

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра высшей математики

Выпускная квалификационная работа

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА
КООРДИНАТ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Работу выполнила:
студентка группы Z151
Направление подготовки 44.03.01
«Педагогическое образование»,
профиль «Математика»
Долгих Кристина Станиславовна

«Допущена к защите в ГЭК»
Зав. кафедрой

подпись

« ____ » _____ 2017 г.

подпись

Научный руководитель:
канд. пед. наук, доц. кафедры
высшей математики
Магданова Ирина Владимировна

подпись

ПЕРМЬ
2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КООРДИНАТ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ	5
1.1 Самостоятельная работа: роль определение, виды, значение, цель	5
1.2 Виды и этапы решения задач методом координат	10
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ В ОРГАНИЗАЦИИ РАБОТЫ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КООРДИНАТ	Ошибка! Закладка не определена.
2.1 Методические особенности при изучении теоретического материала	Ошибка! Закладка не определена.
2.2 Возможные виды заданий направленных на формирование навыка применять метод координат при решении геометрических задач	Ошибка! Закладка не определена.
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	16
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	17

ВВЕДЕНИЕ

Введение в современную систему образования федеральных государственных образовательных стандартов в значительной степени изменило и сам процесс обучения. Так, одним из отличительных признаков является увеличение роли самостоятельной работы студентов и школьников, и как следствие, необходимости разработки технологии организации самостоятельной работы студентов и школьников, в рамках реализации ФГОС [1].

Особого внимания требуют вопросы, связанные с вычислением расстояний и углов в пространстве применительно к конкретной фигуре. Они остаются трудными для большинства обучающихся, причем, даже в тех достаточно типичных ситуациях, которые используются в задачах повышенного уровня [2]. Задачи такого характера всегда присутствуют в вариантах ЕГЭ. Но решаемость таких задач не велика, так как материал по планиметрии усваивается не так прочно, как хотелось бы. Так же обучающиеся затрудняются с выбором системы координат, что немаловажно для решения задач такого уровня.

Объектом данного исследования является метод координат, как необходимое средство в решении геометрических задач. **Предметом** данного исследования выступают методические особенности применения данного метода в курсе геометрии старших классов, студентов, в том числе и при организации самостоятельной работы и для самостоятельной работы базового уровня подготовки.

Целью исследования является выделить методические особенности применения метода координат при решении геометрических задач, как в

школьном курсе математики, так и для самостоятельной подготовки студентов.

Реализация цели достигается путем решения следующих задач:

1. **Проанализировать** учебную и методическую литературу для выделения и формирования основных задач по заданной теме, как средство организации самостоятельной работы и промежуточного оценивания знаний у школьников и студентов базового уровня.
2. **Выделить и представить** методические приемы, как средство систематизации, обобщения и удобного восприятия задач по заданной теме.
3. **Разработать** комплекс заданий для учащихся старших классов и студентов.

В первой главе «Основы формирования и закрепления самостоятельной (дополнительной) работы в применении метода координат в курсе геометрии» представлена роль, значение и необходимость формирования и закрепления самостоятельной (дополнительной) работы при изучении конкретной дисциплины (курса). А так же методические особенности применения метода координат при решении геометрических задач.

Во второй главе «Методические особенности в организации работы при решении геометрических задач методом координат» предложены дидактические материалы, различные по форме и содержанию (справочный материал, вспомогательные фреймы, образцы к выполнению заданий), для применения метода координат в курсе геометрии старших классов и для самостоятельной работы студентов базового уровня подготовки.

Опираясь на эти исследования, проведена работа по выделению методических особенностей, составлению заданий по теме «Решение задач методом координат», с помощью которого происходит актуализация и

укрепление знаний применения метода координат при решении геометрических задач.

ГЛАВА 1. ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КООРДИНАТ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

1.1 Самостоятельная работа: роль, определение, виды, значение, цель

Роль самостоятельной работы неоспоримо велика как для студентов и школьников, так и для преподавателей. Она **определяется** - как вид учебной деятельности, выполняемый учащимся без непосредственного контакта с преподавателем, или управляемый преподавателем опосредованно через специальные учебные материалы; неотъемлемое обязательное звено процесса обучения, предусматривающее, прежде всего, индивидуальную работу учащихся в соответствии с установкой преподавателя или учебника, программы обучения [3].

