективной работы.	0					
Степень самостоятельности учащихся на уроке.		1				
Самоконтроль, самокоррекция.		1				
Организованность. Дисциплина.				3		
Требования к деятельности учителя:						
Организационные:						
Выполнение гигиенических требований (чистота, проветриваемость помещений, организация, освещенность рабочего места, оптимальность размеров и размещения наглядных пособий и т. д.).					4	
Четкость поставленной цели и мотивация учебной деятельности на уроке.						5
Выбор формы организации учебного процесса (лекций, семинара, консультаций, урок-практикум и т. д.).					4	
Организация проверки домашнего задания.	0					
Наличие обратной связи с учащимися. Контроль и коррекция ЗУН.			2			
Качество речи учителя.						5
Внешний вид. Такт.						5
Рациональное использование времени урока.				3		
Реализация основных псих. требований. Создание на уроке спокойной, деловой					4	

атмосферы.						
Выполнение намеченного плана.					4	
Воспитательные:						
Умственное воспитание и развитие учащихся.					4	
Развитие волевых качеств: трудолюбия, ответственности, прилежания.				3		
Привитие интереса к знаниям, предмету.					4	
Формирование трудовых и учебных навыков.				3		
Создание ситуации успеха.					4	
Использование возможностей словесной и бальной системы.						5
Стиль руководства деятельностью учащихся. Сочетание принципиальности с разумной требовательностью.					4	
Воспитательное значение личности учителя (деловитость, организованность).			2			
Эстетическое воздействие урока на учащихся.				3		
Эмоциональный настрой учителя, аккуратность записей, оформление кабинета.						5
Организованность коллектива.				3		

Таблица 3

Карта-схема анализа урока №2

Учитель математики Шумилов Андрей Витальевич,

МБОУ ВСОШ №5, класс 11

Уровень профессионализма	**Количество баллов**					
Эффективность урока	0	1	2	3	4	5
Требования к деятельности учащихся:						
Уровень познавательной активности.				3		
Наличие интереса к предмету.				3		
Уровень аналитических и специальных умений и навыков.				3		
Уровень практических и специальных умений и навыков.				3		
Уровень развития речи. Владение терминологией предмета.			2			
Умение работать у доски со спец. приборами и оборудованием.	0					
Развитие навыков парной, групповой, коллективной работы.	0					
Степень самостоятельности учащихся на уроке.		1				
Самоконтроль, самокоррекция.					4	
Организованность. Дисциплина.					4	
Требования к деятельности учителя:						
Организационные:						
Выполнение гигиенических требований (чистота, проветриваемость						5

помещений, организация, освещенность рабочего места, оптимальность размеров и размещения наглядных пособий и т. д.).						
Четкость поставленной цели и мотивация учебной деятельности на уроке.						5
Выбор формы организации учебного процесса (лекций, семинара, консультаций, урок-практикум и т. д.).						5
Организация проверки домашнего задания.	0					
Наличие обратной связи с учащимися. Контроль и коррекция ЗУН.				3		
Качество речи учителя.						5
Внешний вид. Такт.					4	
Рациональное использование времени урока.				3		
Реализация основных псих. требований. Создание на уроке спокойной, деловой атмосферы.						5
Выполнение намеченного плана.						5
Воспитательные:						
Умственное воспитание и развитие учащихся.					4	
Развитие волевых качеств: трудолюбия, ответственности, прилежания.				3		
Привитие интереса к знаниям, предмету.				3		
Формирование трудовых и учебных навыков.					4	
Создание ситуации успеха.					4	
Использование возможностей словесной и					4	

бальной системы.						
Стиль руководства деятельностью учащихся. Сочетание принципиальности с разумной требовательностью.						5
Воспитательное значение личности учителя (деловитость, организованность).			2			
Эстетическое воздействие урока на учащихся.				3		
Эмоциональный настрой учителя, аккуратность записей, оформление кабинета.					4	
Организованность коллектива.				3		

После проведения констатирующего педагогического эксперимента было проведено интервьюирование учителя математики, которому были заданы следующие вопросы:

1. Как Вы оцениваете уровень предметной подготовки обучающихся?
2. Как отличается уровень предметной подготовки внутри класса?
3. Оцените уровень интереса к математике у обучающихся.
4. Оцените уровень мотивации к изучению математики.
5. Оцените дисциплинированность обучающихся.
6. Как Вы оцениваете уровень познавательной активности обучающихся?
7. Оцените уровень самостоятельности обучающихся.
8. Как Вы оцениваете качество выполнения обучающимися домашнего задания?
9. Какие специфические педагогические методы и приемы существуют при работе с обучающимися – осужденными?
10. По вашему мнению, каковы шансы у обучающихся успешно сдать ЕГЭ по математике?

По результатам проведения констатирующего педагогического эксперимента и интервьюирования учителя математики были сформулированы следующие выводы. В классах обучаются разновозрастные обучающиеся – осужденные женщины с очень разным уровнем предметной подготовки. Состав классов может изменяться в течение учебного года, что связано с особенностями отбывания наказания обучающимися – осужденными. Например, у осужденного заканчивается срок лишения свободы.

В целом, уровень подготовки много ниже среднего уровня подготовки обучающегося обычной школы. Учитель вынужден использовать только индивидуальные задания для каждого обучающегося, так как групповые методы работы встречают сильное сопротивление со стороны обучающихся. Учителю на уроке приходится много времени тратить на установление порядка и дисциплины. Это связано с низким уровнем мотивации осужденных к обучению. По словам учителя, отстранение обучающихся от обучения воспринимается ими как удача, поэтому такую меру наказания не используют. В классах есть обучающиеся, которые почти демонстративно не принимают участие в образовательном процессе. Домашнее задание обучающимся не задается, что не способствует проработке изучаемых тем.

С учетом всех выявленных обстоятельств становится понятно, что для подготовки к государственной итоговой аттестации у обучающихся не так много времени и возможностей. В интервью с учителем математики было также отмечено, что в классах имеются обучающие, желающие сдать Единый государственный экзамен по математике. В этом случае возможна сдача экзамена только на базовом уровне. Такие обучающиеся требуют особого внимания учителя на уроке, подготовки дополнительных дидактических материалов с целью изучения и повторения тех тем, которые включены в ЕГЭ.

По результатам обсуждения с учителем математики разделов математики, на которые следует обратить дополнительное внимание при работе с обучающимися, стремящимися сдать ЕГЭ, был сделан вывод, что следует отрабатывать задания по алгебре, геометрии (на плоскости) и логике. И, возможно, не стремиться добиться от обучающихся полного понимания по таким сложным для понимания разделов математики, как математический анализ, уравнения и неравенства.

По результатам обсуждения особенностей организации математической подготовки осужденных к лишению свободы было принято решение о разработке дидактических материалов по математике с акцентом на задания, решение которых позволит получить удовлетворительную оценку на ЕГЭ базового уровня.

ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОСОБЫМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ

2.1. Особенности базового уровня ЕГЭ по математике

Распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 №2506-р, принятым в соответствии с Указом Президента РФ от 07.05.2012 «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», утверждена Концепция развития математического образования в Российской Федерации.

В число мер по реализации Концепции, принятых Приказом МОН РФ от 03.04.2014 г. №265, входит «совершенствование системы государственной итоговой аттестации, завершающей освоение основных образовательных программ основного общего и среднего образования, по математике, разработка соответствующих контрольных измерительных материалов, обеспечивающих введение различных направлений изучения математики», то есть материалов, предназначенных для различных целевых групп выпускников.

ЕГЭ по математике направлен на контроль сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями ФГОС среднего общего образования по математике. В Российской Федерации ЕГЭ по математике с 2015 г. проводится на двух уровнях. Для поступления в высшие учебные заведения на специальности, где математика является одним из вступительных требований, абитуриент был должен выполнить экзаменационные требования на *профильном уровне*.

Для поступления на специальности, не связанные с математикой, а также для получения аттестата о среднем полном образовании достаточно выполнения ЕГЭ на *базовом уровне*. Так как в настоящее время существенно возрастает роль общематематической подготовки в повседневной жизни, в модели ЕГЭ по математике базового уровня усилены акценты на контроль способности применять полученные знания на практике, развитие логического мышления, умение работать с информацией.

В 2016 году были установлены следующие минимальные пороги: по математике профильного уровня – 27 тестовых баллов; по математике базового уровня – 7 первичных баллов, соответствующие 3 баллам по пятибалльной шкале.

Экзаменационная работа базового уровня ЕГЭ по математике состоит из одной части, включающей 20 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Все задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. Экзаменационная работа по базовой математике содержит задания по следующим разделам курса математики [19]:

- Алгебра,
- Уравнения и неравенства,
- Функции,
- Начала математического анализа,
- Геометрия,
- Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

В Таблице 4 показано распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики.

Таблица 4

Распределение заданий экзаменационной работы
по содержательным разделам курса математики

Содержательные разделы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного раздела от максимального первичного балла за всю работу, равного 20
Алгебра	10	10	50
Уравнения и неравенства	3	3	15
Функции	1	1	5

Начала математического анализа	1	1	5
Геометрия	4	4	20
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	1	1	5
Итого	20	20	100

Экзаменационная работа проверяет следующие умения и навыки по предмету:

- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

Задания экзаменационной работы удобно представить также по видам проверяемых умений (Таблица 5).

Таблица 5

Распределение заданий экзаменационной работы
по видам проверяемых умений и способам действий

Проверяемые умения и способы действий	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного раздела от максимального первичного балла за всю работу, равного 20
Уметь выполнять вычисления и преобразования	5	5	25
Уметь решать уравнения и неравенства	2	2	10
Уметь выполнять действия с функциями	1	1	5
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	3	3	15
Уметь строить и исследовать математические модели	5	5	25

Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	4	4	20
Итого	20	20	100

Содержание заданий базового уровня ЕГЭ по математике не изменяется с момента своего появления в 2015 г. Согласованность и преемственность базового и профильного уровней экзамена позволяет выпускнику, который готовился к сдаче экзамена базового уровня на 5 баллов по пятибалльной шкале, сдать экзамен профильного уровня на 60 баллов (максимум – 100 баллов), что дает возможность поступить в большинство российских вузов.

Для эффективной подготовки к ЕГЭ с целью сдать его на 3 балла полезно проанализировать, какие задания выпускники выполняли правильно наиболее часто. Анализ результатов сдачи экзамена в 2016 году показал следующее. Высокие показатели успешности (более 80% сдававших экзамен справились с заданием) продемонстрированы при решении следующих заданий.

Задание №1. Вычислительный пример с дробями. Код контролируемого элемента – 1.1.3 «Дроби, проценты, рациональные числа» из Кодификатора элементов содержания за курс средней школы (базовый уровень) и необходимых элементов содержания за курс основной школы. Например, нужно найти значение выражения $(5{,}7 - 3{,}2)\times 2{,}2$.

Задание №2. Вычислительный пример со степенями. Код контролируемого элемента – 1.1.4 «Степень с целым показателем». Например, нужно найти значение выражения $\frac{(8^{-3})^{-1}}{8^{-2}}$.

Задание №3. Задача на проценты. Код контролируемого элемента – 1.1.3 «Дроби, проценты, рациональные числа». Например, ежемесячная плата за телефон составляет 200 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 5%. Сколько рублей будет составлять плата за телефон в следующем году?

Задание №4. Вычисление по формуле. Код контролируемого элемента – 1.1.3 «Дроби, проценты, рациональные числа». Например, площадь прямоугольника вычисляется по формуле $S = d^2 \sin\alpha/2$, где d – длина диагонали, α – угол между диагоналями. Пользуясь формулой, вычислите площадь, если d = 4 и $\sin\alpha$ = 3/4.

