

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 1. СРАВНЕНИЕ СВОБОДНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ И ИХ ПРИМЕНИМОСТЬ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ.....	6
1.1 Обзор программ MAXIMA, OCTAVE, SCILAB	6
1.1.1 Основные сведения о GNU Octave	7
1.1.2 Обзор Scilab	10
1.1.3 Особенности Maxima	15
1.2 Сравнительный анализ функциональных возможностей	19
1.3 О применимости математических пакетов в образовательной среде	21
ГЛАВА 2. ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА MAXIMA В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ.....	24
2.1 Графический интерфейс WxMaxima.....	24
2.2 Математический пакет Maxima в обучении решению задач высшей математики.....	25
2.2.1 Произведение матриц и нахождение обратных матриц в Maxima	25
2.2.2 Построение графиков функций, заданных различными способами,.....	29
в Maxima.....	29
2.2.3 Вычисление пределов функций в Maxima.....	34
2.2.4 Нахождение производных аналитически заданных и неявно заданных функций в Maxima.....	35
2.3 Лабораторная работа в математическом пакете Maxima с матрицами, пределами, графиками и производными функций одной переменной	37
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	40
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	43
ПРИЛОЖЕНИЕ	47
Решение заданий лабораторной работы (вариант 1)	47

ВВЕДЕНИЕ

Процесс внедрения программных и технических средств в преподавание различных дисциплин протекает интенсивно. Использование тех или иных программных продуктов в обучении студентов и старших школьников широко распространено. Проблема обеспечения наглядности математических структур играет важную роль в высшем образовании, так как усвоение фундаментальных геометрических понятий подготавливает фундамент для понимания процесса математического моделирования и овладения методами компьютерного моделирования, что в свою очередь, создает предпосылки для инновационного развития современного образования [13]. Так, например, математические пакеты, или системы компьютерной математики (СКМ), применяются в большинстве российских вузов при изучении дисциплин естественнонаучного цикла.

СКМ технически доступны для любых заинтересованных лиц. Однако остается целый ряд проблем, связанных с применением СКМ в образовательном процессе [25]. Одной из таких проблем является проблема лицензирования. В связи с относительно высокой стоимостью лицензионных копий приложений от лидеров в этой области (Mathcad, MATLAB, Maple, Mathematica), определенный интерес представляют математические пакеты распространяемые под свободными лицензиями [5]. Наиболее известны свободно распространяемые пакеты Maxima, GNU Octave, Scilab.

Объектом исследования являются свободно распространяемые математические пакеты Maxima, GNU Octave, Scilab.

Предметом исследования является применимость математических пакетов в обучении высшей математике.

Цель исследования – изучение функциональных возможностей свободно распространяемых математических пакетов в обучении высшей математике.

Для достижения цели исследования были поставлены следующие задачи:

- *подобрать* и изучить литературу по функциональным особенностям свободных математических пакетов;
- *сравнить* математические пакеты по функциональным возможностям и потенциальной применимости в образовательной среде;
- *проиллюстрировать* возможности решения ряда типовых задач высшей математики в конкретном компьютерном пакете;
- *разработать* лабораторную работу по решению задач.

Методы исследования: анализ и синтез имеющейся по данному вопросу литературы, обобщение материала по теме исследования, систематизация и сравнение информации, моделирование учебных ситуаций по использованию математических пакетов в образовательном процессе при обучении математическим дисциплинам.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы, приложения. Работа содержит 42 иллюстрации и 1 таблицу.

Во введении сформулированы актуальность темы, объект, предмет, цель, задачи исследования, приведена структура работы и краткая характеристика каждой из ее частей.

В первой главе даются трактовки основных используемых понятий, приводится обзор и сравнительный анализ по функциональным возможностям систем компьютерной математики Maxima, GNU Octave и Scilab, рассматриваются проблемы образовательной применимости систем компьютерной математики.

Во второй главе рассматриваются аспекты работы в среде wxMaxima, решения некоторых типовых задач высшей математики.

В заключении обобщены результаты работы, сформулированы выводы исследования.

Список литературы содержит 29 библиографических источников.

В приложении приведен пример решения заданий предлагаемой лабораторной работы в математическом пакете Maxima. Приложение содержит пять иллюстраций.

ГЛАВА 1. СРАВНЕНИЕ СВОБОДНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ И ИХ ПРИМЕНИМОСТЬ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

В первой главе речь пойдёт о свободно распространяемых математических пакетах, их особенностях, а также о возможности их применения в сфере образования.

Ключевые термины :

Свободное программное обеспечение (СПО, англ. *free software*) — программное обеспечение, в отношении которого права пользователя («свободы») на неограниченную установку, запуск, а также свободное использование, изучение, распространение и изменение (совершенствование) защищены юридически авторскими правами при помощи свободных лицензий [299].

Проприетарное программное обеспечение — программное обеспечение, являющееся частной собственностью авторов и не удовлетворяющее критериям свободного ПО [3]. Правообладатель проприетарного ПО сохраняет за собой монополию на его использование, копирование и модификацию, полностью или в существенных моментах.

Системы компьютерной математики – специализированные пакеты для численных расчетов, системы для моделирования, анализа и принятия решений, универсальные и специализированные пакеты графической визуализации [244].

1.1 Обзор программ MAXIMA, OCTAVE, SCILAB

Данный параграф содержит исторические сведения о математических пакетах MAXIMA, Octave и Scilab, а также описание их функционала.

1.1.1 Основные сведения о GNU Octave

У истоков разработки Octave стояли Джеймс Роулингс (James B. Rawlings) из университета Висконсин-Мэдисон и Джон Дж. Экердт (John G. Ekerdt) из университета штата Техас. Задумывался пакет Octave в 1988 году как вспомогательное программное обеспечение для курса по проектированию ядерных реакторов. Однако программный продукт вышел настолько удачным, что и математический факультет университета штата Техас использовал Octave в изучении дифференциального исчисления и линейной алгебры [28].

GNU Octave – это интерпретируемый язык для проведения математических вычислений. Octave обладает богатым инструментарием для решения задач линейной алгебры, нахождения корней нелинейных уравнений, решения дифференциальных уравнений, вычисления интегралов, решения линейных и нелинейных оптимизационных задач, построения графиков [2].

По возможностям и качеству реализации интерпретатора язык Octave можно сравнивать с языком пакета MATLAB, причём синтаксис языка Octave разрабатывался с ориентиром на совместимость с языком MATLAB.

Интерпретатор работает в режиме командной строки, однако существует ряд графических оболочек, таких как QtOctave, Xoctave и Kalculus. Имеются реализации языка и графических оболочек для интерпретатора под различные дистрибутивы GNU Linux и для ОС Windows. Далее рассматривается применение языка Octave в среде исполнения QtOctave под управлением Windows 8.1.

Рассмотрим применение QtOctave на примере нахождения корней уравнения

$$2x^3 - 11x^2 + 12x + 9 = 0 \quad (1)$$

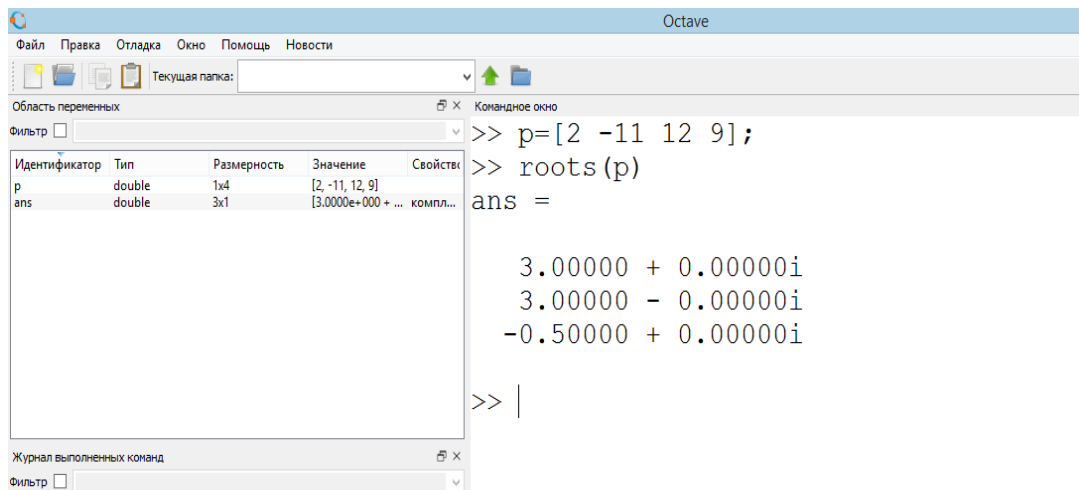


Рис. 1

(рис. 1). Как можно заметить, одним из способов задания полиномов в Octave является перечисление коэффициентов при переменных, начиная от старших степеней. Обратим внимание и на то, что программа верно нашла корни уравнения и вывела их в формате с точностью до пяти знаков, при этом в ходе решения не накопив погрешностей.

Построение поверхности

$$z(x, y) = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 y} \quad (2)$$

в Octave можно задать командой *surf()* (рис. 1.1).



Рис. 1.1

Поверхность (2) имеет вид, представленный на рис. 1.2.

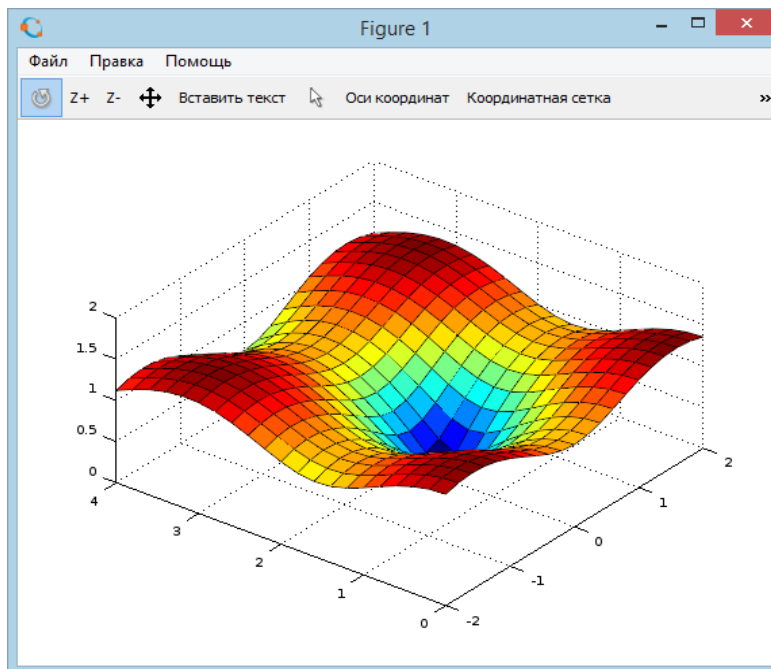


Рис. 1.2

Программирование на языке Octave позволяет решать различные математические задачи. Следующая программа вычисляет числа Фибоначчи (используется рекурсивное определение чисел Фибоначчи) с помощью подпрограммы, составляемой пользователем:

```

Редактор
Файл  Правка  Вид  Отладка  Запуск  Помощь

* <без названия>

1 function f = fib(n)
2   if (n <= 1)
3     f = n;
4   else
5     f = fib(n - 1) + fib(n - 2);
6   endif
7 endfunction
8
9 for i = 1 : 16
10  printf("%d, ", fib(i));
11 endfor
12 disp("...");

```

Рис. 1.3

Как одну из особенностей графической оболочки QtOctave можно отметить удобный встроенный редактор кода, имеющий собственный дебаггер (отладчик).

Ввод облегчен наличием всплывающих подсказок, предлагающих варианты автоматического завершения вводимой функции и справку по уже введенным функциям.

Читаемость кода поддерживается наличием маркировки структурных блоков (ветвлений, циклов и т.д.). Имеются встроенные средства автоматического форматирования вводимых программ.