В ходе проведенных исследований Рубаник А., Большаковой Г., Тельных Н. сделали заключение о том, что до 70% человек, окончивших 11 класс средней общеобразовательной школы, не используют прием систематизации материала для его лучшего понимания. А по данным исследования Дьяченко М.И. и Кандыбовича Л.А., 45% абитуриентов признают, что не умеют правильно организовать самостоятельную работу; 66% - совсем не умеют распределить свое время; 85% - не считают, что его можно распределить. Если же все-таки умения самостоятельно работать присутствуют, то опрашиваемые отмечают, что медленно воспринимают материал на слух, а также при чтении и конспектировании учебной литературы [4].

По данным Нижегородского государственного технического университета, в зависимости от места и времени проведения

самостоятельной работы студентов, а так же способа контроля за ее результатами, она разделяется на следующие **виды**:

- самостоятельную работу во время основных аудиторных занятий (лекций, семинаров, лабораторных работ), например, как показано на рис. 1;
- самостоятельную работу под контролем преподавателя в форме плановых консультаций, творческих контактов, зачетов и экзаменов (рис. 2);
- внеаудиторную самостоятельную работу при выполнении студентом домашних заданий учебного и творческого характера (рис. 3) [5].

	МОДУЛЬ 1 1. Найти расстояния между точками плоскости с координатами (3,5) и (3,4) 2. Длина отрезка AB равна 5см. а) Выберите систему координат, в которой можно было бы наиболее просто определить координаты концов отрезка. б) Выберите систему координат так, чтобы координаты концов отрезка были бы: $A(-2,5;0)$, $B(2,5;0)$. 3. В треугольнике ABC: $AC=b$, $AB=c$, $BC=a$, BD - медиана. Докажите, что $BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$	
--	--	--

Рис. 1 Модуль для самостоятельной работы во время занятия

МОДУЛЬ 2

1. Постройте квадрат $ABCD$ со стороной 2 см; отметьте точку M – центр квадрата. Поместите начало координат последовательно в точки A, B, C, D и выберите направление осей координат так, чтобы точка M в каждой системе координат имела координаты $(1;1)$. За единичный примите отрезок длиной 1 см.
2. Треугольник ABC равносторонний (длина стороны равна 6 см.). Выберите систему координат так, чтобы можно было бы определить координаты его вершин.
3. Точка $M(a,c)$ находится от начала координат и точки $A(4,0)$ соответственно на расстояниях 3 и 4 см. Определите координаты точки M .
4. Запишите уравнение прямой, содержащей начало координат и точку $A(2;5)$.
5. Точки $A(5;...)$, $B(...;2)$ симметричны относительно оси Ox . Запишите пропущенные координаты.

Рис. 2 Модуль для организации контроля

Таким образом, в заключении параграфа можно отметить, что организовать самостоятельную работу не так уж и просто.

Значение самостоятельной работы заключается в особом виде фронтальной, групповой и индивидуальной учебной деятельности, осуществляемой под руководством, но без непосредственного участия преподавателя, характеризуемой большой активностью протекания познавательных процессов. Это может выполняться как на занятиях, так и во внеурочное время и служит средством повышения эффективности процесса обучения и подготовки к самостоятельному пополнению своих знаний.

МОДУЛЬ 3

Самостоятельно изучите задачу и придумайте похожую задачу.

Запишите её решение поэтапно

В треугольнике ABC : $AC=b$, $AB=c$, $BC=a$, BD - медиана. Докажите, что

$$BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}.$$

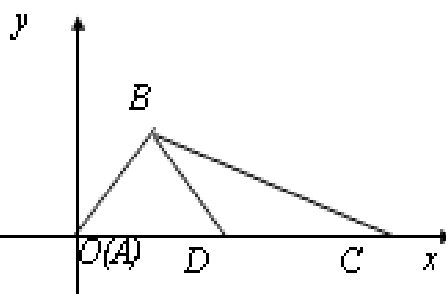
Построим удобную для нас систему координат. Выберем систему координат так, чтобы точка A служила началом координат, а осью Ox - прямая AC. В выбранной системе координат точки A, C и D имеют следующие координаты: $A(0,0)$, $D(\frac{b}{2},0)$ и $C(b,0)$. Обозначим координаты точки B через x и y.	
Используем формулу для нахождения расстояний между двумя точками, заданными своими координатами	$x^2 + y^2 = c^2, \quad (x-b)^2 + y^2 = a^2$ По той же формуле $BD^2 = (x - \frac{b}{2})^2 + y^2$
Используя формулы (1) находим x и y.	$x = \frac{c^2 - a^2 + b^2}{2b};$ $y = \sqrt{c^2 - \frac{(c^2 - a^2 + b^2)^2}{4b^2}}$
Подставляя x и y в формулу (2), находим BD^2	$BD^2 = (\frac{c^2 - a^2 + b^2}{2b} - \frac{b}{2})^2 + c^2 - \frac{(c^2 - a^2 + b^2)^2}{4b^2}.$ $BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$