Задание №6. Задача на действия с целыми числами. Код контролируемого элемента – 1.1.1 «Целые числа». В коробке может поместиться не более 12 яблок. Какое наименьшее количество коробок нужно для размещения 68 яблок?

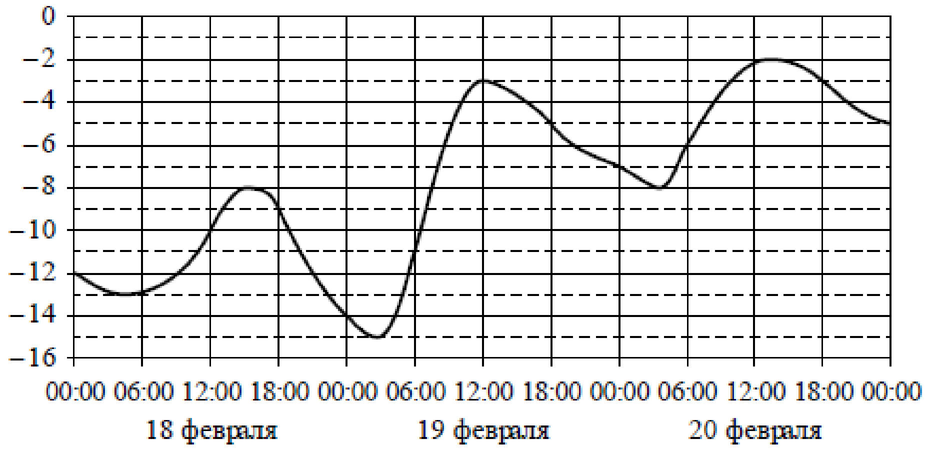
Задание №8. Геометрическая задача прикладного характера на плоские фигуры. Код контролируемого элемента – 1.2.4 «Основные тригонометрические тождества». Например, лестницу длиной 10 м приставили к стене дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на расстояние 6 м. На какой высоте находится верхний конец лестницы?

Задание №9. Знание площадей, длин, масс реальных объектов. Например, нужно установить соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу левого столбца подберите соответствующий элемент из правого столбца.

Величины	Значения
А) масса взрослого кита Б) масса таблетки лекарства В) масса двухлитрового пакета сока Г) масса яблока	1) 400 мг 2) 2 кг 3) 120 г 4) 130 т

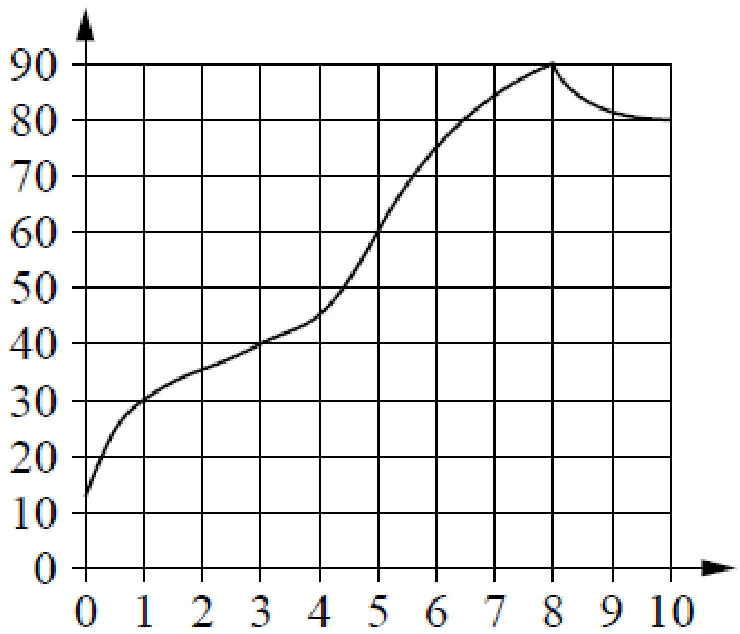
Задание №10. Вероятности событий. Код контролируемого элемента – 6.3.1 «Вероятности событий». В чемпионате по прыжкам с трамплина участвуют 35 спортсменов: 3 из России, 12 из Австрии, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Задание №11. Чтение диаграмм, графиков. Код контролируемого элемента – 3.1.3 «График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях». Например, На графике приведено изменение температуры воздуха в течение трёх суток. По горизонтальной оси отмечается число, месяц и время суток в часах; по вертикальной оси – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха 18 февраля.



Задание №14. Чтение графиков. Код контролируемого элемента – 3.1.3 «График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях». На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя автомобиля. Вдоль горизонтальной оси отложено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; вдоль вертикальной оси – температура двигателя в градусах Цельсия. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

Величины	Значения
А) 0 – 1 мин	1) самый медленный рост температуры
Б) 1 – 3 мин	2) температура падала
В) 3 – 6 мин	3) температура находилась в пределах от 40°C до 80°C
Г) 8 – 10 мин	4) температура не превышала 30°C



Задание №18. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач. Код контролируемого элемента – 6.3.2 «Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач». В классе учится 22 обучающихся, из них 13 человек посещают кружок по физике, а 11 – кружок по литературе. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
2) Найдутся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по физике, то он обязательно ходит на кружок по литературе.
4) Не найдётся 11 обучающихся из класса, которые посещают оба кружка.

Как можно видеть, наиболее успешно обучающиеся выполнили задания, в которых проверяются умения выполнять вычисления, использовать знания в повседневной жизни, применять знания из теории вероятности, а также исследовать простейшие математические модели.

В Таблице 6 приведены данные об успешности выполнения государственного экзамена по математике базового уровня в 2016 году [24].

Таблица 6

Краткая характеристика выполнения экзаменационной работы базового уровня группами выпускников 2016 г.

Описание групп участников экзамена	**Описание уровня подготовки отдельных групп участников экзамена**
Группа 1. Первичный балл – менее 7 (отметка «2» по пятибалльной шкале)	Выпускники (4,7% от всех участников), не обладающие математическими умениями на базовом, общественно значимом уровне
Группа 2 (базовый). Первичный балл – 7 – 11 (отметка «3»)	Выпускники (16,4% от всех участников), освоившие курс математики на базовом уровне, не имеющие достаточной подготовки для успешного продолжения образования по техническим специальностям
Группа 3 (базовый). Первичный балл – 12 – 16 (отметка «4»)	Выпускники (39,5% от всех участников), успешно освоившие базовый курс, фактически близкие к следующему уровню подготовки. Это участники экзамена, имеющие шансы на переход в следующую группу по уровню подготовки
Группа 4 (повышенный). Первичный балл – 17 – 20 (отметка «5»)	Выпускники (39,4% от всех участников), освоившие курс математики и имеющие достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования в вузах с не- технической специализацией

Группу 1 составляют экзаменуемые, не овладевшие практическими математическими компетенциями и допускающие значительное число ошибок в вычислениях и при чтении условия. Самый высокий процент успешности выполнения заданий участники экзамена этой группы продемонстрировали при решении задач на действия с числами, данными в таблице) и на чтение диаграмм и графиков. Геометрические задания выполнила незначительная часть участников экзамена.

Группы 2 и 3 составляют обучающиеся, хорошо освоившие курс математики основной школы на базовом уровне. Успешность выполнения заданий основной школы участниками экзамена этих групп превышает 50%. Задания по геометрии участниками обеих групп решаются с меньшей успешностью.

Задания курса математики старшей школы успешно решаются с трудом. Обучающиеся из этой группы могут рассчитывать на успешное преодоление аттестационного порога и на профильном уровне.

Группа 4 – это в основном абитуриенты нетехнических вузов.

Участники этой группы могут рассчитывать на успешную сдачу экзамена профильного уровня на баллы, достаточные для поступления и дальнейшего обучения в технических ВУЗах.

Обучающиеся исправительных учреждений потенциально относятся к группам 1 или 2. Для подготовки таких обучающихся к сдаче ЕГЭ по математике на базовом уровне акцент должен быть сделан на формировании базовых математических компетентностей и тренироваться в решении задач, с которыми справляется большинство участников экзамена (номера этих заданий обсуждались выше в тексте).

Минимальное количество заданий, которое нужно правильно решить для получения отметки «3», равно 7, так что следует выбрать 10 – 12 заданий и тем, которые следует регулярно прорешивать и повторять. С такими обучающимися учебный материал старшей школы может изучаться обзорно.

Нужно также отметить, что типичной ошибкой при подготовке к экзамену является многократное прорешивание только демонстрационного варианта, которое создает ложное ощущение освоение материала и завышенные ожидания о результатах экзамена.

2.2. Разработка заданий для подготовки к сдаче ЕГЭ по математике базового уровня

При подготовке к разработке заданий по математике для осужденных к лишению свободы принимались во внимание следующие факторы:

1. Стремление осужденных к лишению свободы в Исправительной колонии ИК-18 г. Кунгура сдать ЕГЭ по математике базового уровня;
2. Рекомендации учителя математики МБОУ ВСОШ № 5 г. Кунгура Шумилова А.В.
3. Низкий начальный уровень математической подготовки обучающихся;
4. Контрольно-измерительные материалы по подготовке к сдаче ЕГЭ по

математике, имеющиеся в открытых источниках и на официальном сайте Федерального института педагогических измерений [18];

5. Подготовленные Федеральным институтом педагогических измерений аналитические материалы о типичных ошибках участников ЕГЭ в 2016 году.

В результате было решено обратить основное внимание при подготовке контрольно-измерительных материалов акцентировать на заданиях экзамена по математике профильного уровня, причем только тех, с которыми в предыдущие годы успешно справлялось большинство участников экзамена. Важно отметить, что выводы об успешном или неуспешном решении тех или иных заданий из ЕГЭ по математике базового уровня на уровне Российской Федерации, опубликованные в [24], в целом коррелируют с коммендациями учителя математики МБОУ ВСОШ №5 в исправительной колонии ИК-18.

На основании полученных данных были выбраны следующие темы заданий для дополнительной проработки:

1. Вычислительные примеры с дробями (задание №1 из Демонстрационного варианта контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2017 года по математике базового уровня [18]).
2. Вычислительные примеры со степенями (задание №2 из [18]).
3. Вычислительные примеры с процентами (задание №3 из [18]).
4. Примеры с вычислениями по формуле (задание №4 из [18]).
5. Вычислительные задачи на действия с корнями (задание №5 из [18]).
6. Вычислительные задачи на действия с целыми числами (задание №6 из [18]).
7. Вычислительные примеры прикладного характера по геометрии на плоскости (задание №8 из [18]).
8. Задания, направленные на вычисление вероятности событий (задание №10 из [18]).
9. Задания, направленные на чтение диаграмм (задание №11 из [18]).

10. Задание, направленные на поиск оптимального выбора в таблице (задание №12 из [18]).
11. Задания, направленные на чтение графиков (задание №14 из [18]).
12. Задания, направленные на решение простейших логические задач (задание №18 из [18]).

Задания на другие темы также включены в перечень подготовленных контрольно-измерительных материалов, однако их количество значительно меньше, чем по указанным выше темам.

Предполагая, что минимальное количество первичных баллов, равных количеству выполненных верно заданий, равно 7, можно посчитать подготовку по 12 темам достаточной по подготовке к сдаче ЕГЭ по математике базового уровня.

Далее приведем дидактические материалы - рабочую тетрадь по подготовке к решению математических задач по отдельным темам, подготовленную для осужденных к лишению свободы. При подготовке дидактических заданий использованы материалы собственного изготовления и дидактические материалы из работ [1-7,15,16, 24].