Программный код, не оформленный по правилам структурного программирования, не будет выполняться, возвращая ошибку ввода.

Результат выполнения программы представлен на рис. 1.4.

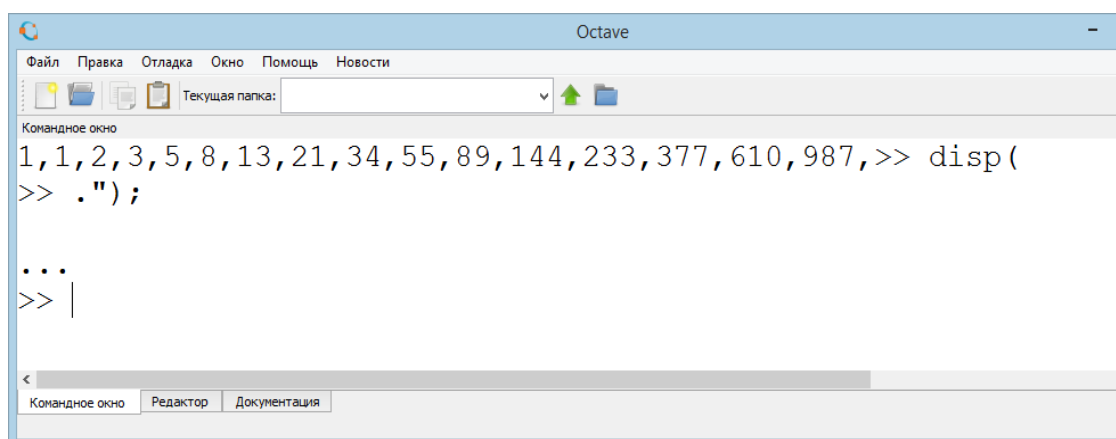


Рис. 1.4

1.1.2 Обзор Scilab

Пакет Scilab был разработан в 1994 году во Франции, в Национальном исследовательском институте информатики и автоматизации INRIA и Национальной школе ведомства ENPC. Будучи изначально проприетарным ПО, в 2003 пакет стал распространяться по измененной лицензии. С 2003 года поддержкой Scilab занимался Scilab Consortium, с 2011 – Scilab Enterprises. Пакет является кроссплатформенным – существуют реализации

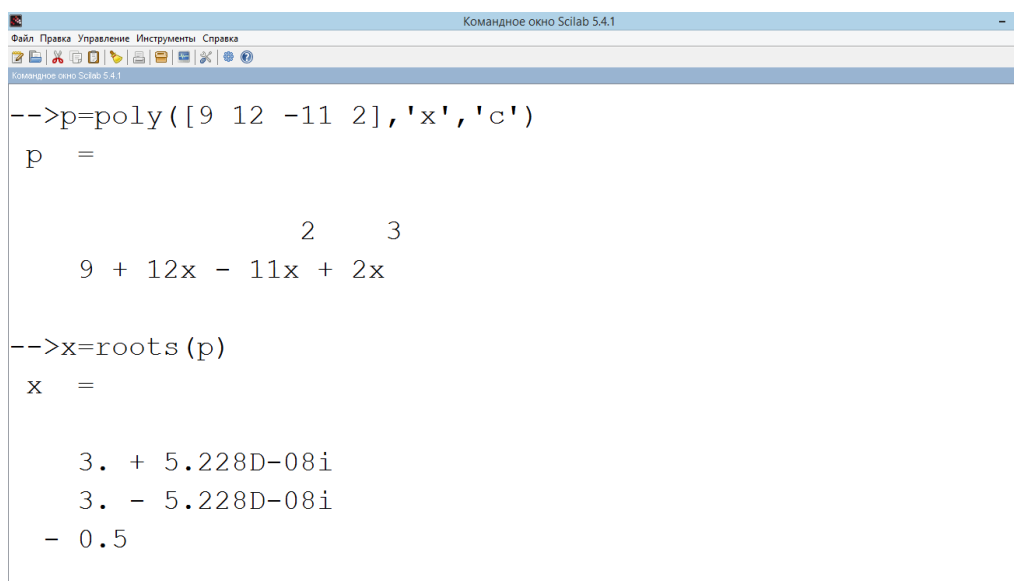
под ОС Linux и Windows (запуск пакета возможен и на системах, отличных от указанных, если для них есть реализация виртуальной машины Java).

Scilab распространяется бесплатно для некоммерческого использования на основе собственной лицензии Cecill, изначально лицензия на продукт была проприетарной [4].

Scilab – пакет числовой обработки данных. К основным функциям пакета Scilab можно отнести работу с матрицами (в том числе разреженными), решение обыкновенных дифференциальных уравнений, численное дифференцирование и интегрирование, построение двумерных и трехмерных графиков по формулам и по результатам расчетов, решение задач линейного программирования, а также возможность создания пользовательских программ.

В пакет встроена интерактивная база примеров. Одной из наиболее ценных особенностей Scilab является платформа для визуального динамического моделирования и симуляции процессов.

Найдем с помощью Scilab корни уравнения (1):



```
Командное окно Scilab 5.4.1
Файл Правка Управление Инструменты Справка
Командное окно Scilab 5.4.1

-->p=poly([9 12 -11 2], 'x', 'c')
p =

          2      3
      9 + 12x - 11x + 2x

-->x=roots(p)
x =

      3. + 5.228D-08i
      3. - 5.228D-08i
      - 0.5
```

Рис. 1. 5

Исходное уравнение (1) имеет корни $x_1 = -\frac{1}{2}, x_{2,3} = 3$, однако программа в ходе их нахождения накопила некоторую погрешность – как следствие ориентации на использование в основном численных методов, а не символьных преобразований. Полином, как и в GNU Octave, можно задать перечислением коэффициентов.

Отметим также, что язык, используемый в СКМ Scilab и язык Octave весьма схожи. Это связано с изначальной ориентацией при создании этих языков на совместимость с MATLAB [7].

Данный математический пакет обладает возможностями графического вывода во встроенном модуле построения графиков функций, различных поверхностей, изображений (как программно генерируемых, так и загруженных извне, например для пакетной обработки). Так можно описать построение поверхности, задаваемой уравнением

$$z = x^2 - y^2 \quad (3)$$

в СКМ Scilab (рис. 1.6).

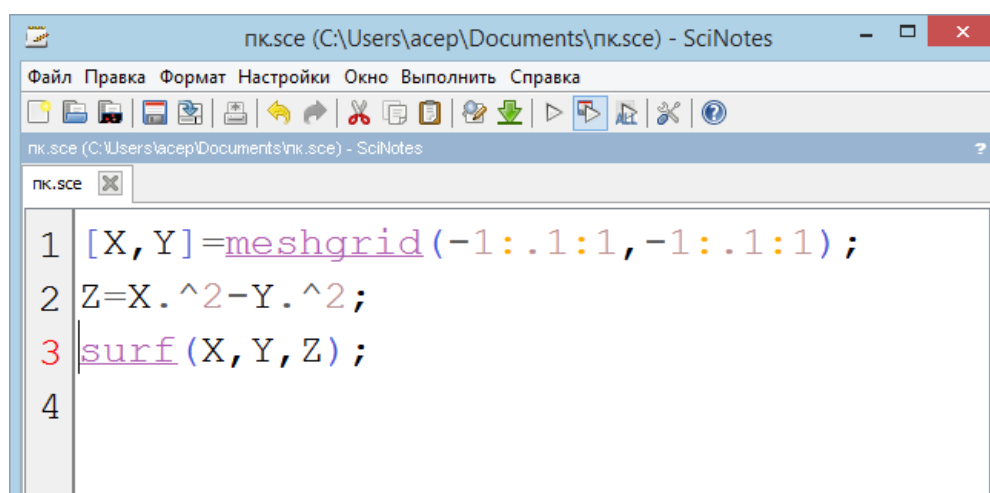


Рис. 1.6

Заметим возможность использования тех же служебных слов и схожий формат ввода, что и при использовании Octave, для построения поверхностей.

При вводе команд предлагается автоматическое завершение набираемой директивы с выбором конечного варианта в зависимости от требуемого результата, с примерами формата ввода встроенных функций для большинства наиболее распространенных примеров.

К каждой команде и встроенной функции реализована всплывающая подсказка с кратким описанием выполняемого командой действия, и полноценная подробная интерактивная справка с примерами использования команд и функций для решения различных задач.

Поверхность, задаваемая уравнением (3), является гиперболическим параболоидом (рис. 1.7).

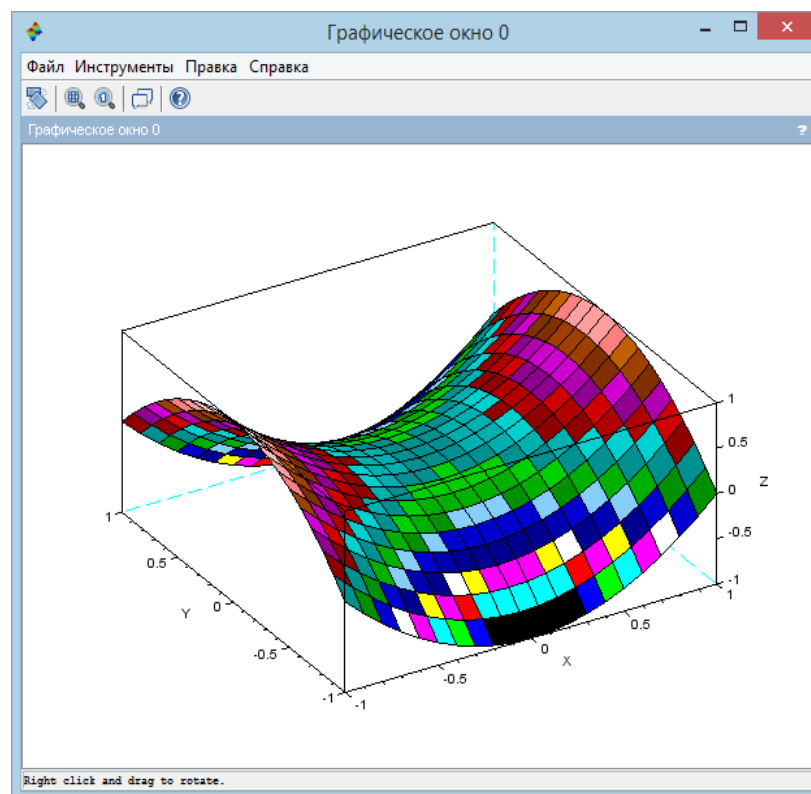


Рис. 1.7

Полученное изображение поверхности интерактивно: его можно вращать, отдалять и приближать с целью рассмотрения с разных ракурсов. Также изображение можно сохранить в графический файл или немедленно отправить на печать.

Scilab позволяет создавать интерактивные приложения с визуальным представлением и графическими элементами контроля. Вместе с пакетом поставляются примеры интерактивных моделей различных процессов и явлений: электрических цепей, резервуаров, обработчиков сигнала, систем управления, контроллеров температуры, оптимизационных моделей [26]. На рис. 1.8 изображен пример модели поведения тела, попавшего в чёрную дыру.