Рис. 3 Модуль для самостоятельного решения на дому

Целью самостоятельной работы, по мнению Гарунова М.Г., является - сформировать у обучающихся умение самостоятельно решать задачи по дисциплине. Развитие такой черты личности, как самостоятельность, т.е. способности организовывать и реализовывать свою деятельность без постороннего руководства и помощи [6].

1.2 Виды и этапы решения задач методом координат

В связи с усилением роли координатного метода в изучении геометрии особенно актуальной становится проблема его формирования. Наиболее распространенными среди планиметрических задач, решаемых координатным методом, являются задачи следующих **видов**:

- 1) на обоснование зависимостей между элементами фигур, особенно между длинами этих элементов;
- 2) на нахождение множества точек, удовлетворяющих определенным свойствам.

Ниже представлены примеры задач с поэтапным решением, записанным в таблице. Такие задачи можно использовать в разных модулях организации самостоятельной работы школьников и студентов.

Пример 1. Докажите, что сумма квадратов расстояний от точки, взятой на диаметре окружности, до концов любой из параллельных ему хорд постоянна (см. табл. 1)

Пример 2. Доказать, что сумма квадратов длин сторон четырехугольника равна сумме квадратов длин его диагоналей, сложенной с учетверенным квадратом расстояния между серединами диагоналей (см. табл. 2). (Теорема Эйлера)

Таблица 1

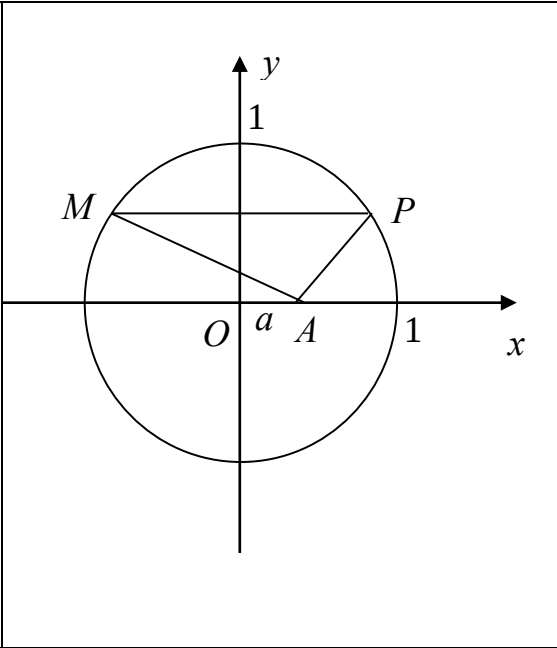
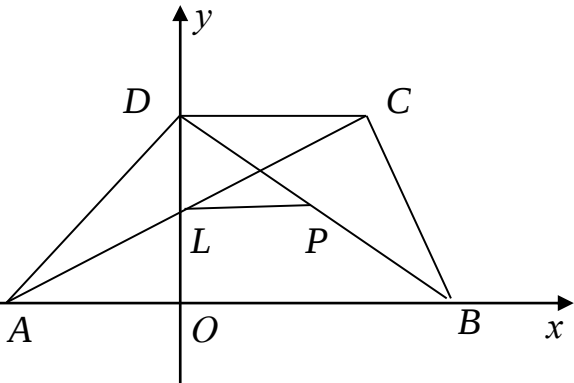
Введем прямоугольную систему координат с началом в центре окружности. Пусть хорда MP параллельна оси Ox, а точка A принадлежит диаметру. Обозначим расстояние OA через a, а расстояние от точки P до оси Ox через b. Тогда точка A имеет координаты $(a, 0)$.	
Найдем координаты точек P и M. Точки P и M принадлежат окружности с центром в начале координат и радиусом равным 1, следовательно их координаты удовлетворяют уравнению данной окружности $x^2 + y^2 = 1$. Используя это уравнение находим координаты точек P и M.	$P(\sqrt{1-b^2}, b)$ и $M(-\sqrt{1-b^2}, b)$
Докажем, что $AM^2 + AP^2$ не зависит от переменной b. Найдем AM^2 и AP^2 используя формулу нахождения расстояния между двумя точками по их координатам: $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$	Они соответственно равны $(\sqrt{1-b^2} + a)^2 + b^2$ и $(\sqrt{1-b^2} - a)^2 + b^2$ Их сумма после приведения подобных равна $2a^2 + 2$. Это число не зависит от переменной b, что и требовалось доказать.