1. Действия с дробями

Понятие дроби. Предположим, что у нас есть предмет, составленный из нескольких абсолютно одинаковых частей. Для наглядности можно представить, например, яблоко, разрезанное на несколько равных частей. Каждую из этих частей, составляющих целый предмет, называют долей целого или просто долей. Долю $\frac{1}{2}$ называют половиной, $\frac{1}{4}$ – четвертью. Записи вида $\frac{5}{8}$ называют обыкновенными дробями. В дроби $\frac{5}{8}$ число 5 называют числителем дроби, число 8 – знаменателем дроби. Знаменатель показывает, на сколько долей делят, а числитель – сколько таких долей взято. Числитель дроби пишут над чертой, знаменатель – под чертой.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Запишите в виде обыкновенной дроби числа: одна треть; семь десятых; две пятнадцатых; половина; двадцать пять сороковых.
2. В январе 31 день, а в году 365 дней. Какую часть года составляет январь? февраль?
3. Площадь поля 24 $км^2$. Пшеницей засеяли 6 $км^2$, рожью – 2 $км^2$. Какая часть поля засеяна пшеницей и какая рожью?

Сумма и разность дробей с равными знаменателями

Правило сложения: при сложении дробей с равными знаменателями получаем дробь, знаменатель которой остаётся тот же, а числитель её будет равен сумме числителей дробей.

Правило вычитания: при вычислении разности дробей с одинаковыми знаменателями получаем дробь, знаменатель которой остаётся тот же, а из числителя первой дроби вычитается числитель второй.

Формальная запись суммы и разности дробей с равными знаменателями:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}\quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Например:

a. $\frac{1}{14}+\frac{3}{14}=\frac{1+3}{14}=\frac{4}{14}$,

b. $\frac{15}{27}-\frac{1}{27}=\frac{15-1}{27}=\frac{14}{27}$

Если нам даны смешанные дроби, то можно:

Вариант 1 − перевести их в обыкновенные и далее проводить вычисления;

Вариант 2 − отдельно вычислить целую и дробную части.

Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть необходимо:

1. разделить с остатком числитель на знаменатель;
2. неполное частное будет целой частью;
3. остаток (если он есть) даёт числитель, а делитель – знаменатель дробной части.

Например:

a. $4\frac{1}{9}+2\frac{2}{9}=\frac{4*9+1}{9}+\frac{2*9+1}{9}=\frac{36+1}{9}+\frac{18+1}{9}=\frac{37}{9}+\frac{19}{9}=\frac{37+19}{9}=\frac{56}{9}=6\frac{2}{9}$

b. $11\frac{4}{13} - 3\frac{2}{13} = \frac{11*13+4}{13} - \frac{3*13+2}{13} = \frac{143+4}{13} - \frac{39+2}{13} = \frac{147}{13} - \frac{37}{13} = \frac{147-37}{13} = \frac{110}{13} = 8\frac{6}{13}$

c. $15\frac{2}{7} + 4\frac{6}{7} = 15 + \frac{2}{7} + 4 + \frac{6}{7} = 19 + \frac{2+6}{7} = 19 + \frac{8}{7} = 19 + 1\frac{1}{7} = 20\frac{1}{7}$

Вывод: имеется универсальный подход – для того, чтобы вычислить сумму (разность) смешанных дробей с равными знаменателями их всегда можно перевести в неправильные, далее выполнить необходимое действие. После этого если в результате получаем неправильную дробь переводим её в смешанную.

Сумма и разность дробей с разными знаменателями

Способ №1 решения − при сложении (вычитании) дробей с <u>разными</u> знаменателями дроби приводятся к одному знаменателю и выполняется указанное действие. Для изменения (преобразования) дроби используется основное свойство дроби.

Например:

$$\frac{7}{12} + \frac{3}{4} = \frac{7}{12} + \frac{3*3}{4*3} = \frac{7}{12} + \frac{9}{12} = \frac{7+9}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\frac{57}{60} - \frac{9}{12} = \frac{57}{60} - \frac{9*5}{12*5} = \frac{57}{60} - \frac{45}{60} = \frac{57-45}{60} = \frac{12}{60} = \frac{3}{15}$$

Данный метод проверяем делится ли больший знаменатель на меньший. И если делится, то выполняем преобразования.

Способ №2 − универсальный способ умножения дробей: умножаем числитель и знаменатель первой дроби на знаменатель второй, а числитель и знаменатель второй дроби на знаменатель первой:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a*d}{c*d} + \frac{a*b}{d*c} = \frac{a*d+a*b}{c*d}$$

Например:

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{9} = \frac{2*9}{7*9} + \frac{4*7}{9*7} = \frac{18}{63} + \frac{24}{63} = \frac{18+24}{63} = \frac{42}{63}$$

Способ 3 − необходимо найти наименьшее общее кратное (НОК) знаменателей. Это наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из чисел. Для того, чтобы определить наименьшее общее кратное нескольких чисел, необходимо:

- разложить каждое из чисел на ПРОСТЫЕ множители
- выписать разложение БОЛЬШЕГО из них
- умножить его на НЕДОСТАЮЩИЕ множители других чисел

Рассмотрим пример: 50 и 60 => 50 = 2×5×5 и 60 = 2×2×3×5. В разложении большего числа не хватает одной пятёрки => НОК(50,60) = 2×2×3×5×5 = 300.

Общий алгоритм вычисления:

- приводим дроби к обыкновенным, если есть целая часть;
- приводим дроби к общему знаменателю (сначала смотрим делится ли один знаменатель на другой, если делится то умножаем числитель и знаменатель этой другой дроби; если не делится действуем посредством других указанных выше способов);
- — получив дроби с равными знаменателями, выполняем действия (сложение, вычитание);
- — если необходимо, то результат сокращаем;
- — если необходимо, то выделяем целую часть.

Произведение дробей

При умножении дробей умножаются их числители и знаменатели:

$$\frac{a}{c} * \frac{b}{d} = \frac{a * b}{c - d}$$

Например, $\frac{10}{13} * \frac{7}{9} = \frac{10*7}{13*9} = \frac{70}{117}$

Деление дробей

Дробь являющаяся делителем (та, на которую делят) переворачивается и действие меняется на умножение.

$$\frac{a}{c} : \frac{b}{d} = \frac{a * d}{c * b}$$

Например, $\frac{18}{19}:\frac{2}{3}=\frac{18*3}{19*2}=\frac{54}{38}$

Задания для самостоятельной работы

Найдите значения выражений:

1. $\frac{8}{51}+\frac{11}{19}-\frac{1}{51}=$
2. $\frac{6}{15}-\frac{1}{15}+2\frac{7}{15}=$
3. $\frac{9}{15}-\frac{2}{45}=$
4. $3\frac{5}{8}:\ \frac{7}{48}=$
5. $7\frac{6}{11}+2\frac{1}{11}*\ \frac{4}{9}=$
6. $0{,}15*0{,}5\ -\ 0{,}02=$
7. $\left(\frac{11}{18}-\frac{5}{18}\right)*27=$
8. $4\frac{1}{2}:\ 5=$
9. $\frac{12}{133}*\frac{1}{2}=$
10. $0{,}12*\ 0{,}6-\ 0{,}076=$
11. $\left(2\frac{1}{14}-1{,}2\right):2\frac{28}{35}=$
12. $\left(10\frac{3}{14}+6{,}5\right)*\frac{3}{72}=$
13. $\frac{3{,}4}{1{,}6+2{,}4}=$
14. $\frac{2{,}6}{1{,}9-9{,}9}=$
15. $(187^4-\ 179^4):\ \frac{6}{7}=$
16. $(314^2-289^2):\ \frac{1}{15}=$
17. $52\cdot\left(\frac{7}{9}+\frac{1}{2}-\frac{5}{18}\right)=$
18. $65:\ \frac{3}{4}+0{,}33=$
19. $5\frac{14}{33}:\ \frac{7}{2}=$

20. $\frac{17}{5} + \frac{11}{18} =$

Вычислительные примеры со степенями

Произведения, в котором все множители равны друг другу записывают короче: вместо $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ пишут 2^6. Запись 2^6 читают «два в шестой степени». В этой записи число 2 называют *основанием* степени, число 6, которое показывает, сколько множителей было в произведении, – *показателем степени*, а выражение 2^6 называют *степенью*. Произведение $n \times n$ называют квадратом числа n и обозначают n^2. Произведение $n \times n \times n$ называют кубом числа и обозначают n^3.

Если в числовое значение входят степени чисел, то их значения вычисляют до выполнения остальных действий. Например, найдем значение выражения $(2+4)^2 * 3^2 - 5^3$.

Решение: $(2+4)^2 * 3^2 - 5^3 = 6^2 * 9 - 125 = 36 * 9 - 125 = 199$

Свойства степеней:

$$a^n * a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m*n}$$

$$(ab)^n = a^n * b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Задания для самостоятельной работы

$5^2 \times 13$	$2^3 \times 3^2 : (5^3 - 4^3 - 6^2 - 1^5)$
$4^3 + 7^2 - (9^2 \times 2)$	$7^7 \times 7 : 7^{15}$
$(5+8)^2$	$7^8 - (56 : 8)^2 + 5^3$
$(7+3)^3$	$(25-24)^4 + (36-33)^2 : 3^2$
$2^6 + 3^4$	$11^2 - 9^2 : 3^2 - 3^3$
$(10^2 - 2^6) : 6 + 1^9$	$(17-12)^3 - 4^4 : 2^4 + 7^2$

2^{-3}	$10^2 - 8^2 - 5^2 - 1^2$
12^0	$7^3 - 5^3 - 4^3 - 2^3$
$3^4 - 2^4 - 1^4$	$0{,}8^{\frac{1}{7}} \times 5^{\frac{2}{7}} \times 20^{\frac{6}{7}}$
$\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$	$3^2 \times 81$

Арифметические задачи с процентами

1% – это одна сотая часть. 1% от числа А – это одна сотая числа А, то есть $\frac{\mathrm{A}}{100}$. n% от числа А – это $\frac{\mathrm{n} \cdot \mathrm{A}}{100}$.

Найдем 14% от числа 70. Решаем по формуле $\frac{14 \times 70}{100} = 9.8$

Задания для самостоятельной работы

1. Маша потратила в магазине 45% своих денег. Найдите потраченную сумму денег, если у нее всего было 800 рублей.
2. На олимпиаде школьная команда набрала 72 очка. Сколько очков можно набрать на олимпиаде, если набранные командой очки составляют 80% из всех возможных?
3. Грибы теряют при сушке 72% своей массы. Сколько понадобится свежих грибов для приготовления 10 кг сушеных?
4. У Лены в аквариуме 8 меченосцев, что составляет 40% всех ее рыбок. Сколько всего рыбок у Лены в аквариуме?
5. Организм взрослого человека на 70% состоит из воды. Какова масса воды в теле человека, который весит 82 кг?
6. На приготовление ужина у мамы ушло 2 часа. Для приготовления мясных блюд понадобилось 50% времени, десерт занял 10%, все остальное время было затрачено на приготовление салатов. Сколько времени понадобилось маме для приготовления каждого из блюд?
7. Если высушить свежие яблоки, то их масса уменьшится на 80%. Сколько понадобится свежих яблок для приготовления 15 кг сушеных?