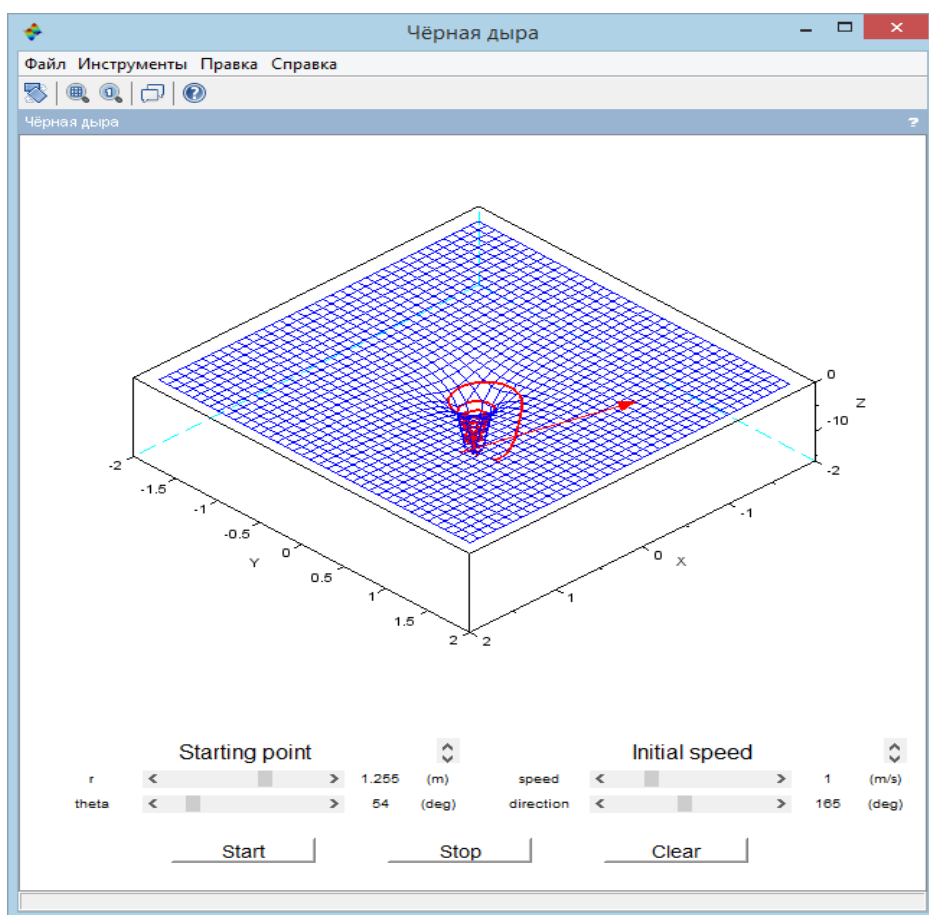


Рис. 1.8

При создании собственных модулей можно размещать на формах привычные интерфейсные элементы управления (слайдеры, кнопки и т.д.).

В российских вузах Scilab активно используется при изучении моделирования и симуляции различных процессов, например, цифровой обработки сигналов и изображений; при обучении методам вычислительной математики, решению задач оптимизации.

1.1.3 Особенности Maxima

Maxima является потомком DOE Macsyma, которая начала своё существование в конце 1960 года в MIT. Macsyma первая создала систему компьютерной алгебры, она проложила путь для таких программ как Maple и Mathematica. Главный вариант Maxima разрабатывался Вильямом Шелтером с 1982 по 2001 год. В 1998 году он получил разрешение на реализацию открытого кода на GPL [27].

Maxima — система для работы с символьными и численными выражениями. Возможности системы: действия с полиномами, вычисления с элементарными функциями, в том числе с логарифмами, экспоненциальными, тригонометрическими функциями; с эллиптическими функциями и интегралами; вычисление пределов и производных, аналитическое вычисление определённых и неопределённых интегралов, решение интегральных, алгебраических уравнений и их систем, операции со степенными рядами и рядами Фурье, с матрицами и списками, большая библиотека функций для решения задач линейной алгебры, тензоры, теория чисел, теория групп, абстрактная алгебра. Система позволяет строить графики функций и статистических данных в двух и трех измерениях.

Maxima предназначена для работы с символьными вычислениями, а не численными методами, как, например, GNU Octave. Возможности работать с численными методами в Maxima присутствуют, но, так как язык программирования в Maxima интерпретируемый, некоторые задачи могут

решаться не так быстро, как в пакетах, специально предназначенных для численного решения задач. Однако подавляющее большинство математических пакетов используют в своей основе интерпретируемые языки программирования.

Рассмотрим применение пакета Maxima в графической среде WxMaxima на примере разложения функции $\sin x$ в ряд Тейлора до двенадцатой степени:

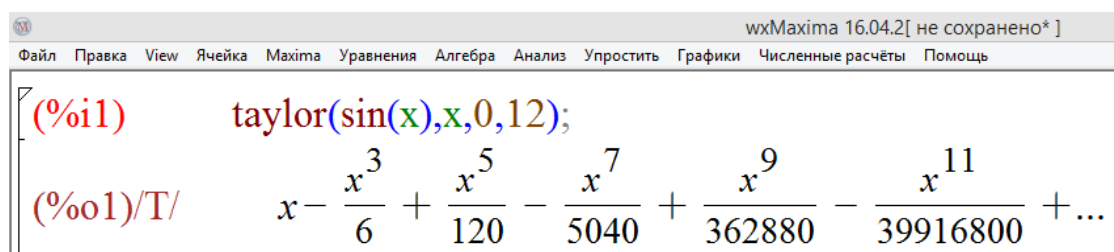


Рис. 1.9

В данной СКМ предусмотрен вывод формул в различных форматах, в том числе MathML (MS Office) и LaTeX. Также предусмотрено встраивание в различные текстовые процессоры, например, в редактор Emacs, что значительно облегчает оформление результатов вычислений [22].

Выполним перевод полученного в предыдущем примере разложения в ряд Тейлора. Для этого выделим полученный ряд, вызовем контекстное меню правой кнопкой мыши и выберем пункт Copy as MathML (рис. 1.10)

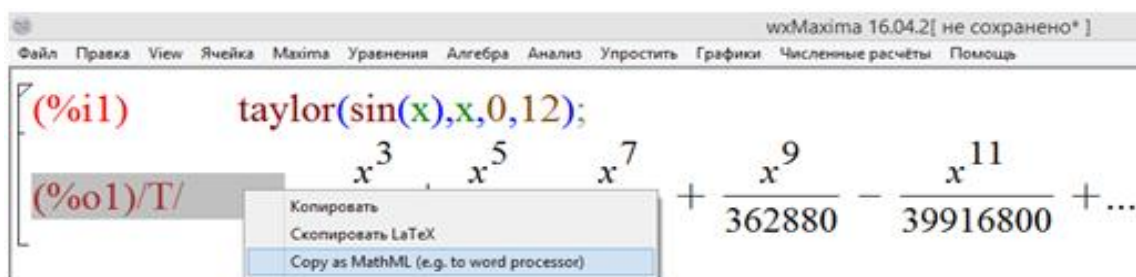


Рис.1.10

Скопированная в текстовый процессор MSWord формула будет иметь вид:

$$x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + \frac{x^9}{362880} - \frac{x^{11}}{39916800} + \dots$$

Графические возможности реализуются как встроенными средствами, так и подключаемыми модулями. Зададим построение поверхности

$$\sin^2(x) - \sin^2(y) \quad (3)$$

в подключаемом модуле Gnuplot, используя диалоговое окно построения трёхмерных графиков (рис. 1.11)

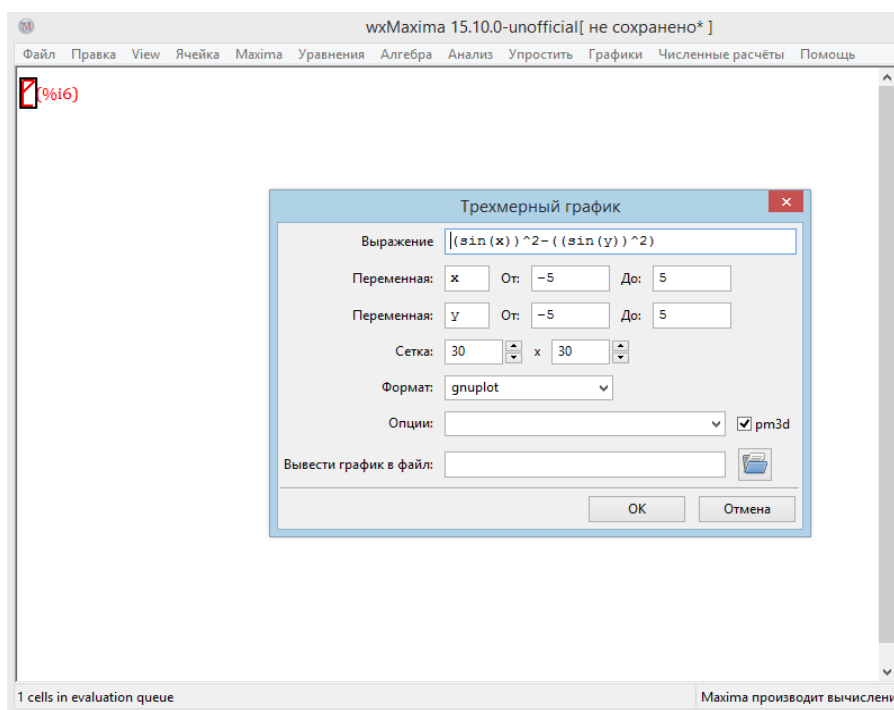


Рис. 1.11

Пользователь также имеет возможность введения поверхности путем написания скрипта на языке Maxima. После задания поверхности в окне в активной ячейке появится код, описывающий построение (рис. 1.12).

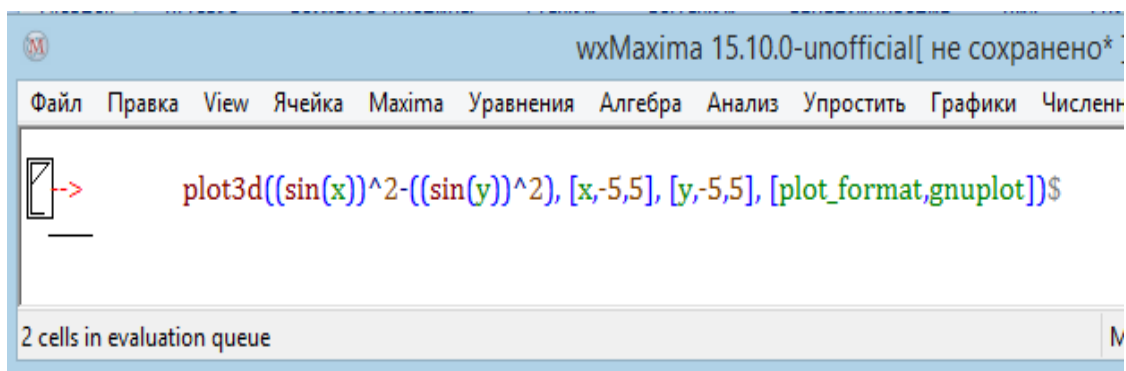


Рис 1.12

Вывод программы представлен на рис 1.13.