Таблица 2

Введем прямоугольную систему координат как показано на рисунке Пусть точки A, B, C и D имеют координаты $(0;0)$, $(d;0)$, $(c;d)$ и $(0;d)$ соответственно. Следовательно, получим координаты точек L и P есть $(\frac{a+c}{2}, \frac{d}{2})$ и $(\frac{b}{2}, \frac{d}{2})$.	
Найдем квадраты длин отрезков, с помощью формулы нахождения расстояния между точками по их координатам.	$AD^2 = a^2 + d^2; \quad BC^2 = (c-b)^2 + d^2;$ $DC^2 = c^2; \quad AB^2 = a^2 + b^2;$ $AC^2 = (c-a)^2 + d^2; \quad BD^2 = b^2 + d^2;$ $LP^2 = (\frac{b}{2} - \frac{c+a}{2})^2.$
Значит, сумма квадратов длин сторон четырехугольника равна сумме квадратов длин его диагоналей, сложенной с учетверенным квадратом расстояния между серединами диагоналей.	

Пример 3. Диаметры AB и CD окружности перпендикулярны. Хорда EA пересекает диаметр CD в точке K , хорда EC пересекает диаметр AB в точке L . Докажите, что если $CK:KD$ так же как $2:1$, то $AL:LB$ так же как $3:1$ (см. табл. 3).

Пример 4. На плоскости даны точки A и B ; найти геометрическое место точек M , удаленных от A в двое больше, чем от B (см. табл. 4)

Таблица 3

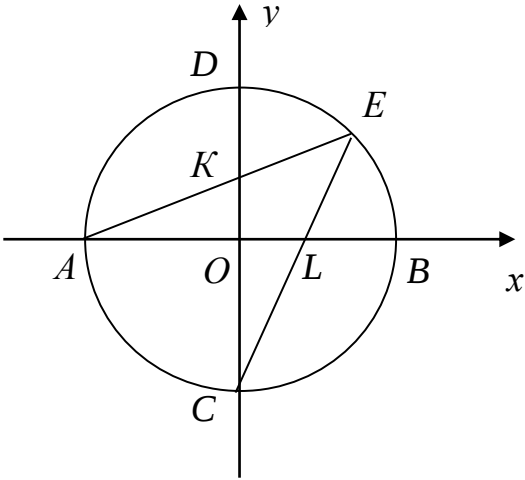
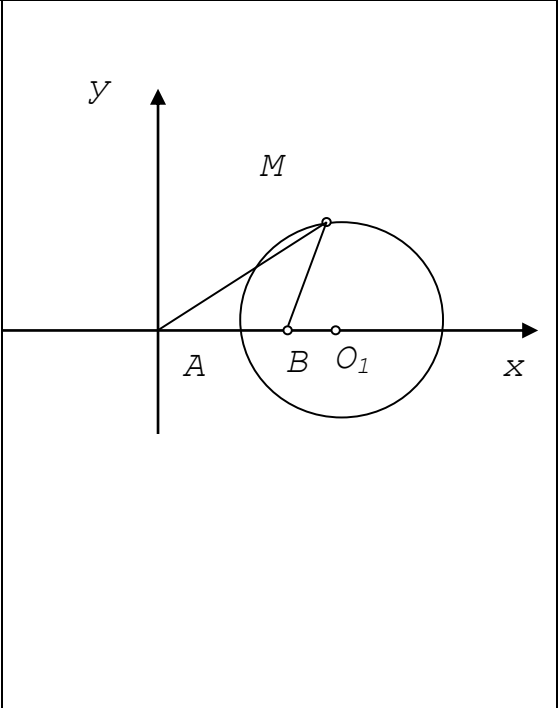
<i>Введем</i> прямоугольную систему координат, направив оси по данным диаметрам AB и CD <i>Примем</i> радиус окружности равным 1. Тогда точки A, B, C, D будут иметь координаты $(-1;0), (1;0), (0;-1), (0;1)$ соответственно. <i>Найдем</i> координаты точки K. Так как $CK:KD=2:1$, то точка K имеет координаты $(0; \frac{1}{3})$.	
<i>Найдем</i> координаты точки E как точки пересечения прямой AK, имеющей уравнение $y = \frac{1}{3}(x+1)$ и окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 1$.	точка E имеет координаты $(\frac{4}{5}; \frac{3}{5})$
Точка L – это точка пересечения прямых CE и оси абсцисс, значит ординаты точки L равна 0. <i>Найдем</i> абсциссу точки L	Прямая CE задана уравнением $y = 2x - 1$. Она пересекает ось Ox в точке $(\frac{1}{2}; 0)$. Отсюда координаты точки $L(\frac{1}{2}; 0)$.
<i>Найдем</i> отношение $AL:LB$.	Оно равно трем, что и требовалось доказать.