8. В магазин привезли арбузы. В первый день продали 25% всех арбузов, во второй 65% арбузов, а остальные 50 кг арбузов в третий день. Сколько всего килограммов арбузов привезли в магазин?
9. В классе 30 человек, из них девочек – 8. Сколько процентов мальчиков в классе?
10. После снижения цены на товар на 30% он стал стоить 4200рублей. Найдите его первоначальную цену.
11. Пластиковый конструктор состоит из 500 деталей. 12% этих деталей гайки. Сколько гаек в металлическом конструкторе?
12. 1% процент книги, которую читал Сережа, составляет 4 страницы. Сколько страниц осталось прочитать Сереже, если он уже прочитал 30%?
13. Количество сливок, получаемых из молока, равно 21%. Сколько сливок получиться, если использовать 50 литров молока?
14. В книге 3 главы. Число страниц в первой главе составляет 20% всей книги, число страниц второй главы – 45% книги, а в третьей 80 страниц. Сколько страниц в книге?
15. Цена на туфли выросла на 30%. Сколько стоят туфли теперь, если раньше они стоили 4100руб?
16. Банкомат берет 3% от положенной в него суммы денег. Сколько денег положить в банкомат, чтобы на счету оказалось 876 рублей?
17. В школе 800 учеников. Из низ 120 человек приняли участие в соревнованиях. Сколько процентов всех учеников школы приняло участие в соревновании?
18. В саду росли сливы и груши. Если сорвать 50% всех сливы и 25% всех груш, то и тех и других окажется поровну. Сколько растет в саду слив и сколько груш, если их всего 360 штук?
19. Цена на товар увеличилась на 15%. На сколько % ее теперь надо снизить, чтобы вернуть начальную цену?

20. После увеличения стоимости брюк на 5% они стали стоить 2310руб. Какова была их начальная стоимость?

Нахождение величины из формулы

Формула – это правило вычисления одной величины через другие, записанное при помощи их буквенных обозначений. Иногда для решения задач необходимо вывести неизвестную величину из формулы. Для этого существуют несколько правил. Формулы можно преобразовывать по правилам математики. Рассмотрим примеры. В левой колонке таблицы вы видите исходные формулы. В средней и правой колонке каждая из формул преобразована так, что «выражена» нужная величина.

$a = b * c$	$b = \frac{a}{c}$	$c = \frac{a}{b}$
$a = \frac{b}{c}$	$b = a * c$	$c = \frac{b}{a}$
$a = b + c$	$b = a - c$	$c = a - b$
$a = b - c$	$b = a + c$	$c = b - a$

Например, найдите m из равенства $F = ma$, если $F = 84$ и $a = 12$.

Решение: $m = \frac{F}{a} = \frac{84}{12} = 7$

Задания для самостоятельной работы

1. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \times n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец.
2. Среднее геометрическое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 12, 18, 27.
3. Площадь ромба можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$, где $d_1 d_2$ – диагонали ромба. Пользуясь этой формулой, найдите диагональ d_1 , если диагональ d_2 равна 30 м, а площадь ромба 120 м^2.

4. Найдите m из равенства $E = \frac{mv^2}{2}$, если $v = 4, E = 80$.
5. Найдите x из равенства $f = kx$, если $f = 17, k = 0{,}2$.
6. Найдите h из равенства $E = mgh$, если $g = 9{,}8,\ m = 5, E = 4{,}9$.
7. Среднее геометрическое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 4, 18, 81.
8. Площадь ромба можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2$, где d_1d_2 – диагонали ромба. Пользуясь этой формулой, найдите диагональ d_1 , если диагональ d_2 равна 50 м, а площадь ромба 150 м^2.
9. Найдите h из равенства $E = mgh$, если $g = 9{,}8,\ m = 15, E = 44{,}1$.
10. Найдите m из равенства $E = \frac{mv^2}{2}$, если $v = 10, E = 225$.
11. Найдите m из равенства $E = \frac{mv^2}{2}$, если $v = 5, E = 35{,}5$.
12. Найдите x из равенства $f = kx$, если $f = 47, k = 0{,}4$.
13. Найдите x из равенства $f = kx$, если $f = 32, k = 0{,}8$.
14. Среднее геометрическое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 5, 25, 27.
15. Среднее геометрическое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 12, 18, 27.
16. Среднее геометрическое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 4, 18, 64.
17. Среднее геометрическое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 7, 14, 28.
18. Найдите h из равенства $E = mgh$, если $g = 9{,}8,\ m = 5,\ E = 4{,}9$.
19. Найдите h из равенства $E = mgh$, если $g = 9{,}8,\ m = 2,\ E = 8$.
20. Площадь ромба можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2$, где d_1d_2 – диагонали ромба. Пользуясь этой формулой, найдите диагональ d_1 , если диагональ d_2 равна 20 м, а площадь ромба 220 м^2.

Решение уравнений

Корнем уравнения называется значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство. В общем виде уравнение с одной переменной можно записать как $f(x) = g(x)$, т.е. как равенство, которое может (но не обязано) содержать в обеих частях переменную x.

Алгебраические уравнения. Уравнения вида $f(x) = 0$, где $f(x)$ – многочлен одной переменной, называются алгебраическими уравнениями. Многочленом называется выражение вида $f_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$.

Алгоритм решения:

1. Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.
2. Заменить данное уравнение уравнением с целыми коэффициентами, умножив его на общий знаменатель.
3. Попытаться решить полученное уравнение с целыми коэффициентами.
4. Исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.
5. Записать ответ.

Например:

$$4x - 15 = x + 15$$

$$4x - x = 15 + 15$$

$$3x = 30$$

$x = 30$ – корень уравнения

Уравнение вида $ax = b$, где a и b – некоторые числа, называется линейным уравнением. Решение многих уравнений сводится к решению линейных уравнений.

Примеры линейных уравнений: $4(\mathrm{x} + 7) = 3 - \mathrm{x}$; $4\mathrm{x} = 12$.

Квадратные уравнения. Квадратным уравнением называется уравнение вида $\mathrm{ax}^2 + \mathrm{bx} + \mathrm{c} = 0$, где x – переменная , $\mathrm{a, b, c}$ – некоторые числа , причём $\mathrm{a} \neq 0$. Число корней уравнения зависит от знака дроби $\frac{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}{4\mathrm{a}^2}$. Так как

$a \neq 0,$ то $4a^2$ − положительное число, поэтому знак этой дроби определяется знаком её числителя, т. е. выражения $b^2 - 4ac$. Это выражение называют дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Его обозначают буквой D, т. е. $D = b^2 - 4ac$. Уравнение имеет 2 корня:

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$.

При решении квадратного уравнения целесообразно поступать следующим образом:

1. Вычислить дискриминант и сравнить его с нулем;
2. Если дискриминант положителен или равен нулю, то воспользоваться формулой корней, если дискриминант отрицателен, то записать, что корней нет.

Например, $12x^2 + 7x + 1 = 0$

Решение:

1. Находим дискриминант: $D^2 = 7^2 - 14 * 2 * 1 = 1, D > 0$.
2. Применяем формулу корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{24}$$

Ответ: $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -\frac{1}{4}$.

В уравнениях типа $2x + 5 = 3(9 - x)$ или $\frac{x-4}{2x+1} = \frac{x-9}{x}$ левая и правая части являются рациональными выражениями. Такие уравнения называют *рациональными уравнениями*. Рациональное уравнение, в котором левая и правая части являются целыми выражениями, называют *целым*. Рациональное уравнение, в котором левая и правая часть является дробным выражением, называют *дробным*.

Например, $\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{4-x}{x^2+2x}$.

Преобразуем $\frac{2}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x-2)} = \frac{4-x}{x(x+2)}$.

Приводим к общему знаменателю $x(x-2)(x+2)$.

$$2x - (x + 2) = (x - 2)(4 - x)$$

$$2x - x - 2 = 4x - x^2 - 8 + 2x$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2, x_2 = 3.$$

Если $x = 2,$ то $x(x-2)(x+2) = 0;$ если $x = 3,$ то $x(x-2)(x+2) \neq 0.$

Ответ: 3.

Задания для самостоятельной работы

1. $\frac{x}{5} = 3\frac{4}{5}$
2. $(3x+1)^2 = (3x-4)^2$
3. $\sqrt{5x+46} = 11$
4. $5\frac{12}{25} = 2\frac{x}{25}$
5. $\frac{x^2+2x}{x+4} = \frac{8}{x+4}$
6. $\frac{x}{17} = 7\frac{1}{17}$
7. $\sqrt{54+3x} = x$
8. $(7x-3)^2 = (7x+3)^2$
9. $\frac{x^2-6}{x-3} = \frac{x}{x-3}$
10. $-\frac{3}{12}x = 3\frac{6}{12}$
11. $-\frac{15}{22}x = 5\frac{5}{11}$
12. $\sqrt{\frac{5x+39}{16}} = 0{,}5$
13. $\sqrt{66-5x} = -x$
14. $\frac{x}{21} = 1\frac{4}{3}$
15. $\frac{x-4}{x} = \frac{2x+10}{x+4}$
16. $\frac{x}{-35} = 12\frac{3}{7}$

17. $\frac{x}{5} = 3\frac{4}{5}$

18. $\sqrt{4 \times x + 48} = 8$

19. $\frac{10}{x} = \frac{7-x}{1}$

20. $\frac{x}{6} = 2\frac{5}{36}$

21. $\sqrt{59 - 11x} = 9$

22. $5\frac{5}{18} = \frac{x}{12}$

23. $\frac{x}{5} = 3\frac{1}{4}$

24. $\frac{1}{3} = \frac{1}{4x-7}$

25. $\sqrt{20 - 4x} = 2$

26. $\frac{x}{15} = 8\frac{7}{12}$

Округление

Правило округления числа до целого: Чтобы округлить число до целого (или округлить число до единиц), надо отбросить запятую и все числа, стоящие после запятой. Если первая из отброшенных цифр 0, 1, 2, 3 или 4, то число не изменится. Если первая из отброшенных цифр 5, 6, 7, 8 или 9, предыдущую цифру нужно увеличить на единицу. Например,

$$12{,}4 \approx 12$$

$$3{,}8 \approx 3$$

В обменном пункте 1 таиландский бат стоит 2 рубля 20 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на баты. После обмена они купили в магазине 2 кокоса по 28 бат за штуку. Найдите, сколько рублей было потрачено на эту покупку? Ответ округлите до целого числа.

Решение. Находим стоимость 2 кокосов $2 \times 28 = 56$ бат. Переводим баты в рубли $56 \times 2{,}2 = 123{,}2 \approx 123$ рубля.

Задания для самостоятельной работы

1. Показания счётчика электроэнергии 1 января составляли 19,65219652 киловатт-часов, а 1 февраля – 19,80119801 киловатт-часов. По текущему тарифу стоимость 1 киловатт-часа электроэнергии составляет 3 рубля 50 копеек. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за январь месяц?
2. В доме, в котором живёт Антон, 12 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находятся по 3 квартиры. Определите, в каком подъезде живет Антон, если номер его квартиры 114.
3. Для приготовления теста на 1 кг муки требуется 13 г сухих дрожжей. Сухие дрожжи продаются в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пакетиков сухих дрожжей нужно купить для приготовления теста из 3 кг муки?
4. Ручка стоит 5 рублей 30 копеек. Какое наибольшее количество ручек можно купить на 65 рублей?
5. Лимонад стоит 58 рублей 70 копеек. Какое наибольшее количество бутылок лимонада можно купить на 1649 рублей?
6. Роза стоит 85 рублей. Из какого наибольшего числа роз получится составить букет на подарок Свете, если у Пети 1550 рублей?
7. Для соуса на 1 кг томатной пасты требуется 30 г. специй. Специи продаются в пакетиках по 18 г. Какое наименьшее число пакетиков специй нужно купить для приготовления соуса из 5 кг томатной пасты?
8. Максим собирается подарить своей маме букет из тюльпанов. Стоимость 1 штуки составляет 22 рубля. У Максима 965 рублей. Какое количество тюльпанов сможет купить Максим, если на подарок необходимо нечетное количество цветов?
9. Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 710 рублей в воскресенье?