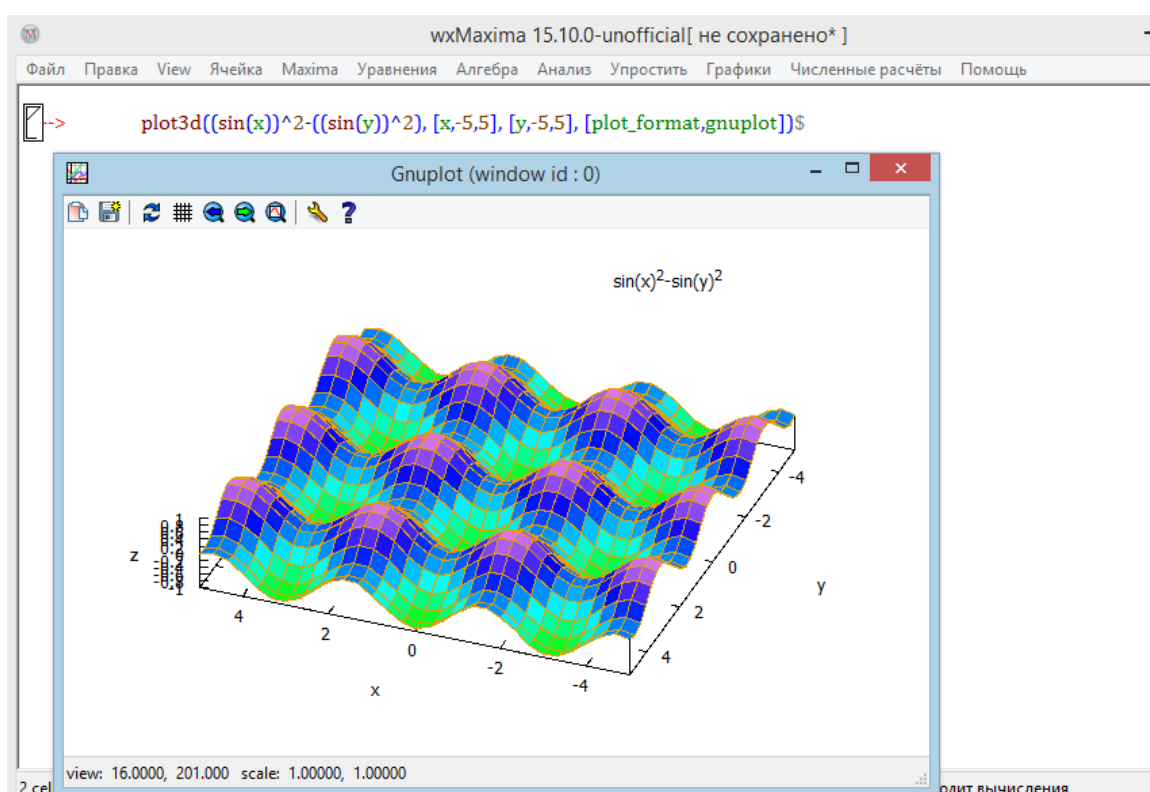


Рис. 1.13

Maxima имеет реализации на операционных системах Windows, Linux, Android. Функционал программы достаточен для применения в учебных целях. Например, при обучении приемам автоматизации сложных математических расчетов, графического представления математических объектов и зависимостей, математического моделирования, основанного на построении алгоритмов и программ.

1.2 Сравнительный анализ функциональных возможностей

Существует несколько синтетических тестов производительности математических пакетов, реализующих методы вычислительной математики. Однако в случае с пакетами, ориентированными на использование символьной математики подобные тесты неприменимы. Поэтому дальнейшее сравнение будет проводиться по функционалу и технической реализации СКМ.

Scilab – серьёзная альтернатива MATLAB по функционалу: возможности пакета достаточно обширны и, подобно MATLAB, Scilab имеет множество дополнительных модулей, расширяющих его до программного комплекса, применимого в науке.

Реализация пакета под различными ОС оставляет желать лучшего. Наибольшие нарекания вызывает визуализация. Отрисовка различных графиков занимает до нескольких минут, пользовательские графические приложения, которые являются основным преимуществом Scilab, также работают крайне медленно. Помимо этого, под управлением ОС Windows работа данной СКМ нестабильна, сопряжена со сбоями и потерей данных.

Заявленной полной совместимости с MATLAB также нет, имеется встроенный конвертер, однако полностью проблему это не решает. Из проблем вычислительного характера стоит отметить значительные погрешности при расчетах, которые частично устраняются после тщательной настройки СКМ и подключения специальных расширений. Работа с символьными выражениями ограничена скудными возможностями СКМ по данному направлению.

GNU Octave представляет собой больше платформу для программирования, нежели СКМ. Многие функции уже реализованы и достаточно просто вызываются, однако большую часть работы с приложением занимает написание программ, реализующих те или иные базовые математические алгоритмы, либо суперпозицию встроенных в СКМ

функций. Работа с символьной математикой (упрощение выражений и т.п.) возможна только после подключения соответствующих расширений и сильно ограничена несложными задачами. Встроенных средств отрисовки графики в различных реализациях Octave нет, а отрисовка с использованием внешних программных компонент (например, Gnuplot) занимает от минуты (в зависимости от сложности объекта). Можно отметить нестабильность работы конкретных реализаций, несмотря на возраст пакета.

Однако у пакета есть и ряд преимуществ. Как вспомогательное средство при проведении численных расчетов, Octave составляет конкуренцию платным СКМ – множество различных методов вычислительной математики реализовано как стандартные функции языка.

Maxima представляет собой достаточно удобный для проведения расчетов и математических преобразований инструмент. Хотя основной акцент при разработке делался на символьные преобразования, в СКМ встроены некоторые методы вычислительной математики. Поддержка последних расширяется с помощью пакетов дополнений, хотя скорость вычислений будет незначительно уступать скорости вычислений в Scilab и MATLAB. Возможности символьной математики очень широки, а их точность подтверждена более чем двумя тысячами тестов, доступных для СКМ. Работа с уравнениями (в том числе и с дифференциальными), матрицами, многочленами и функциями реализована через удобные окна для ввода исходных данных. Всё перечисленное позволяет быстро освоить Maxima для использования в практических целях. Есть также возможность писать собственные функции.

Совместимость с MATLAB реализована на высоком уровне (в данном случае, при разработке системы MATLAB ориентировались на совместимость с MAXIMA), кроме того, если после использования Maxima потребуется переход на MATLAB или Maple, данный переход не будет сопряжен с трудностями освоения в новой программной среде.

К минусам относят более скудный по сравнению с платными аналогами интерфейс и ориентацию в основном на математическое применение данной СКМ. Можно отметить традиционно неполный перевод интерфейса программы.

Для наглядности выводов отобразим перечисленные свойства в Таблице 1.

Таблица 1

Название	Scilab	Octave	Maxima
Лицензия	Бесплатно для некоммерческого использования	GPL	GPL
Доступность расширений	+	+	+
Совместимость с MATLAB	-	+	+
Символьные вычисления	-	-	+
Кроссплатформенность	+	+	+

1.3 О применимости математических пакетов в образовательной среде

У свободных программ есть следующие преимущества перед коммерческим ПО [8]:

большая надежность и защищенность свободных программ (ошибки в свободных программах исправляются намного быстрее, чем в коммерческих);

возможность неограниченного использования, распространения и модификации программ; тестируются и используются самые современные компьютерные технологии;

использование помощи сообщества разработчиков и пользователей программы.

Одной из проблем применимости математических пакетов является проблема качества усваиваемых обучающимися знаний и умение их применять в свете доступности СКМ. Как показывает практика, зачастую старшеклассники и студенты младших курсов, самостоятельно освоив СКМ для решения тех или иных задач, не в полной мере овладевают техникой их решения без привлечения программных и технических средств. Целенаправленное внедрение в образовательные программы курсов по использованию СКМ призвано снять эту проблему или, по крайней мере, минимизировать её.

Для того, чтобы обучающиеся получили в виде СКМ средство проверки полученных результатов, средство моделирования тех или иных процессов, наглядное учебное пособие и средство мотивации познавательной деятельности, курсы должны быть связаны с другими дисциплинами образовательной программы, не опережая их в подаче материала, служить для закрепления и более глубокого усвоения пройденного. Учебные курсы по применению СКМ должны предусматривать проектную деятельность обучающихся, ознакомление с возможностями оформления документации с помощью СКМ.

Из выбора СКМ среди свободного программного обеспечения вытекает ещё одна проблема: стоимость использования и поддержки свободного программного обеспечения.

Результаты исследований трех ведущих аналитических компаний Forrester Research, Meta Group Embedded и Market Forecasters однозначно показывают, что совокупная стоимость владения решениями на платформе Windows меньше, чем на основе Linux. Это значит затрат труда, времени и денег потребуется больше чем при использовании программ от Microsoft. Для решения этой проблемы необходимо провести исследование силами российских специалистов совокупной стоимости владения СПО [23].

Проблема решается внедрением соответствующего программного обеспечения, переводом документации на русский язык, как следствие – увеличением пользовательской базы и появлением значительного количества готовых решений типичных проблем, возникающих при использовании данных программных продуктов.

В практическом применении наибольший интерес представляет использование пакета Maxima. Имеются разработанные учебные курсы [1],[11],[22],[27] по использованию данной СКМ при изучении различных школьных и вузовских дисциплин. Наличие реализаций под мобильные платформы (Android, iOS) снижает требования к техническому обеспечению курса. Помимо этого, язык, используемый Maxima, совместим с MATLAB и, при необходимости перехода на СКМ MATLAB, начать работать в новой системе не составит особого труда.

Свободно распространяемый математический пакет Maxima в сравнении с другими имеет значительный образовательный потенциал, его применение позволяет решать самые разнообразные учебные и научные задачи. Образовательная эффективность обусловлена экономической доступностью данной СКМ, отсутствием юридических препятствий к использованию и невысокими требованиями к материально-технической базе образовательных учреждений.

ГЛАВА 2. ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА MAXIMA В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

В данной главе рассматривается интерфейс системы WxMaxima и использование этой программы для решения ряда типовых заданий высшей математики.

2.1 Графический интерфейс WxMaxima

При запуске система WxMaxima 16.04.2 имеет вид (рис. 2):

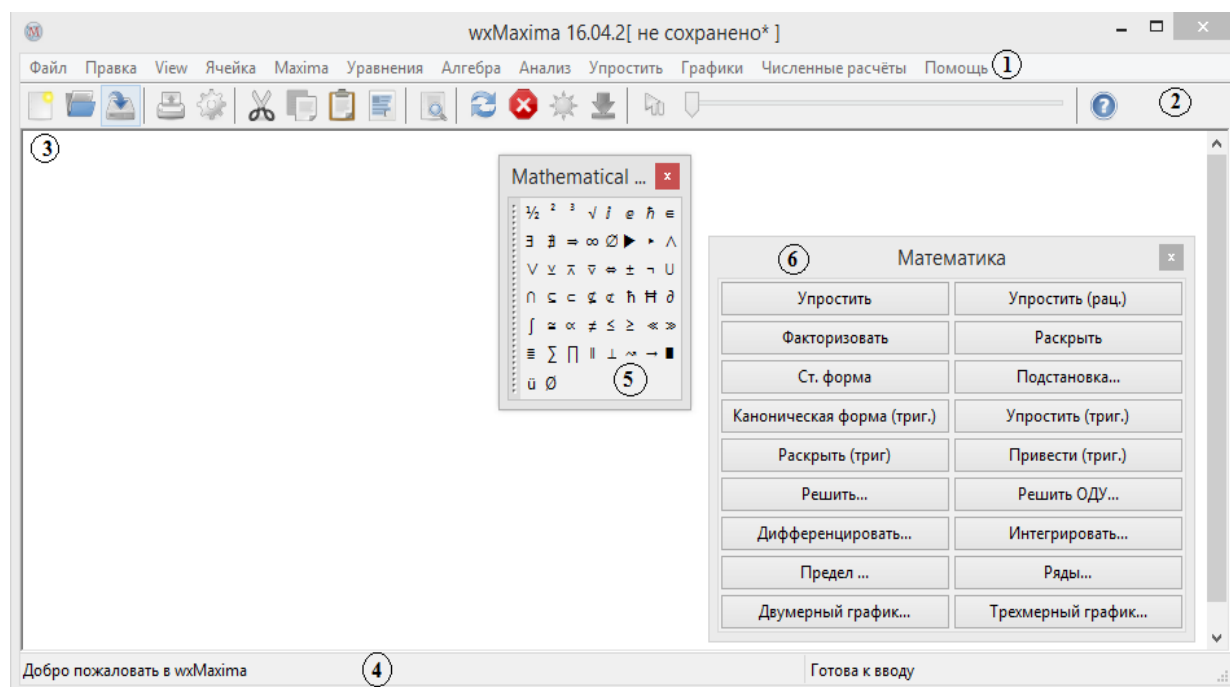


Рис. 2 Главное окно wxMaxima 16.04.2

1) строка меню, состоящая из разделов, предоставляющих доступ к основным командам Maxima;

2) панель быстрого доступа, на которой сгруппированы кнопки запуска часто используемых команд;

3) рабочая область программы, в которой осуществляется ввод данных и вывод текстовой информации;

4) строка состояния, отражающая текущие сведения о работе среды;

5) и 6) – дополнительные панели ввода, могут быть вызваны вместе с некоторыми другими нужными пользователю панелями (статистики, ввода греческих символов и т.д.) из меню *View*.