Таблица 4

<i>Введем систему координат на плоскости так, чтобы начало координат попало в точку A, а положительная полуось абсцисс пошла по AB.</i> <i>Примем за единицу масштаба отрезок AB. Точка A будет иметь координаты $(0;0)$, точка B координаты $(1;0)$.</i> <i>Обозначим координаты точки M через (x,y).</i>	
<i>Запишем условие</i> $\rho(A, M) = 2\rho(B, M)$ в координатах	$\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$
<i>Получим уравнение искомого геометрического места точек.</i> <i>Чтобы понять, какое множество описывается этим уравнением, мы преобразуем его так, чтобы оно приняло знакомый нам вид.</i>	Возведя обе части в квадрат, раскрывая скобки и приводя подобные члены, получаем равенство: $3x^2 - 8x + 4 + 3y^2 = 0$. Или $x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} + y^2 = \frac{4}{9};$ $(x - \frac{4}{3})^2 + y^2 = (\frac{2}{3})^2.$
Это уравнение окружности с центром в точке $(\frac{4}{3}; 0)$ и радиусом, равным $\frac{2}{3}$. Это значит, что наше геометрическое место точек является окружностью.	

Таким образом, использование задач их поэтапная запись, решение, помогут ученикам и студентам усвоить алгоритм решения геометрических задач методом координат.

Анализ литературы по теме исследования, обобщение педагогического опыта, показало, во-первых, значимость и необходимость организации самостоятельной работы, во-вторых, эффективность применения и важность организовать самостоятельную работу так, чтобы она включала в себя задания, направленные на отработку поэтапного решения задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполненной работы были достигнуты цели, поставленные в самом начале исследования, а именно:

1. **Проанализированы** учебные и методические литературы для выделения и формирования основных задач по заданной теме, как средство организации самостоятельной работы и промежуточного оценивания знаний у школьников и студентов базового уровня;
2. **Выделены** методические приёмы, как средства систематизации, обобщения и удобного восприятия задач по заданной теме;
3. **Создан** комплекс заданий и вспомогательных материалов для учащихся старших классов и студентов базового уровня.

Опираясь на эти исследования, можно в дальнейшем использовать данные методические решения, комплекс упражнений и задач как основной метод оценивания знаний, как средство для актуализации знаний, а так же как промежуточную аттестацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кузнецова О.А.* статья «Технология организации самостоятельной работы студентов» Кузнецова О.А. ГАОУ СПО СТГХСТ им. П. Мачнева Самара, 2014
2. РМО учителей математики. Выступление *Сморкаловой Г.А.*
<https://refdb.ru/>
3. Методика преподавания психологии <http://www.e-reading.club>
4. *Рубаник А.И.* «Самостоятельная работа студентов» // Высшее образование в России. - 2005. - № 6. – С. 26 – 29.
5. *Кравец В.Н.* статья «Организация и контроль самостоятельной работы студентов» Нижегородский государственный технический университет (НГТУ г. Н.Новгород).
6. *Гарунов М.Г.* Самостоятельная работа студентов. - М.: Знание, 1998.
7. *Атаманская М.С.* Формирование теоретических обобщений у учащихся на основе взаимных образнологических связей (на материале физики), 1999
8. *Атанасян Л.С.* Геометрия для 7-9 классов средней школы / В. Ф. Бутузов, С. Д. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина – М. Просвещение, 1992г.- 335с.
9. *Гельфанд И.М.* Метод координат М. Наука, 1973г. -87с.
10. *Лудина Г.Б.* К изучению перемещений на координатной плоскости / Математика в школе – 1983г.- №2
11. *Погорелов А.В.* Геометрия для 7-11 классов средней школы - М: Просвещение, 1990г. - 384с.
12. *Леонова О.А.* Упражнения по теме «Координатная плоскость» /Математика в школе – 2001г. - №10