10. Для приготовления брусничного варенья на 1 кг брусники требуется 1,4 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 25 кг брусники?
11. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 750 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 3 недели?
12. Батончик стоит 72 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за 5 батончиков, покупатель получает два в подарок. Сколько батончиков можно получить на 1202 рубля в воскресенье?
13. Необходимо распечатать книги объемом 75 страниц в 1700 экземплярах. Сколько потребуется пачек бумаги для распечатки, если в каждой пачке 250 листов?
14. Для приготовления сгущенки на 1 л молока требуется 1,7 кг сахара. Сахар продаётся в упаковках по 900 г. Какое наименьшее число упаковок сахара нужно купить для приготовления сгущенки из 29 л молока?
15. У Вани 28 рублей. Какое максимальное количество стикеров сможет приобрести Ваня, если стоимость одного стикера составляет 1 руб 30 копеек?
16. В доме, в котором живёт Ирина, 6 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находятся по 3 квартиры. Определите, в каком подъезде живет Ирина если номер её квартиры 54.
17. Упаковка 0,5 кг мороженого стоит 317 рублей. Сколько кг мороженного сможет купить Женя, если у него 1812 рублей?
18. Для приготовления ежевичного варенья на 1 кг ежевики требуется 2,3 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 14 кг ежевики?

19. Мише нужно подписать 1095 конвертов. В день Миша подписывает 24 письма. Сколько дней потребуется Мише, чтобы подписать все конверты?
20. В доме, в котором живёт Илья, 25 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находятся по 7 квартиры. Определите, в каком подъезде живет Илья, если номер его квартиры 538.
21. Роза стоит 198 рублей. Из какого наибольшего числа роз получится составить букет на подарок Лизе, если у Степы 850 рублей?
22. Для приготовления джема на 1 кг ягод требуется 2 кг сахара. Какое наименьшее число килограммовых упаковок сахара нужно купить для приготовления джема из 14 кг ягод?
23. Книга состоит из 54 страниц. Учителю нужно распечатать 30 экземпляров. Сколько пачек бумаги потребуется для распечатки, если в пачке 20 листов?
24. Булочка стоит 12 рубля 70 копеек. Какое максимальное количество булочек сможет купить Коля, если у него 82 рубля?
25. Для приготовления маринада для засолки на 1 литр воды требуется 7 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 12 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 48 литров маринада?

Задания, направленные на определение вероятности событий

Вероятностью события А называется дробь $P(A) = m/n$, в числителе которой стоит число m элементарных событий, благоприятствующих событию A, а в знаменателе n – число всех элементарных событий. Таким образом, чтобы решить задачу нужно подсчитать число благоприятствующих и число всех возможных элементарных событий. Элементарные события (исходы, испытания) попарно несовместимы и равновозможны. «Попарно несовместимы» означает, например, что один человек не может одновременно ехать в двух автобусах. Не являются «равновозможными», например, встречи на улице с динозавром и собакой.

Рассмотрим пример. На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

Решение. Если "остальные места неудобны", то удобны именно упомянутые 12 + 18 = 30 мест.

Пассажиру В. может достаться одно любое место из 300 мест в самолёте, значит всего возможных событий $n = 300$. Но "благоприятствующими" будут только те из них, когда пассажир В. попал на удобное место, таких событий, как и мест, $m = 30$.

$$P(A) = 30/300 = 0,1.$$

Ответ: 0,1

Задания для самостоятельной работы

1. В группе туристов 30 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.
2. Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?
3. В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.
4. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.

5. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.
6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 - из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.
7. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.
8. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений - по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?
9. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
10. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
11. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность

того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

12. Найти вероятность того, что при бросании двух игральных костей в сумме выпадет:

    а) пять очков; б) не более четырёх очков; в) от 3 до 9 очков включительно.

13. Найти вероятность того, что при броске двух игральных костей произведение очков:

    а) будет равно семи; б) окажется не менее 20; в) будет чётным.

14. В лифт 20-этажного дома на первом этаже зашли 3 человека. И поехали. Найти вероятность того, что:

    а) они выйдут на разных этажах; б) двое выйдут на одном этаже; в) все выйдут на одном этаже.

15. Подбрасывается 10 монет. Найти вероятность того, что:

    а) на всех монетах выпадет орёл; б) на 9 монетах выпадет орёл, а на одной – решка; в) орёл выпадет на половине монет.

Задания на чтение диаграмм

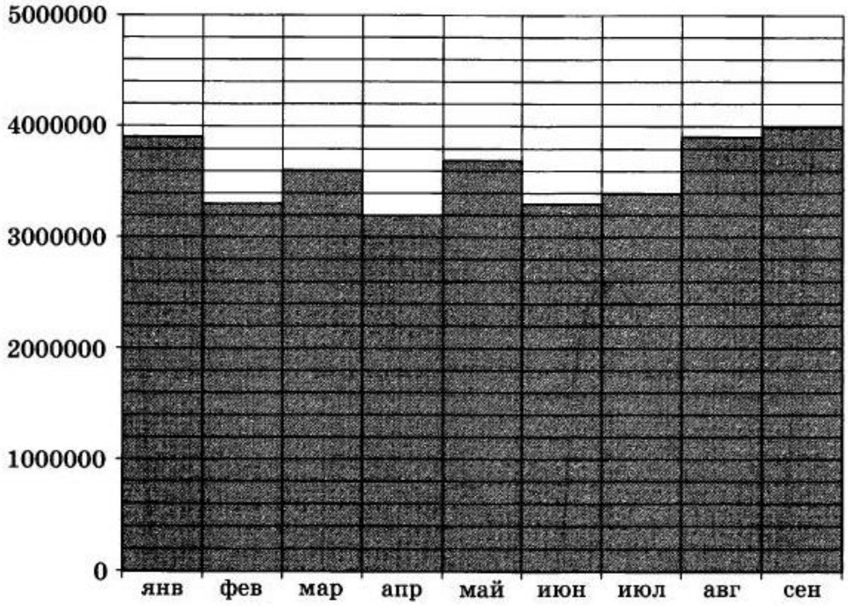
Диаграмма – изображение, наглядно показывающее соотношения между различными количествами или между значениями одной и той же величины в разные моменты времени. Для того, чтобы прочитать диаграмму необходимо:

1. Просмотреть горизонтальную ось абсцисс, чтобы определить подписи данных, график которых вы хотите построить.
2. Определить значение соответствующего «столбика» у диаграммы на оси ординат.

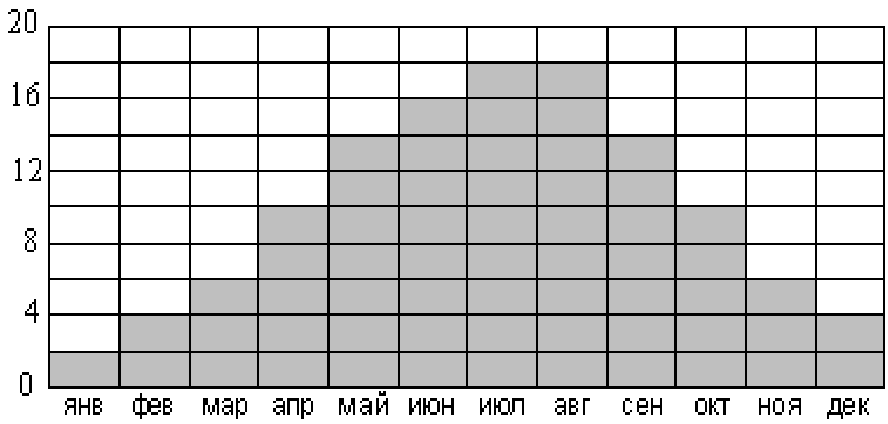
Задания для самостоятельной работы

1. На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на поисковом сайте с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – число запросов за данный месяц.

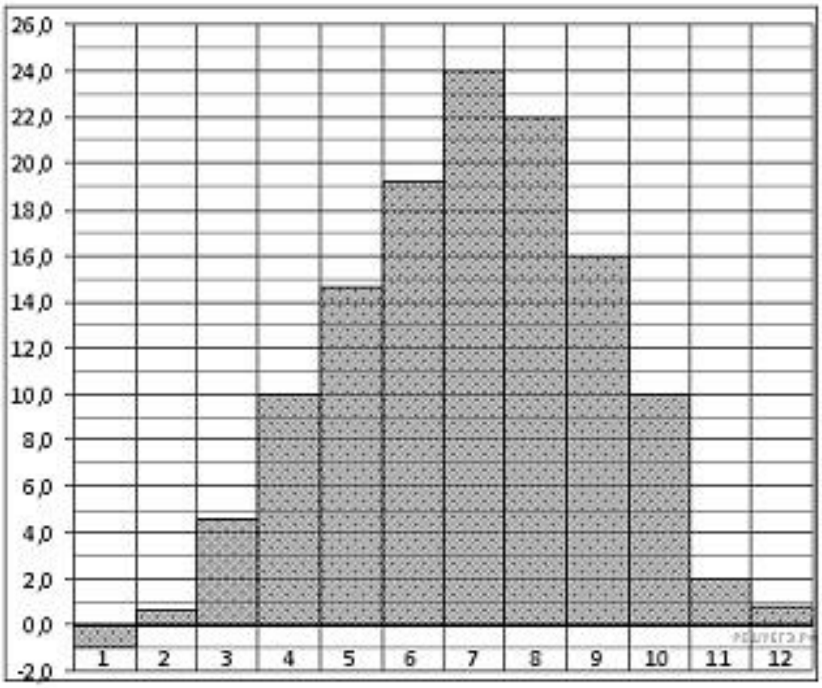
Определите по диаграмме наибольшее месячное число запросов со словом КИНО в указанный период.



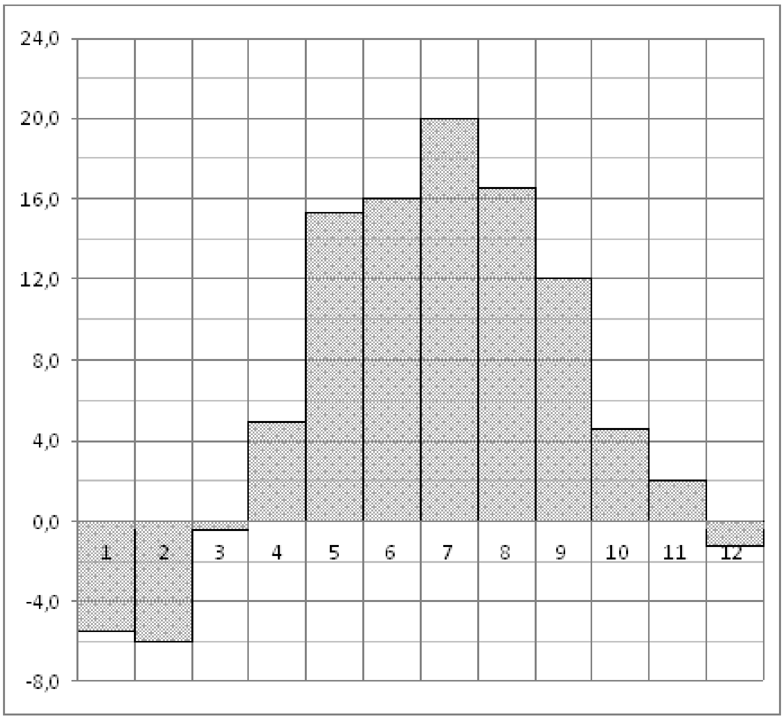
2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была равна 10 градусам Цельсия.