С функциями и операторами WxMaxima подробно можно ознакомиться во встроенном справочном модуле.

2.2 Математический пакет Maxima в обучении решению задач высшей математики

В этом параграфе затрагиваются вопросы использования пакета Maxima для решения некоторых типовых задач высшей математики.

2.2.1 Произведение матриц и нахождение обратных матриц в Maxima

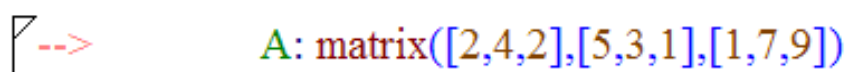
Для работы с матрицами в системе Maxima существует большое количество встроенных функций. Рассмотрим некоторые из них.

Пример 1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \\ 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. Найти:

1) произведение матриц;

2) матрицы, обратные данным.

Ввод матрицы A можно осуществить следующим образом (рис. 2.1):



The image shows a Maxima command prompt with a red prompt character '⌈-->'. To the right, the command 'A: matrix([2,4,2],[5,3,1],[1,7,9])' is entered. The numbers are color-coded: 2 is green, 4 is blue, 2 is red, 5 is green, 3 is blue, 1 is red, 1 is green, 7 is blue, and 9 is red.

Рис. 2.1

A объявляется как матрица, ввод элементов после служебного слова *matrix* осуществляется построчно, через запятую, каждая строка заключается в квадратные скобки.

По нажатию сочетания клавиш *Ctrl+Enter* произойдёт выполнение кода в ячейке. Результат выполнения команды представлен на рис. 2.2.

$$A: \text{matrix}([2,4,2],[5,3,1],[1,7,9]);$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

Рис. 2.2

Зададим матрицу B, выбрав пункт *Ввести матрицу* в меню *Алгебра* (рис. 2.3).

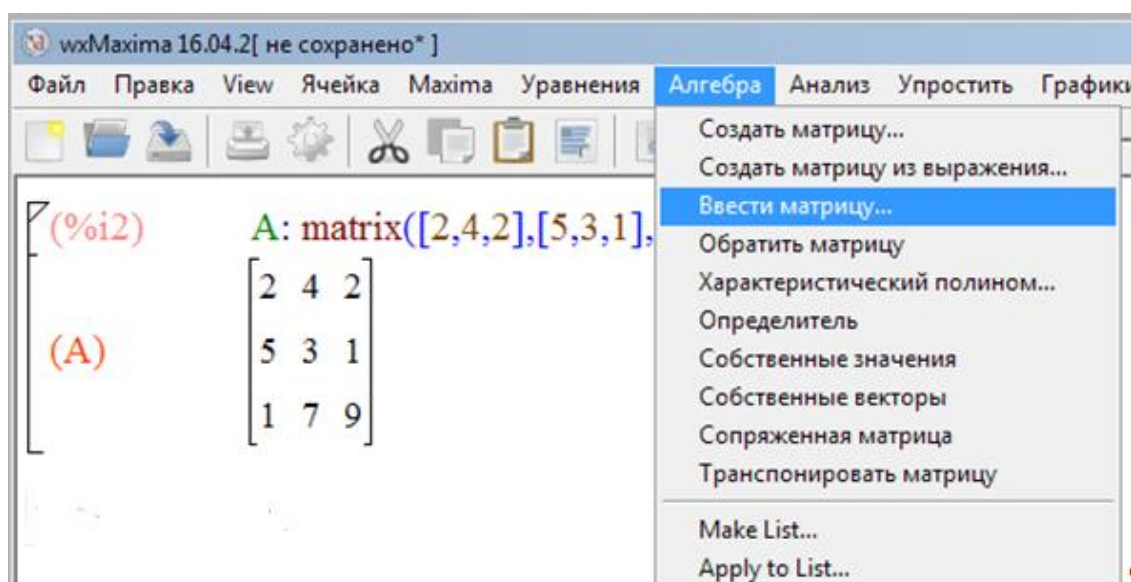


Рис. 2.3

Возникнет окно выбора вида конфигурации будущей матрицы (рис. 2.4).

Рис. 2.4

Дадим ей имя В. По нажатию кнопки *ОК* откроется окно ввода элементов матрицы (рис. 2.5)

Рис. 2.5

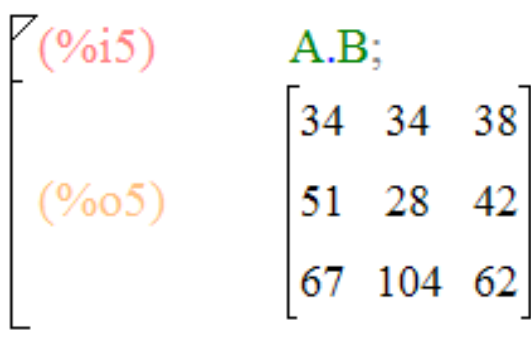
После ввода соответствующих значений рабочая область программы приобретет вид:

```
(%i2) A: matrix([2,4,2],[5,3,1],[1,7,9]);
(A)      [ 2  4  2
          5  3  1
          1  7  9]

(%i4) B: matrix(
      [8,2,4],
      [2,3,7],
      [5,9,1]
      );
(B)      [ 8  2  4
          2  3  7
          5  9  1]
```

Рис. 2.6

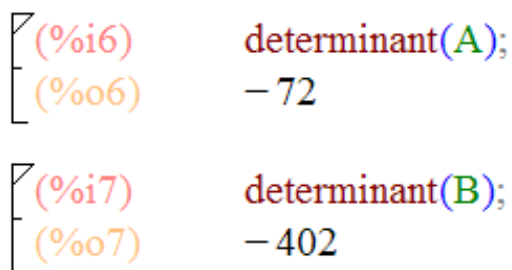
Матрицы A и B заданы. Произведение матриц можно найти командой $A.B$, после директивы выполнения кода ячейки ($Ctrl+Enter$) будет представлен результат операции (рис. 2.7).



```
(%i5) A*B;
(%o5)
[ 34  34  38
  51  28  42
  67 104  62]
```

Рис. 2.7

Для доказательства существования обратной матрицы необходимо, чтобы определитель исходной матрицы был отличен от нуля. Определитель матрицы вычисляется с помощью функции $determinant(M)$, где M – имя исходной матрицы (рис.2.8).



```
(%i6) determinant(A);
(%o6)
-72

(%i7) determinant(B);
(%o7)
-402
```

Рис. 2.8

Обратную матрицу можно найти с помощью возведения матрицы в отрицательную степень (возведение матрицы в степень -1) (рис.2.9) или командой $invert(M)$, где M – имя матрицы (рис. 2.10).

(%i8) $A^{-1};$

(%o8)
$$\begin{bmatrix} -\frac{5}{18} & \frac{11}{36} & \frac{1}{36} \\ \frac{11}{18} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{4}{9} & \frac{5}{36} & \frac{7}{36} \end{bmatrix}$$

Рис. 2.9

(%i10) $\text{invert}(B);$

(%o10)
$$\begin{bmatrix} \frac{10}{67} & -\frac{17}{201} & -\frac{1}{201} \\ -\frac{11}{134} & \frac{2}{67} & \frac{8}{67} \\ -\frac{1}{134} & \frac{31}{201} & -\frac{10}{201} \end{bmatrix}$$

Рис. 2.10

2.2.2 Построение графиков функций, заданных различными способами, в Maxima

Пример 2. Построить график функции $y = \frac{\sin x}{x+1}$ на отрезке $x \in [0; 10]$.

Для построения графика функции можно выделить функцию и вызвать из меню *Графики* диалоговое окно построения графиков (рис. 2.11). Также можно использовать команду *plot2d()*, которая осуществляет построение во внешнем окне (рис. 2.12)

$$\sin(x)/(x+1)$$

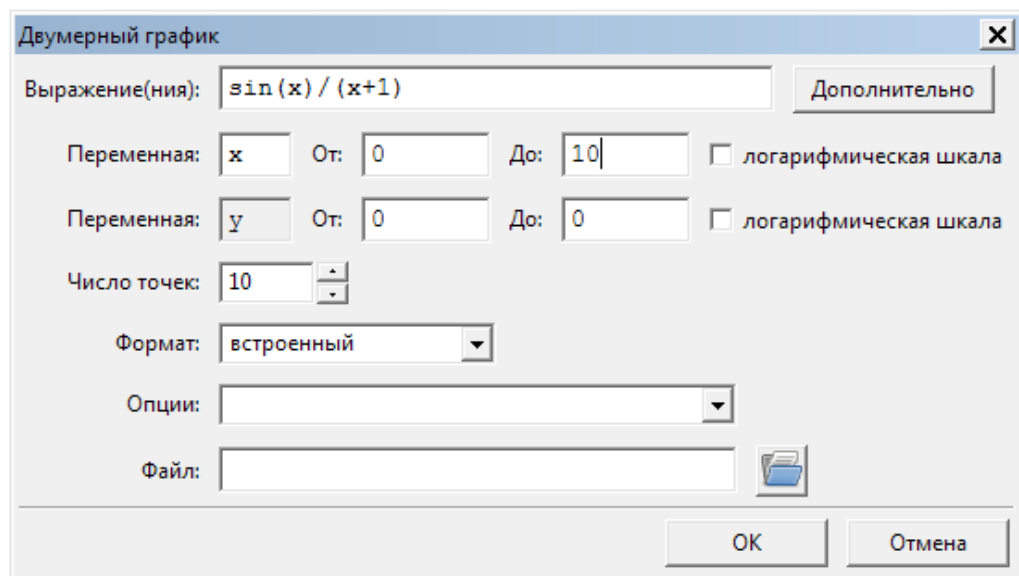


Рис. 2.11

```
(%i1) plot2d((sin(x))/(x+1), [x,0,10]);
```

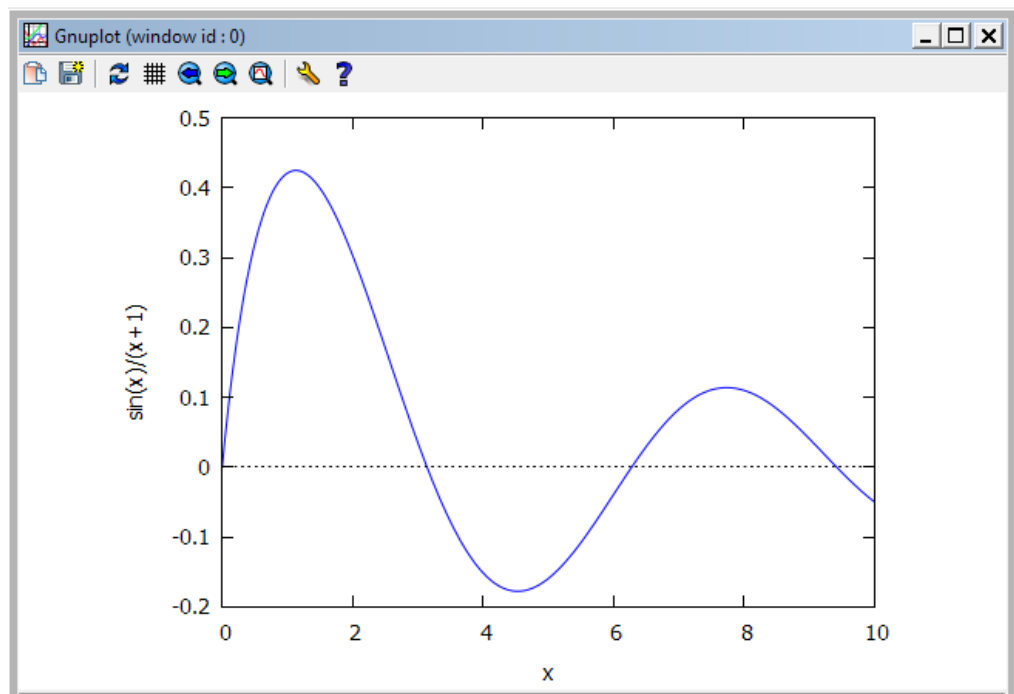


Рис. 2.12

или команду `wxplot2d()`, осуществляющую построение графика непосредственно в рабочем поле (рис. 2.13). Синтаксис команд `plot2d()` и `wxplot2d()` полностью совпадает.