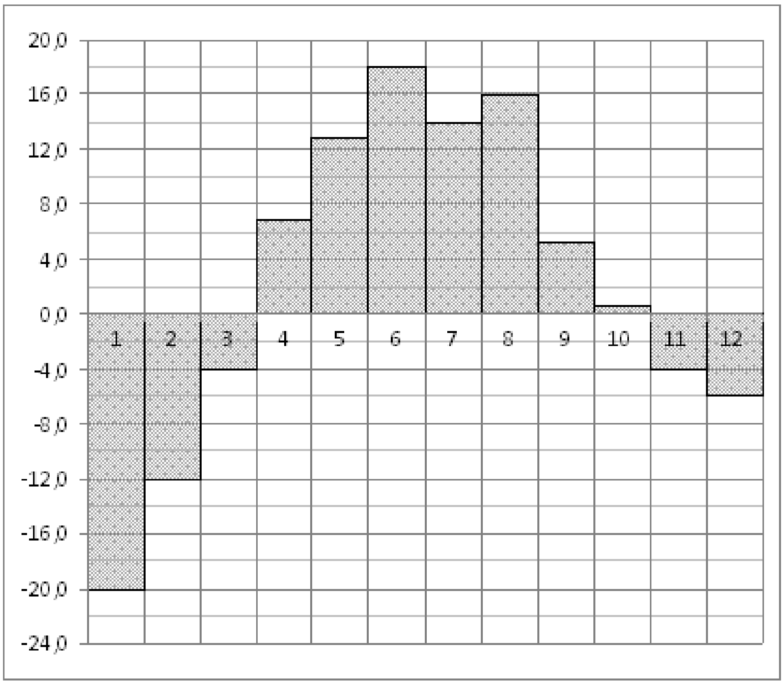
3. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 20 градусов Цельсия.



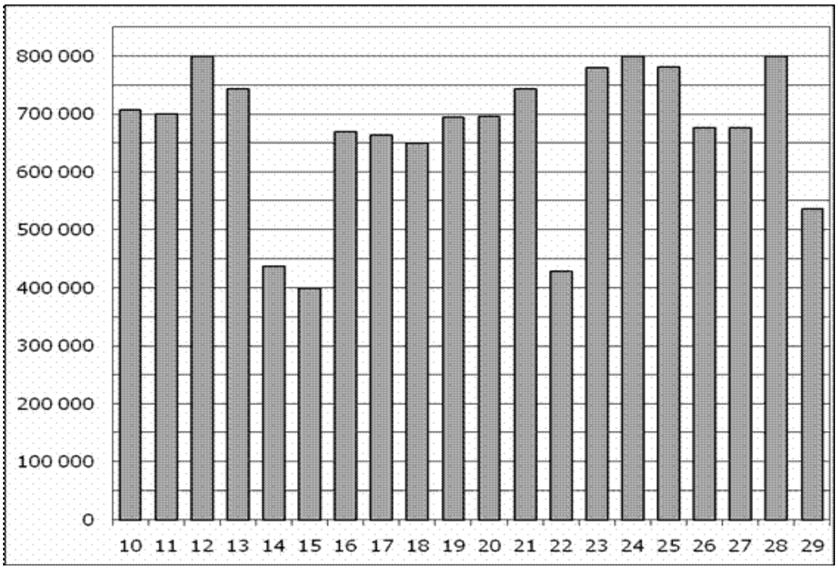
4. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



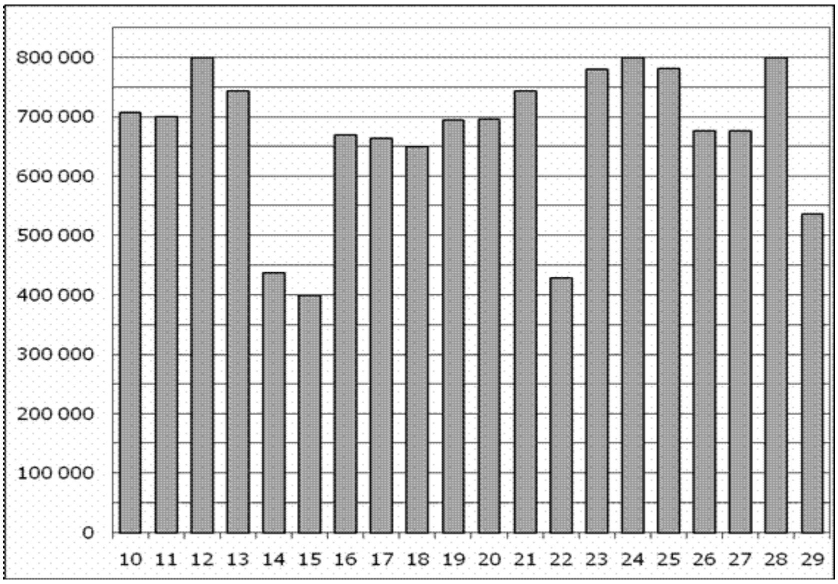
5. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



6. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта РИА Новости было наименьшим за указанный период.



7. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько раз количество посетителей сайта РИА Новости принимало наибольшее значение.



Задания, направленные на поиск оптимального выбора в таблице

Рассмотрим правила решения данных заданий на примере. В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продается в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице. Определите, в каком из салонов покупка обойдется дешевле всего (с учетом переплаты) и в ответ напишите эту наименьшую сумму в рублях.

Салон	**Цена телефона**	**Первоначальный взнос, в процентах от цены**	**Срок кредита (мес.)**	**Сумма ежемесячного платежа**
Эпсилон	9400	10	6	1580
Дельта	9500	20	12	720
Омикрон	9900	20	6	1400

Решение. Рассмотрим все варианты. При покупке в магазине Эпсилон начальный взнос составит 9400×0,1 = 940 руб. Сумма ежемесячных платежей составит 1580×6 = 9480 руб. Всего будет 940 + 9480 = 10420 руб. При покупке в магазине Дельта начальный взнос составит 9500×0,2 = 1 900 руб. Сумма ежемесячных платежей составит 720×12 = 8 640 руб. Всего будет 1900 + 8640 = 10540 руб. При покупке в магазине Омикрон начальный взнос составит 9900×0,2 = 1 980 руб. Сумма ежемесячных платежей составит 1400×6 = 8400 руб. Всего будет 1980 + 8400 = 10380 руб. Дешевле всего обойдётся в магазине Омикрон и обойдётся в 10380 рублей.

Задания для самостоятельной работы

1. В таблице указаны цены (в рублях) на некоторые продукты питания в трёх городах России (по данным на май 2014 года).

Наименование продукта	Мурманск	Рязань	Тамбов
Говядина (1 кг)	288	260	202
Подсолнечное масло (1 литр)	76	62	54
Молоко (1 литр)	63	55	53
Сыр (1 кг)	284	257	245
Рис (1 кг)	56	37	40
Картофель (1 кг)	40	34	28

Определите. в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 2 л молока, 1 кг сыра, 3 кг картофеля. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

2. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые продукты питания в трёх городах России (по данным на май 2014 года).

Наименование продукта	Хабаровск	Белгород	Сыктывкар
Говядина (1 кг)	339	235	293
Подсолнечное масло (1 литр)	77	58	69
Молоко (1 литр)	83	47	71
Сыр (1 кг)	486	301	344
Рис (1 кг)	59	41	56
Картофель (1 кг)	51	31	40

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 1 кг сыра, 2 кг риса, 4 кг картофеля. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

3. В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продается в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице. Определите, в каком из салонов покупка обойдется дороже всего (с учетом переплаты) и в ответ напишите эту наибольшую сумму в рублях.

Салон	Цена телефона	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа
Эпсилон	21 600	20	6	3600
Дельта	22 300	15	12	1860
Омикрон	24 000	20	12	1750

4. Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки с доставкой, если цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице?

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $м^3$)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия и скидки
А	2700	7000	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	5700	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2750	3000	Нет

5. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Белгород	Липецк	Новгород
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	11
Молоко (1 литр)	23	23	26
Картофель (1 кг)	10	13	11
Сыр (1 кг)	205	215	230
Мясо (говядина, 1 кг)	240	240	245
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	38

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

6. Для транспортировки 80 тонн груза на 1100 км можно использовать одного из трёх перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

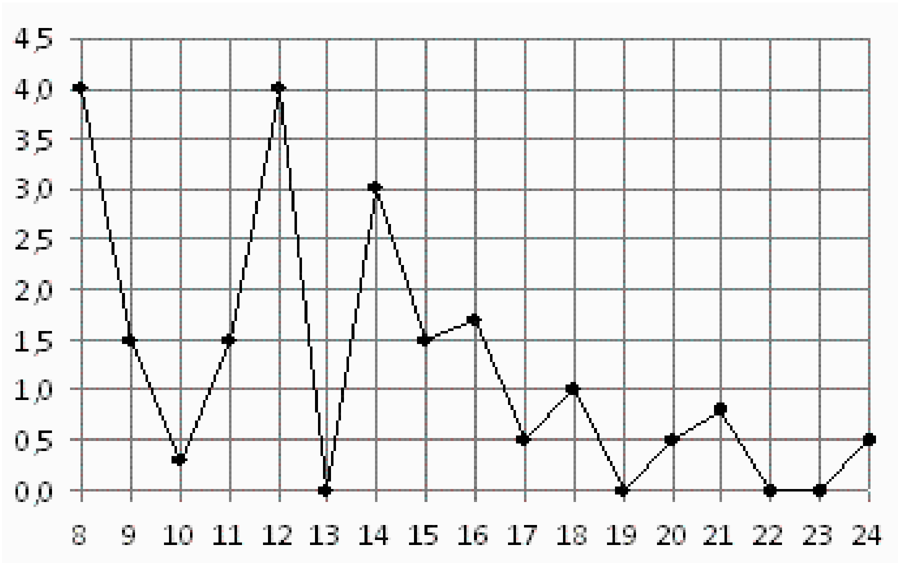
7. Маша выбирает себе меню на ужин в кафе. В таблице представлены данные о содержании белков и калорий в 100 г блюда.

Номер	Продукт	Белки (в граммах)	Калории (в ккал)
1	Сосиски молочные	11.0	266
	Говядина варёная	25.8	254
	Говядина жареная	32.7	384
	Курица варёная	25.2	170
	Хек жареный	14.3	105
	Хек отварной	18.5	95
2	Гречневая каша	3.0	101
	Рис белый варёный	2.2	116
	Картофель варёный	2.0	82
	Салат	1.2	12
3	Молоко	2.8	52
	Апельсиновый сок	0.9	36
	Чай чёрный с лимоном и сахаром	0.2	28
4	Рулет «Лимон»	6.3	311
	Арбуз	0.6	25
	Банан	1.5	89

Пользуясь таблицей, подберите меню так, чтобы в нём было по одному продукту из каждой из четырёх групп, при этом количество белка должно быть не менее 27 грамм, а калорийность не должна превышать 240 ккал. В ответе для собранного комплекта укажите полученную калорийность.

Задания, направленные на чтение графиков

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.