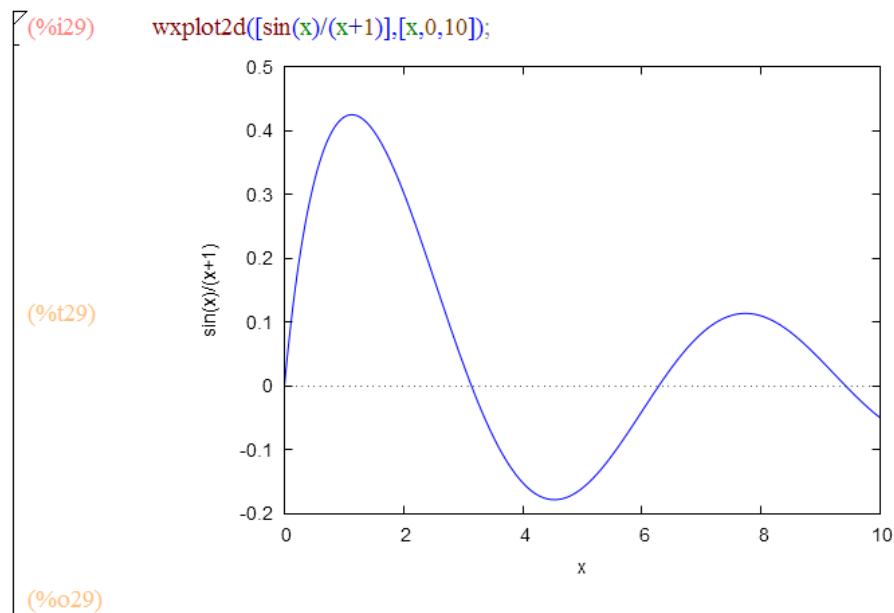


Рис. 2.13

Пример 3. Построить на одном чертеже графики функций

$$s = \sin x, v = \frac{1}{x}, x \in [1; 5].$$

Для построения графиков нескольких функций на одном чертеже их перечисляют через запятую в диалоге построения графика или при вызове команды `wxplot2d()` (рис. 2.14, рис. 2.15).

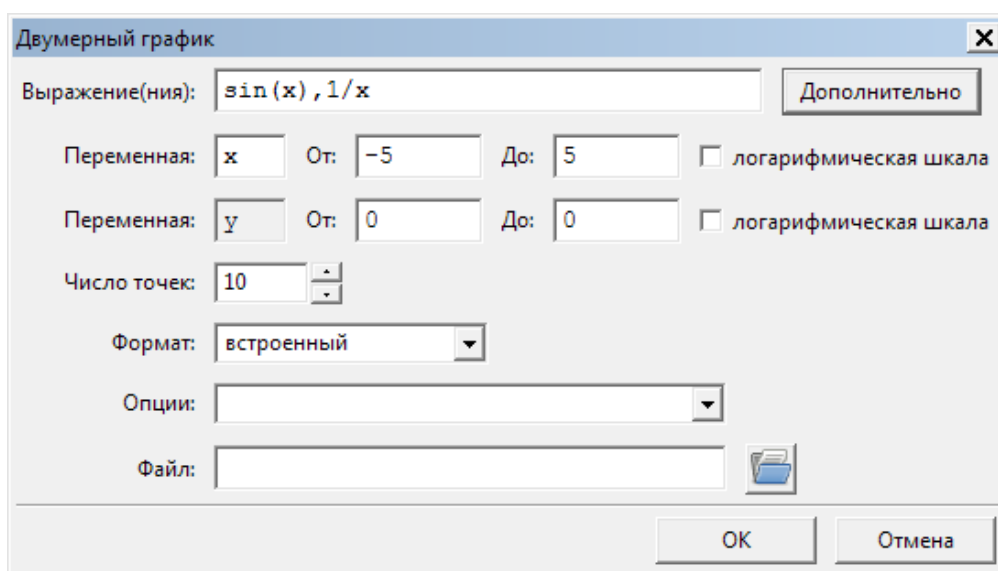


Рис. 2.14

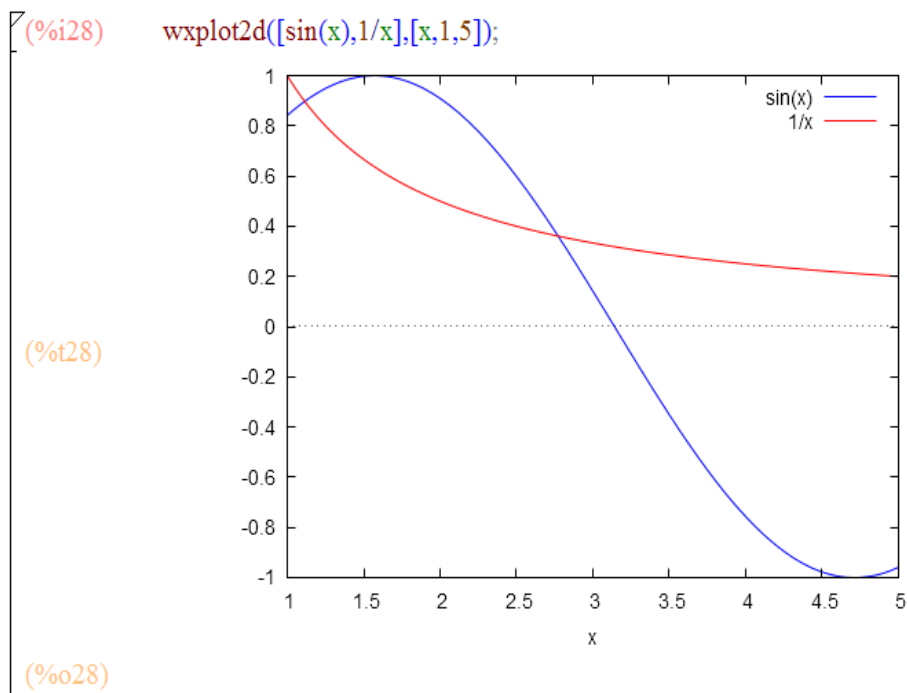


Рис. 2.15

Пример 4. Построить график функции $\begin{cases} x(t) = \cos 3t, \\ y(t) = \sin 4t \end{cases}, t \in [-\pi; \pi]$.

Для построения графика функции, заданной в параметрическом виде, можно вызвать окно *Параметрический график* (рис. 2.16), выбрав одноименный пункт из меню *Дополнительно* в окне *Двумерный график*. Также можно использовать опцию команды `wxplot()` – `parametric` (рис. 2.17).

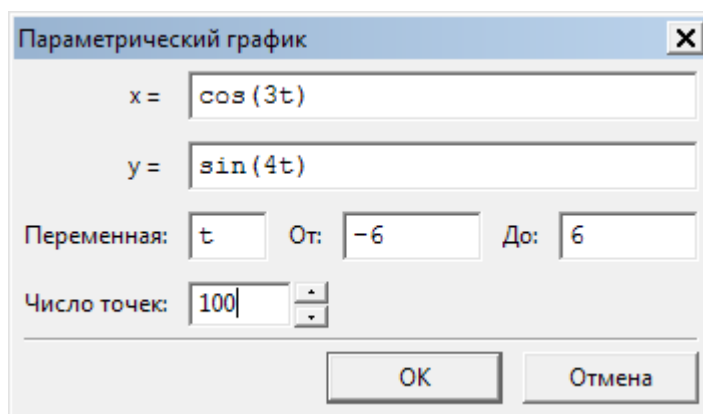


Рис. 2.16

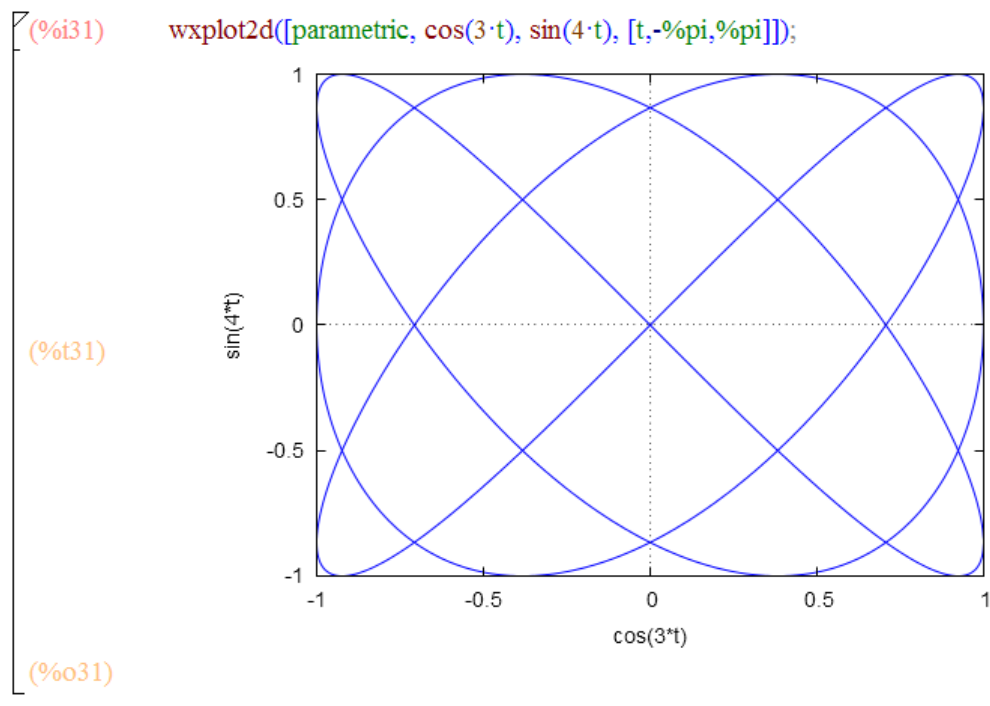


Рис. 2.17

Пример 5. Построить график функции $r(t) = 2 - 4 \sin t$, $t \in [0; 2\pi]$ в полярной системе координат.

В данной ситуации применяют опцию *parametric* (рис. 2.18).

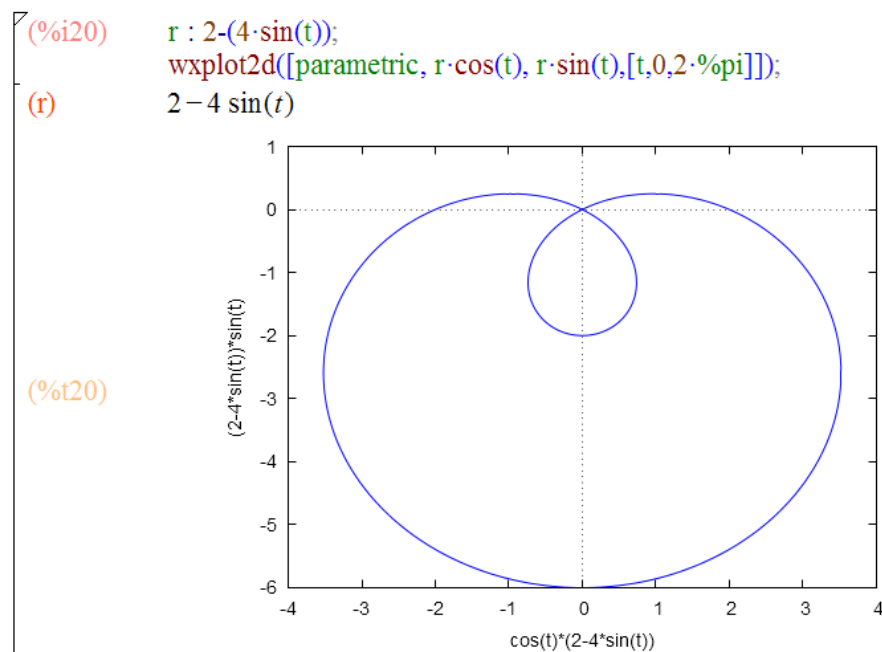


Рис. 2.18

2.2.3 Вычисление пределов функций в Maxima

Пример 6. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 + x^2 - 11x + 7}$.

Для вычисления пределов используется соответствующее диалоговое окно (*Анализ* $\rightarrow$ *Найти предел*) (рис. 2.19) или команда *limit()* (рис. 2. 20).

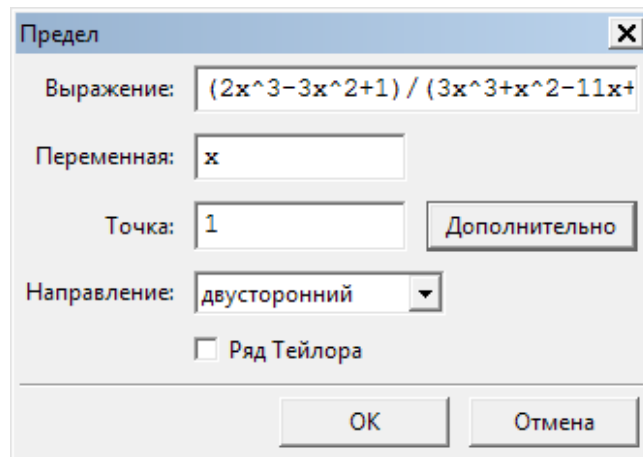


Рис. 2.19

```
(%i39) limit((2*(x^3)-3*(x^2)+1)/(3*(x^3)+(x^2)-11*x+7),x,1);
(%o39) 3/10
```

Рис. 2.20

Пример 7. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+1} \right)^{x-1}$.

Для обозначения плюс (минус) бесконечности используются символы *inf* (*minf*) (рис. 2.21).

```
(%i44) limit(((x-3)/(x+1))^(x-1),x, inf);
(%o44) %e^-4
```

Рис. 2.21

Пример 8. Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 0+0} \left(\frac{1}{x}\right)$, $\lim_{x \rightarrow 0-0} \left(\frac{1}{x}\right)$.

При вычислении односторонних пределов в аргументах команды *limit()* дописывают *plus* для правосторонних и *minus* для левосторонних (рис.2. 22).

```
(%i45) limit(1/x, x, 0, plus);
(%o45)  ∞

(%i46) limit(1/x, x, 0, minus);
(%o46) -∞
```

Рис. 2.22

2.2.4 Нахождение производных аналитически заданных и неявно заданных функций в Maxima

Пример 9. Найти y' , y'' для функции $y = \text{arctg } 3x$.

Пункт *Дифференцировать* меню *Анализ* вызывает соответствующее окно (рис. 2.23). Команда *diff()* также позволяет находить производные. Второй аргумент этой команды определяет переменную дифференцирования, а третий – порядок производной (рис. 2.24).

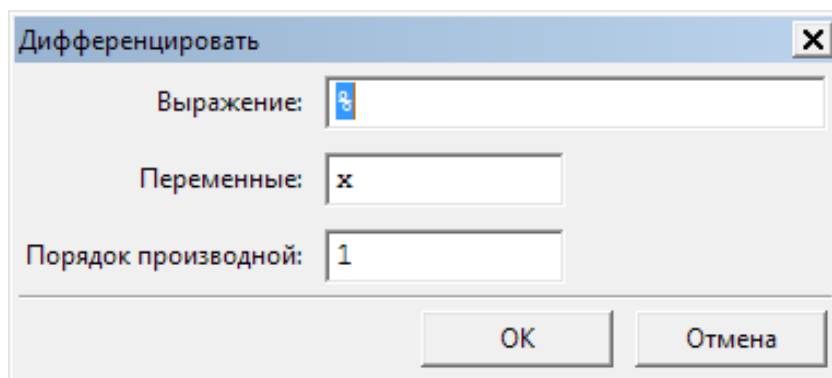


Рис. 2.23

```
(%i65)  y : atan(3*x);
         diff(y,x);
(y)      atan(3 x)
         3
(%o65)   ---
         9 x^2+1

(%i66)  diff(y,x,2);
(%o66)  - 54 x
          (9 x^2+1)^2
```

Рис. 2.24

Пример 10. Найти производную функции $y = \cos(x + y)$.

Функция задана неявно. В Maxima все переменные являются независимыми, поэтому функцию требуется задать в общем виде (рис. 2.25), иначе результат выполнения операции будет неверным.

```
(%i47)  f : y=cos (x+y);
(f)      y=cos(y+x)
```

Рис. 2.25

Для дальнейших действий удобно производную функции f объявить под именем g (рис. 2.26).

```
(%i48)  g : diff(f,x);
(g)      d
          dx
y = - ( d
        dx
y + 1 ) sin(y+x)
```

Рис. 2. 26

Из равенства g нужно выразить производную. Использование команды `solve()` даст нужный результат (рис. 2.27).

$$\left[\begin{array}{l} (\%i49) \quad \text{solve}(g, \text{diff}(y,x)); \\ (\%o49) \quad \left[\frac{d}{dx} y = - \frac{\sin(y+x)}{\sin(y+x)+1} \right] \end{array} \right]$$

Рис. 2.27

2.3 Лабораторная работа в математическом пакете Maxima с матрицами, пределами, графиками и производными функций одной переменной

Ниже представлены варианты заданий для выполнения в WxMaxima (рекомендуемая версия программы – 16.04.2). С примерами решения заданий можно ознакомиться в Приложении.

Вариант 1.

1. Даны матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ и вектор $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Найти: $\det(A)$ и матрицу $X = A^{-1} \cdot B$.

2. На одном чертеже постройте графики функций

$$y(x) = \sin^3 x \text{ и } g(x) = 3^{\sqrt{|x|}}, \quad x \in [-2, 2].$$

3. Построить график функции, заданной в полярных координатах (используйте опцию *parametric*):

$$r(\varphi) = 1 - \sin \varphi, \quad \varphi \in [-\pi, \pi].$$

4. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctg x}{x}$.

5. Найти y' для функции $y = \arctg \frac{x+1}{x-1}$.

Вариант 2.

1. Даны матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и вектор $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Найти: $\det(A)$ и матрицу $X = A^{-1} \cdot B$.

2. На одном чертеже постройте графики функций

$$y(x) = \operatorname{arctg} x \text{ и } g(x) = \sqrt{|\sin x|}, \quad x \in [-2, 2].$$

3. Построить график функции, заданной в полярных координатах (используйте опцию *parametric*):

$$r(\varphi) = \varphi, \quad \varphi \in [0, 2\pi]$$

4. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2}$.

5. Найти y' для функции $y = \sin \frac{x}{2} \sin 2x$.

Вариант 3.

1. Даны матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ и вектор $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Найти: $\det(A)$ и матрицу $X = A^{-1} \cdot B$.

2. На одном чертеже постройте графики функций

$$y(x) = 2^x \text{ и } g(x) = \sqrt{|\operatorname{tg} x|}, \quad x \in [-1, 1].$$

3. Построить график функции, заданной в полярных координатах (используйте опцию *parametric*):

$$r(\varphi) = 2 \sin 2\varphi, \quad \varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

4. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$.

5. Найти y' для функции $y = x \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

Вариант 4.

1. Даны матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ и вектор $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Найти: $\det(A)$ и матрицу $X = A^{-1} \cdot B$.

2. На одном чертеже постройте графики функций

$$y(x) = \cos x \text{ и } g(x) = \sqrt{\left| \frac{x^3 - 1}{x^2 - 5} \right|}, \quad x \in [-2, 2].$$

3. Построить график функции, заданной в полярных координатах (используйте опцию *parametric*):

$$r(\varphi) = 2 \cos 4\varphi, \quad \varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

4. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$.

5. Найти y' для функции $y = x \arcsin \ln x$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современное образование имеет тенденцию становиться все более компьютеризированным. Естественно, что для успешной интеграции в информационное общество требуются соответствующие технические и программные средства. В связи с ужесточением отечественного законодательства в сфере защиты авторского права и лицензирования программных продуктов, использование свободного программного обеспечения в образовательных целях предстает весьма перспективным подходом, способным обеспечить возрастающую потребность в программных средствах сопровождения учебных курсов. К тому же, участие в проектах разработки и поддержки свободного ПО позволяет приобщиться к коллективному труду десятков тысяч ученых, студентов и преподавателей по всему миру.

В процессе написания выпускной квалификационной работы выполнены задачи:

- изучена литература, которая показала, что свободные математических пакеты, такие как Scilab, Octave, Maxima, отличаются друг от друга по функциональным возможностям;
- по функциональным особенностям проведен сравнительный анализ математических пакетов Scilab, Octave, Maxima;
- в результате проведенного сравнительного анализа был отобран математический пакет Maxima для дальнейшей работы с задачами;
- рассмотрены решения 10 типовых задач высшей математики, проиллюстрированы особенности их решения с помощью математического пакета Maxima;
- разработана лабораторная работа в Maxima содержащая 4 варианта заданий на действия с матрицами, вычисление пределов, построение графиков и нахождение производных функций одной переменной.

На основании полученных в ходе исследования результатов, можно сделать следующие выводы:

- простой интерфейс компьютерного пакета Maxima позволяет актуализировать навыки решения задач высшей математики, не злоупотребляя его возможностями как математического пакета;
- последовательное и разумное применение Maxima способствует развитию алгоритмического математического мышления ;
- функциональные возможности пакета Maxima позволяют использовать его для иллюстрации математических объектов, делая его средством наглядного обучения.

Результаты выпускной работы могут быть использованы при обучении решению задач высшей математики.

В ходе исследований по теме выпускной работы за 2015 – 2017 гг. были выполнены выступления, сообщения и доклады:

1. Д.Ф. Арманышин. Сравнение функциональных особенностей пакетов компьютерной математики. Межрегиональная научно-практическая конференция студентов математических факультетов «Актуальные вопросы математики, ее истории и методики преподавания», Пермь, 5 апреля 2016 г.;

2. Д.Ф. Арманышин. Системы компьютерной математики: возможности и перспективы применения в учебной деятельности (пленарный доклад). Научно-практическая конференция студентов математического факультета ПГГПУ, Пермь, 15 ноября 2016 г.;

3. Д.Ф. Арманышин. Математические компьютерные системы в обучении высшей математике. Всероссийская научно-практическая конференция студентов «Актуальные вопросы математики, ее истории и методики преподавания», Пермь, 4 апреля 2017 г.;

4. Д.Ф. Арманышин, К.А. Пермякова, доц. А.Ю. Скорнякова, доц. Е.Л. Черемных. Заседание проблемной группы «Дистанционные и интерактивные технологии в обучении математике». Всероссийская научно-

практическая конференция студентов «Актуальные вопросы математики, ее истории и методики преподавания», Пермь, 4 апреля 2017 г.