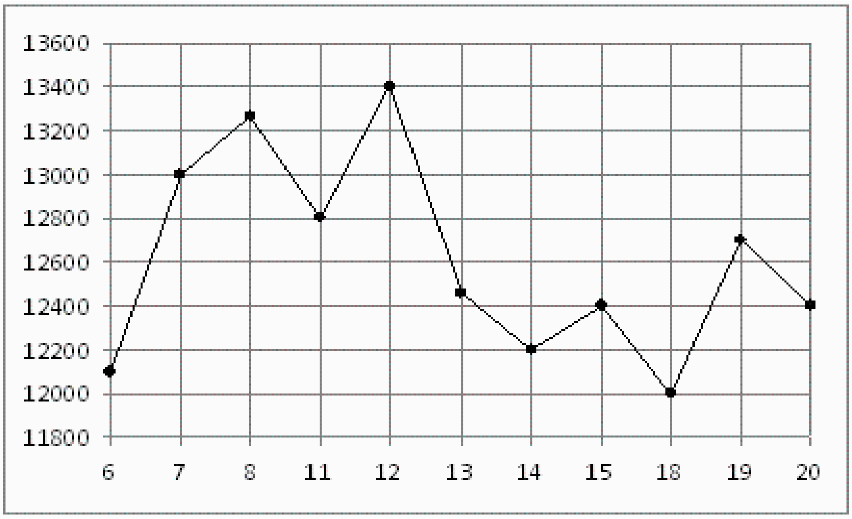


Решение: осадков не было, значит, количество осадков, выпавших в день, равен нулю миллиметрам. Таких дней в данном периоде четыре: 13-ое, 19-ое, 22-ое и 23-е. Ответ: 4

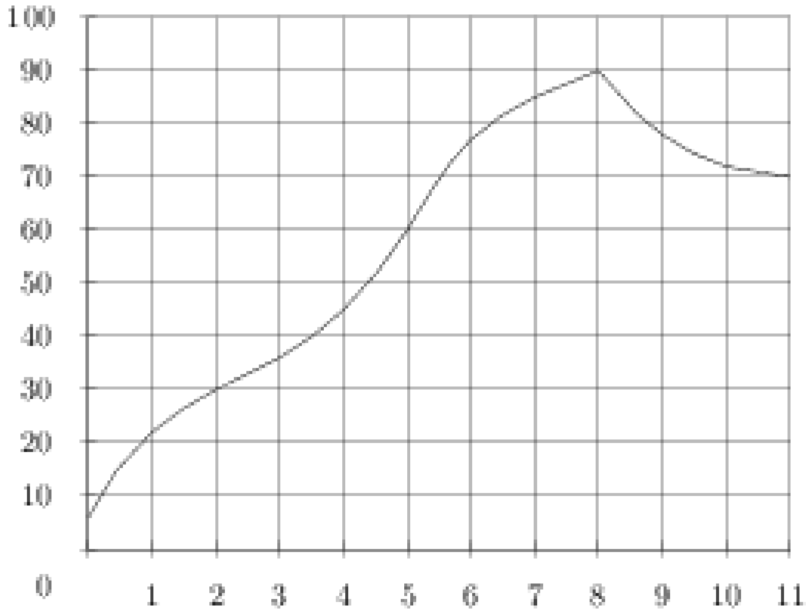
Задания для самостоятельной работы

1. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке

соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

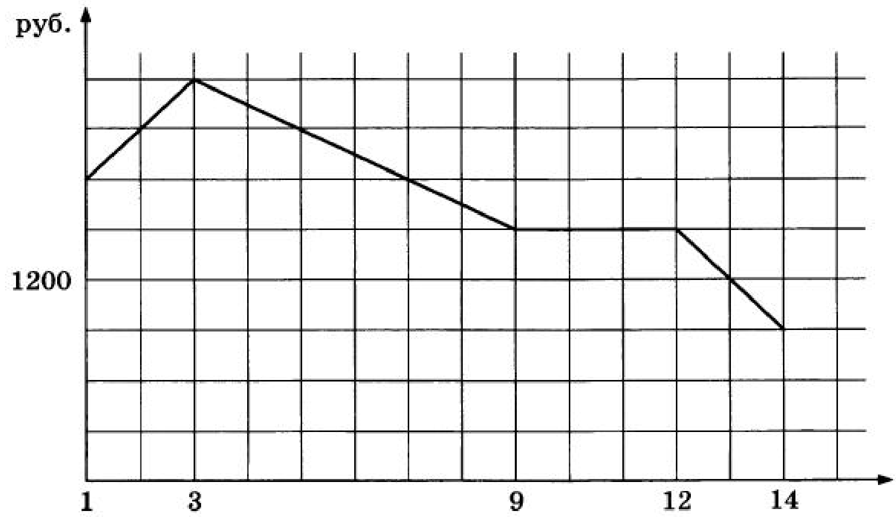


2. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, до скольких градусов Цельсия нагрелся двигатель за первые 2 минуты.

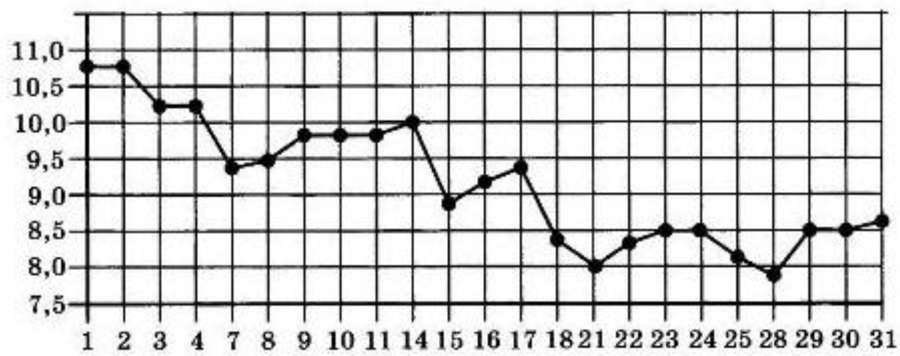


3. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании.

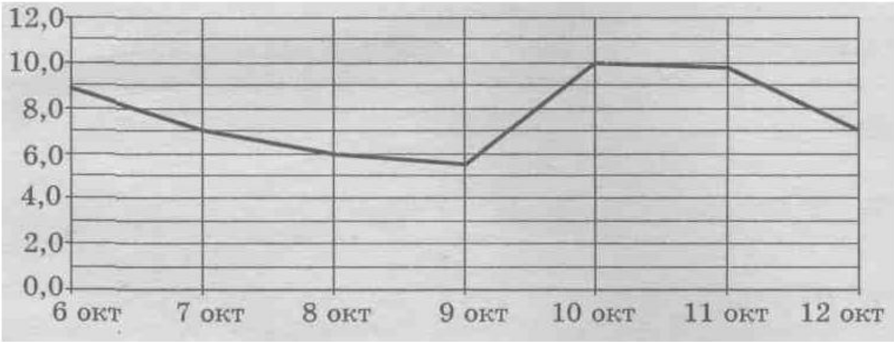
Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?



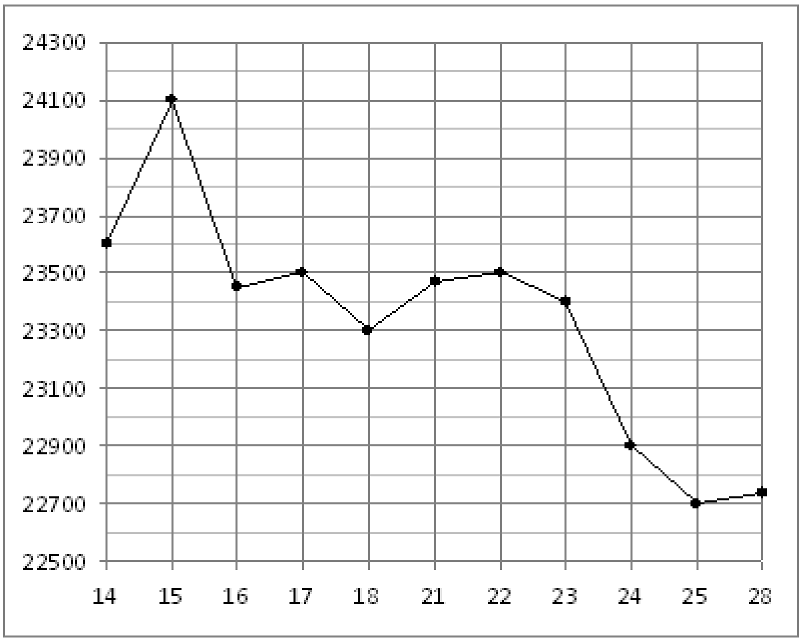
4. На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена серебра в рублях за грамм. для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена серебра была наименьшей за указанный период.



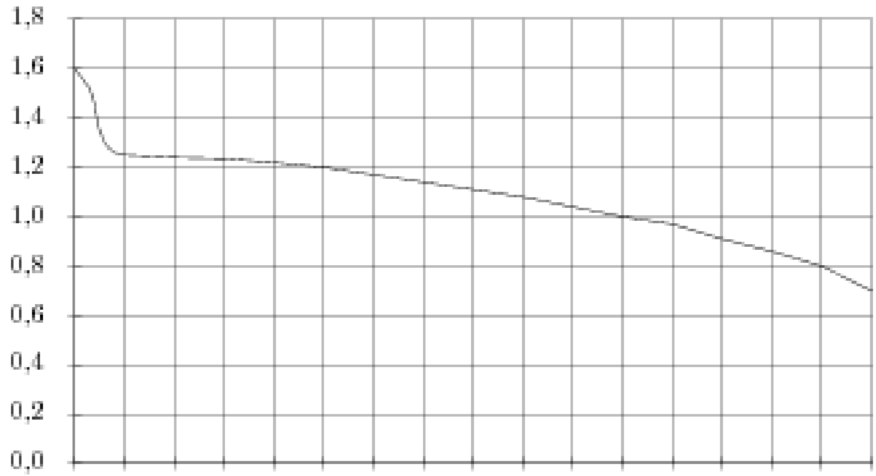
5. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат – температура в градусах Цельсия. Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



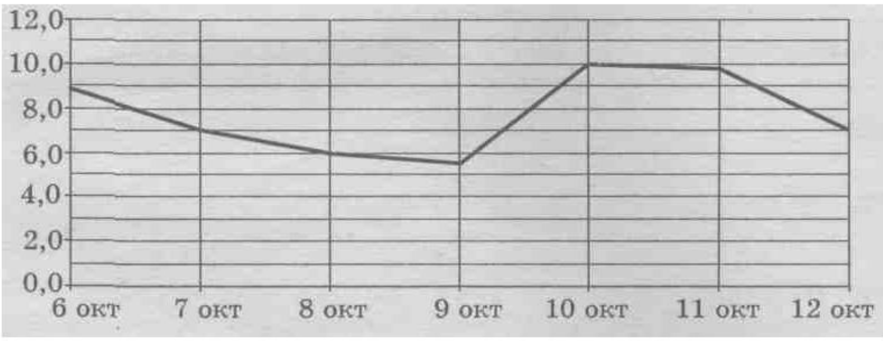
6. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 14 по 28 июля 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



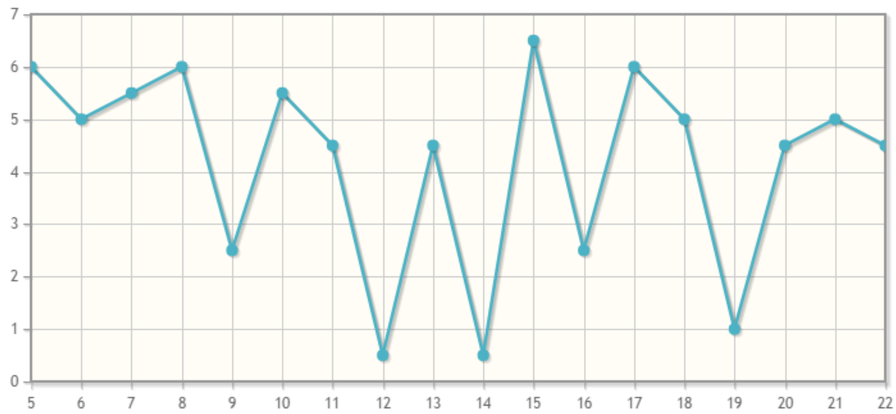
7. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



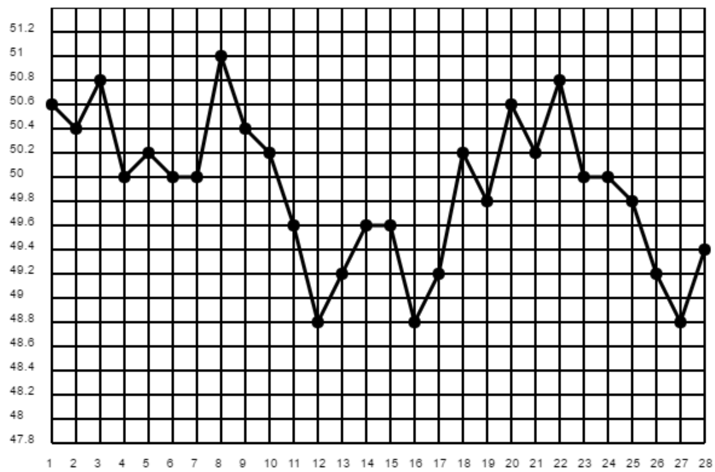
8. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 года. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.



9. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Москве с 5 по 22 августа 1997 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в последний раз выпало 6 мм осадков.



10. На графике жирными точками, для наглядности соединёнными линией, показан курс криптовалюты Bitcoin к американскому доллару, установившийся на одной из бирж в период с 1 по 28 марта 2013 года. Какого числа в последний раз достигнут минимальный курс?

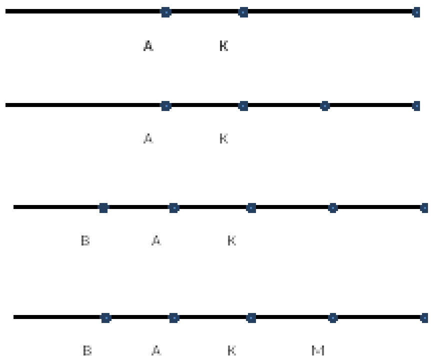


Задачи, направленные на решение простейших логических задач

Логические задачи являются оптимальным средством развития творческого мышления и эвристической деятельности школьников. Существуют разные способы формализации, как условий задачи, так и процесса ее решения: алгебраический, табличный, графический и др. Логические задачи встречаются в текстах олимпиад по математике, а также в КИМах ЕГЭ базового уровня по математике. Если в задаче имеется множество объектов и требуется установить взаимоотношение между элементами этого множества, то задачу можно решать на полупрямой.

*Пример 1***.** На вечеринку собрались четверо друзей: Аня, Вика, Миша и Коля. Коля пришел раньше Ани, но не был первым. Определите, в какой последовательности друзья приходили к месту встречи, если Вика пришла последней.

Решение. Построим модель описанной ситуации, считая обычный луч «линией времени». Условимся пришедшего на вечеринку раньше обозначать на полупрямой (первой буквой его имени) правее, пришедшего позже – левее. По порядку каждое условие отметим на полупрямой:



а) Коля пришел раньше Ани:

б) Коля не был первым, то есть кто-то из друзей опередил Колю:

в) Вика пришла последней:

г) Значит, Миша пришел раньше всех:

Ответ: Миша, Коля, Аня, Вика.

Задания для самостоятельной работы

1. В очереди в школьный буфет стоят Вика, Соня, Боря, Денис и Алла. Вика стоит впереди Сони, но после Аллы; Боря и Алла не стоят рядом; Денис не находится рядом ни с Аллой, ни с Викой, ни с Борей. В каком порядке стоят ребята?
2. При взвешивании животных в зоопарке выяснилось, что буйвол тяжелее льва, медведь легче буйвола, а рысь легче льва. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.
   - Рысь тяжелее буйвола;
   - Буйвол самый тяжелый из всех этих животных;
   - Медведь тяжелее буйвола;

- Рысь легче буйвола.

3. Перед соревнованиями по плаванию каждого из четырех участников А, Б, В, Г спросили, на какое место он рассчитывает. А сказал: «Я буду первым», Б сказал: «Я не буду последним», В сказал: «Я не буду ни первым, ни последним» и Г сказал: «Я буду последним». После заплыва оказалось, что только один из них ошибочно предсказал результат. Кто из пловцов ошибся?
4. В летний лагерь приехали отдыхать три друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из следующих фамилий: Иванов, Семенов, Герасимов. Миша – не Герасимов. Отец Володи – инженер. Володя учится в 6 классе, Герасимов учится в 5 классе. Отец Иванова – учитель. Какая фамилия у каждого из трех друзей?
5. После традиционного вечера встречи с выпускниками школы в стенгазете появилась заметка о трех наших бывших учениках. В ней было сказано, что Иван, Андрей и Борис стали учителями. Теперь они преподают разные дисциплины: один из них - математику, второй – физику, а третий – химию. Живут они тоже в разных городах: Минске, Витебске, Харькове. В заметке было также написано, что их первоначальные планы осуществились не полностью:
   - Иван живет не в Минске;
   - Андрей – не в Витебске;
   - житель Минска преподает не математику;
   - Андрей преподает не физику;
   - повезло только жителю Витебска: он преподает любимую им химию.

Можно ли по этим данным определить, кто где живет и что преподает?

6. Три товарища – Иван, Дмитрий и Степан преподают различные предметы (химию, биологию и физику) в школах Москвы, Тулы и Новгорода. О них известно следующее:

- Иван работает не в Москве, а Дмитрий – не в Новгороде;
- москвич преподает физику;
- тот, кто работает в Новгороде, преподает химию;
- Дмитрий и Степан преподают не биологию.

Какой предмет, и в каком городе преподает каждый?

7. Однажды в туристическом лагере оказались вместе пять ребят. Их имена: Леонид, Сергей, Николай, Олег и Петр. Их фамилии: Антонов, Борисов, Васильев, Дроздов и Иванов. Кроме того, известно, что Петр знаком со всеми, кроме одного. Борисов знаком только с двумя. Леонид знает только одного из всех. Дроздов и Сергей не знакомы. Николай и Иванов хорошо знают друг друга. Сергей, Николай и Олег давно знакомы между собой. Антонов знаком только с Петром.

Попробуйте по этим сведениям узнать имена и фамилии всех мальчиков.

8. 5 школьников приехали из 5 различных городов в Архангельск на областную математическую олимпиаду. «Откуда вы, ребята?» – спросили их хозяева. Вот что ответил каждый из них.

Андреев: «Я приехал из Онеги, а Григорьев живет в Каргополе».

Борисов: «В Каргополе живет Васильев. Я же прибыл из Коряжмы».

Васильев: «Я прибыл из Онеги, а Борисов – из Котласа».

Григорьев: «Я прибыл из Каргополя, а Данилов из Вельска».

Данилов: «Да, я действительно из Вельска, Андреев же живет в Коряжме».

Хозяева очень удивились противоречивости ответов приехавших гостей. Ребята объяснили им, что каждый из них высказал одно утверждение правильное, а другое ложное. Но по их ответам вполне можно установить, кто откуда приехал. Откуда приехал каждый школьник?

9. В классе 36 человек. Ученики этого класса посещают математический, физический и химический кружки, причем математический кружок посещают 18 человек, физический – 14, химический – 10. Кроме того, известно, что 2 человека посещают все три кружка, 8 человек – и

математический и физический, 5 – и математический и химический, 3 – и физический и химический. Сколько учеников класса не посещают никаких кружков?

10. Среди 150 школьников марки собирают только мальчики. 67 человек собирают марки СССР, 48 человек – Африки и 32 человека – Америки, 11 человек – только СССР, 7 человек – только Африки, 4 человека – только Америки и только Иванов собирал марки СССР, Африки, Америки. Найдите максимальное число девочек.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе рассмотрены особенности процесса обучения лиц с особыми образовательными потребностями на примере осужденных к лишению свободы.

В статье 80 Федерального закона «Об образовании» [22] регламентировано получение различных уровней образования осужденными лицами, отбывающих наказание в местах лишения свободы.

В качестве предмета исследования выбрано формирование предметных результатов при обучении математике осужденных к лишению свободы, а целью исследования стала разработка дидактических материалов для организации самостоятельной работы обучающихся на уроках математики. В процессе достижения цели исследования были решены следующие задачи:

1) Изучены правовые основы обучения осужденных к лишению свободы и особенности организации школьного обучения в пенитенциарной системе;
2) проанализированы особенности обучения осужденных к лишению свободы в муниципальном бюджетном общеобразовательном учреждении «Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа № 5» города Кунгура в исправительной колонии ИК-18;
3) проанализированы спецификация и кодификатор заданий базового уровня ЕГЭ по математике;
4) разработаны дидактические материалы для обучения математике лиц с особыми образовательными потребностями на примере осужденных к лишению свободы, которые помогут учителю в организации работы по подготовке обучающихся к сдаче ЕГЭ по математике базового уровня.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. – 10-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2009. – 399 с.
2. Алгебра и начала математического анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений / А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын и др.; под ред. А. Н. Колмогорова. – 17-е изд. М.: Просвещение, 2008. – 384 с.
3. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. – 17-е изд., доп. – М.: Мнемозина, 2013. – 175 с.
4. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений с углубленным изучением математики / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, Г. С. Сурвилло и др.; под ред. Н. Я. Виленкина. – 9-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2010, – 303 с.
5. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразовательных организаций / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. 21-е изд. – М. Просвещение, 2014. – 271 с.
6. Алгебра: учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. 12-е изд. – М. Просвещение, 2003. – 223 с.
7. Алгебра: учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. 12-е изд. – М. Просвещение, 2004. – 238 с.
8. Всеобщая декларация прав человека http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_120805/
9. Гончаров А. В. Особенности и специфика образования в местах лишения свободы // Первое сентября. Открытый урок.

http://festival.1september.ru/articles/604168/

10. Данилин Е. М., Давыдова Н. В., Семенова С. А. Реализация права осужденных на образование //Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2014. – Т. 3. – №. 1 (76).
11. Закон РФ от 21.07.1993 №5473-1 "Об учреждениях и органах, исполняющих уголовные наказания в виде лишения свободы" http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_4645/
12. Конституция Российской Федерации http://www.constitution.ru.
13. Леонова Е. Ю. Роль высшего образования в системе ресоциализации осужденного // Современные проблемы науки и образования. 2016. №2.
14. Леонова Е. Ю., Мехришвили Л. Л. Экспериментальная модель образовательной ресоциализации осужденных: адаптация зарубежного и российского опыта //Вестник Челябинского государственного университета. – 2014. – №. 24 (353)
15. Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразовательных учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шнарцбург. – 31-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2013, - 280 с.
16. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шнарцбург. – 30-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2013, - 288 с.
17. Официальный сайт МБОУ ВСОШ №5 г. Кунгура http://vsosh5-kungur.ru/
18. Официальный сайт Федерального института педагогических измерений http://fipi.ru/
19. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2017 году единого государственного экзамена по математике.
20. Строева Г. В. Интеллектуально-этическое развитие личности осужденного //М.: Акад. управления МВД России. – 2002.
21. Уголовно-исполнительный кодекс Российской Федерации

http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_12940/

22. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/
23. Яковлева М. К. К вопросу о развитии системы образования в пенитенциарных учреждениях // Известия Регионального финансово-экономического института. Электронный научный журнал. 2013. №1.
24. Ященко И. В., Семенов А. В., Высоцкий И. Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2016 года по математике.