В ходе исследований по теме выпускной работы за 2015 – 2017 гг. были опубликованы тезисы докладов и статьи:

1. Д.Ф. Арманышин. Сравнение функциональных особенностей пакетов компьютерной математики. Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. межрегион. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: Ю.В. Корзнякова, И.В. Косолапова; под общ. ред. Ю.В. Корзняковой; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2016. – Вып. 9. – С. 58–59 [5];

2. Д.Ф. Арманышин. Эффективность применения систем компьютерной математики в учебном процессе: материалы III Международной научно-практической конференции «Информационные системы и коммуникативные технологии в современном образовательном процессе» / науч. редкол.: Т.С. Волкова [и др.]. – Пермь : ИПЦ «Прокрость», 2016 – С. 7-11 [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абзалилов Д.Ф.* Практические задания по высшей математике с применением программы *Maxima* для студентов, обучающихся по специальности «социология». Учебно-методическое пособие, Казань : КФУ, 2012 г. – 80 с.: ил.
2. *Алексеев Е.Р.* Введение в *Octave* для инженеров и математиков / Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова – М.: ALT Linux, 2012. – 368 с.: ил.
3. *Альбекова З.М.* Проприетарное и свободное программное обеспечение: преимущества и недостатки / *Сборник научных трудов шестой международной научно-технической конференции «Инфокоммуникационные технологии в науке, производстве и образовании (Инфоком-6)»*, 2014. С. 293-297.
4. *Андриевский А.Б. и др.* Решение инженерных задач в среде *Scilab*. Учебное пособие. – СПб. : НИУ ИТМО, 2013. – 97 с.
5. *Арманышин Д.Ф.* Сравнение функциональных особенностей пакетов компьютерной математики. Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. межрегион. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: Ю.В. Корзнякова, И.В. Косолапова; под общ. ред. Ю.В. Корзняковой; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2016. – Вып. 9. – С. 58–59
6. *Арманышин Д.Ф.* Эффективность применения систем компьютерной математики в учебном процессе: материалы III Международной научно-практической конференции «Информационные системы и коммуникативные технологии в современном образовательном процессе» / науч. редкол.: Т.С. Волкова [и др.]. – Пермь : ИПЦ «Прокрость», 2016. – С. 7-11.
7. *Бзовская А.Д.* Преимущества и недостатки лицензионного и свободного программного обеспечения / *Проблемы развития науки и образования: теория и практика: сборник научных трудов по материалам*

Международной научно-практической конференции: в 3 частях. ООО «АР-Консалт», 2015. С. 57-58.

8. *Бугайко Е.В. Использование свободного программного обеспечения в обучении будущих учителей информатики и математики / Новые информационные технологии в образовании: материалы Международной научно-практической конференции, 2012. С. 70-72.*

9. *Букушева А.В Компьютерное сопровождение геометрии для будущих бакалавров-математиков / Непрерывная предметная подготовка в контексте педагогических инноваций сборник научных трудов. Саратов : «Центр «Просвещение», 2016. С. 68-72.*

10. *Величко В.Е. Свободное программное обеспечение как один из необходимых компонентов формирования ИКТ-компетентности / Развитие современного образования: теория, методика и практика. 2015. № 1 (3). С. 165-167.*

11. *Губина Т.Н. Решение дифференциальных уравнений в системе компьютерной математики Maxima: учебное пособие. – Елец : ЕГУ им.И.А. Бунина, 2009. – 99 с.*

12. *Гущин А.Н. Определение приоритетов критериев качества при решении задачи перевода информационной системы на свободное программное обеспечение / Информационные системы и технологии: материалы III Международной научно-технической конференции. ФГБОУ ВПО "Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс". – Орел : ООО «Стерх», 2015. – 96 с.*

13. *Игнатъев Ю.Г. Обучение высшей математике на основе интегрирования методов математического и компьютерного моделирования в системах компьютерной математики / Ю.Г. Игнатъев, А.Р. Самигуллина// Пространство, время и фундаментальные взаимодействия, 2016. – Вып. 2. – С. 62-88.*

14. *Кононенко Т.В. Опыт использования свободного программного обеспечения для обучения информационным технологиям студентов*

гуманитарных специальностей университета / *Инновационные тенденции развития системы образования: сборник материалов III Международной научно-практической конференции*. ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»; «Харьковский государственный педагогический университет имени Г.С. Сковороды»; «Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова»; Центр научного сотрудничества «Интерактив плюс», 2014. С. 33-37.

15. Кулакова И.А. Оценка уровня готовности учителей к использованию свободного программного обеспечения / *Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева*, 2015. № 1 (31). С. 95-101.

16. Македонский П.Д., Уламасова Е.П. Теория и практика применения свободного программного обеспечения / *Традиционная и инновационная наука: история, современное состояние, перспективы: сборник статей Международной научно-практической конференции*. Уфа : «Аэтерна», 2016. С. 57-62.

17. Маркушевич М.В. Проблема выбора между платным и свободным программным обеспечением для использования его в учебном процессе / *Информатика и образование*, 2016. № 10 (279). С. 37-45.

18. Мукосеенко О.А. Использование СКМ Maxima при изучении курса высшей математики / *Новые компьютерные технологии*, 2012. № 1 (10). С. 111-112.

19. Персональный сайт учителя математики и информатики Зайцевой И.П. [электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.zaitsevairina.ru/>. (дата обращения 02.04.2017).

20. Петеляк В.Е. Использование свободного программного обеспечения в учебном процессе вуза / В сборнике: *Новые информационные технологии в образовании: материалы VIII Международной научно-практической*

конференции. Российский государственный профессионально-педагогический университет, 2015. С. 123-125.

21. Печерский С.В., Короткова Н.Н. Использование свободного программного обеспечения в профессиональном образовании / *Современные информационные технологии*, 2012. №15. с. 104-106.

22. Решение математических задач с помощью пакета Maxima / Черкесова Л.В., Акишин Б.А., Галабурдин А.В., и др. Ростов–на–Дону : издательство ДГТУ, 2015. – 99 с.

23. Синяткин И.Ю. Проблемы внедрения свободного программного обеспечения в учебном процессе ВУЗа // *Информационные технологии на базе свободного программного обеспечения: материалы научно-практического семинара*. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2009. – 109 с.

24. Таранчук В.Б. Основные функции систем компьютерной алгебры. – Минск : БГУ, 2013. – 59 с. : ил.

25. Хабибуллина Г.З. Основные проблемы использования компьютерных технологий в преподавании математики в вузах // *Казанский педагогический журнал*, 2014. – № 1(102). - С. 75-80.

26. Чернышев С.В., Митрошин А.А., Новиков А.А. Свободно распространяемое программное обеспечение в учебном процессе / В сборнике: *Методы обучения и организация учебного процесса в вузе: материалы IV Всероссийской научно-методической конференции*, 2015. С. 282-283.

27. Чичкарёв Е.А. Компьютерная математика с Maxima: Руководство для школьников и студентов / Е.А. Чичкарёв – М. : ALT Linux, 2012. – 384 с.

28. <http://www.gnu.org/software/octave/> (дата обращения: 25.03.2017).

29. <http://www.gnu.org/philosophy/free-sw.ru.html> (дата обращения: 20.02.2017).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Решение заданий лабораторной работы (вариант 1)

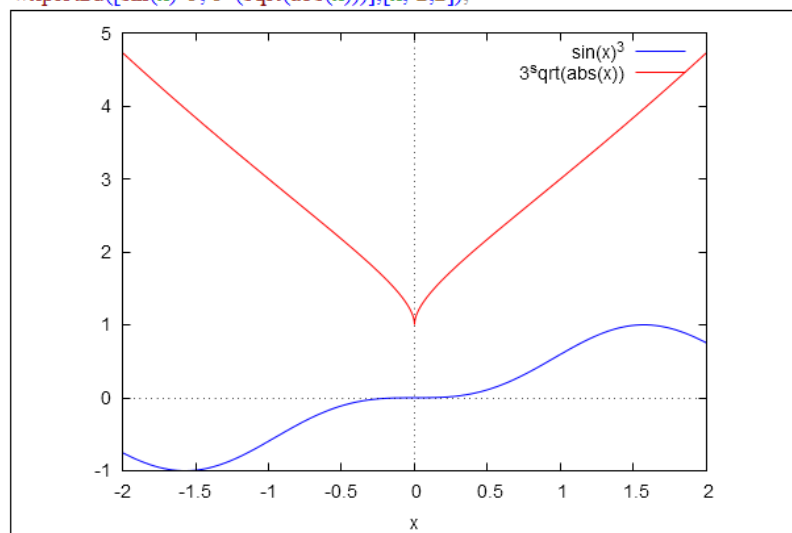
Задание 1.

```
(%i1) A: matrix([3,1,2],[1,2,1],[0,1,3]);  
(A)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$   
(%i2) B: matrix([4],[1],[7]);  
(B)  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$   
(%i3) determinant(A);  
(%o3) 14  
(%i9) invert(A).B;  
(%o9)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ \frac{18}{7} \end{bmatrix}$ 
```

Задание 2.

```
(%i32) wxplot2d([sin(x)^3, 3^(sqrt(abs(x)))],[x,-2,2]);
```

(%t32)



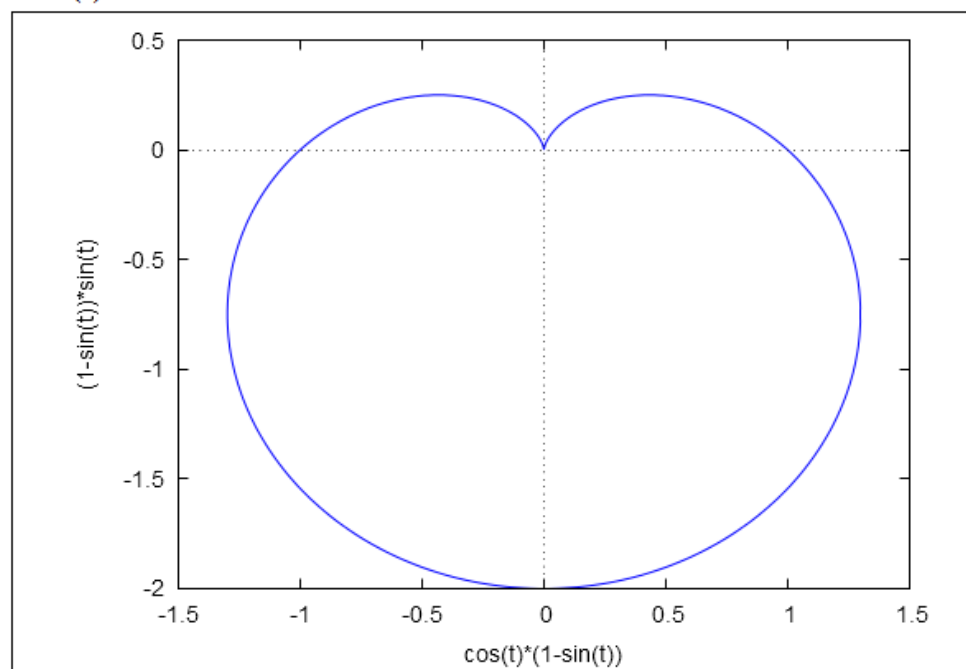
(%o32)

Задание 3.

```
(%i42) r:1-sin(t);  
wxplot2d([parametric, r*cos(t), r*sin(t)], [t, -%pi, %pi]);
```

```
(r) 1 - sin(t)
```

```
(%t42)
```



```
(%o42)
```

Задание 4.

```
(%i47) limit(atan(x)/x, x, inf)
```

```
(%o47) 0
```

Задание 5.

```
(%i71) y : atan((x+1)/(x-1));  
diff(y,x);
```

```
(y) atan( (x+1)/(x-1) )
```

$$\frac{\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{(x-1)^2}}{\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} + 1}$$

```
(%i72) ratsimp((1/(x-1)-(x+1)/(x-1)^2)/((x+1)^2/(x-1)^2+1));
```

```
(%o72) - 1/(x^2+1)
```