

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра высшей математики

Выпускная квалификационная работа

**УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ КАК ФОРМА ПОЗНАНИЯ И ОБЪЕКТ
МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ**

(на примере изучения геометрии)

Работу выполнила:
студентка Z151 группы
направления 44.03.01
Педагогическое образование
профиль «Математика»
Сединина Олеся Павловна

подпись

«Допущена к защите в ГЭК»
Зав. кафедрой
Высшей математики

дата

подпись

Руководитель:
канд. пед. наук, доцент
кафедры высшей математики
Магданова Ирина Владимировна

подпись

ПЕРМЬ
2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. РОЛЬ И МЕСТО ЛОГИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ В ДОСТИЖЕНИИ УЧАЩИМИСЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В ОСВОЕНИИ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ.....	5
1.1. Логические метапредметные знания в контексте современных требований к учебным достижениям школьников	5
1.2. Умозаключение как форма мышления и компонент метапредметных результатов.....	8
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ УМОЗАКЛЮЧЕНИЮ КАК ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ	18
2.1. Необходимые условия формирования умения оперировать с умозаключениями.....	18
2.2. Дидактические материалы по теме «Умозаключение».....	23
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	26
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	28
Приложение 1	33
Приложение 2	34
Приложение 3	35
Приложение 4	38
Приложение 5	40
Приложение 6	48

ВВЕДЕНИЕ

К современному образованию предъявляются новые требования, связанные с умением выпускников образовательного учреждения ориентироваться в большом потоке информации; творчески подходить к решению возникающих проблем; использовать в практической деятельности полученные знания, умения и навыки. Логика как особый способ мышления и деятельности может играть очень важную роль в достижении метапредметных результатов. Ведь сама логическая форма есть не что иное, как обобщенные знания независимо от предметной принадлежности. В связи с этим считаем **актуальным** целенаправленное обучение теоретическим знаниям об умозаключении и использование возможностей этой теории при обучении математике в школе с целью достижения учащимися метапредметных результатов.

Объектом исследования является умозаключение как форма познания.

Предмет исследования – возможность использования умозаключения как формы мышления для достижения предметных и метапредметных результатов в процессе обучения математике в школьном курсе.

Цель данной работы: представить возможности применения умозаключения как формы мышления в школьном курсе математики.

Для достижения поставленной цели необходимо решить **задачи**:

- 1) проанализировать методическую, учебно – математическую, логическую литературу по теме исследования;
- 2) выполнить систематизацию, обобщение информации по теме исследования, в том числе раскрыть значимость развития логического мышления при обучении;
- 3) разработать дидактические материалы способствующие освоению учащимися умозаключения как формы мышления при обучении математике.

Для решения сформулированных задач были использованы следующие **методы исследования:** изучение и анализ учебной, педагогической, научно-методической литературы и периодических изданий, систематизация и обобщение информации по математике по проблеме исследования.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложения.

Во введении сформулированы актуальность выбранной темы, объект, предмет, цель, задачи, и методы исследования, приведена краткая структура работы, характеристика каждой ее части.

В первой главе представлен анализ математической, учебной, методической и логической литературы по теме «Умозаключение». Указана роль и значение логических знаний и умений в достижении метапредметных результатов, раскрывается суть умозаключения как формы познания.

Вторая глава посвящена дидактическим материалам, иллюстрирующим возможности применения умозаключения в школьном курсе математики. Первый параграф содержит методические аспекты обучения умозаключению. Во втором параграфе представлены дидактические материалы по теме «Умозаключение».

В заключении приводятся результаты и выводы исследования.

ГЛАВА I. РОЛЬ И МЕСТО ЛОГИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ В ДОСТИЖЕНИИ УЧАЩИМИСЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В ОСВОЕНИИ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

Мышление – это сложный, многосторонний процесс обобщенного отражения человеком вещей, их свойств и отношений окружающего его мира. Этот процесс изучается многими науками, например такими, как философия, психология, генетика, языкознание, кибернетика и др. **Философия** изучает происхождение и сущность мышления, его отношение к материальному миру и познанию. **Психология** изучает условия нормального (в соотношении с патологией) функционирования и развития мышления, влияние на него социально-психологической среды. **Генетика** стремится раскрыть механизм наследования людьми способностей к мыслительной деятельности. **Языкознание** интересуется взаимосвязью мышления с языком. Ученые-**кибернетики** пытаются сконструировать технические модели мозга и человеческого мышления. **Логика** же изучает процесс мышления с точки зрения его структуры мыслей, правильности и неправильности рассуждений, отвлекаясь от конкретного содержания мыслей и их развития. Объектом логики как науки являются формы абстрактного мышления человека. [15, с.124].

1.1. Логические метапредметные знания в контексте современных требований к учебным достижениям школьников

Федеральный государственный образовательный **стандарт** основного общего образования представляет собой совокупность требований,

обязательных при реализации основной образовательной программы. В тексте ФГОС основного общего образования дается трактовка планируемых результатов (приложение 1).

Логические знания и умения относятся к **метапредметным** достижениям учащихся и очень важны для удовлетворения современных требований к уровню подготовки выпускников школы [36, с.55].

Важно, что эти начальные результаты должны быть сформулированы еще в начальной школе, далее они должны быть усовершенствованы, и развиты в основной и старшей школе.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы начального общего образования должны отражать овладение логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации по родовидовым признакам, установления аналогий и причинно-следственных связей, построения рассуждений, отнесения к известным понятиям [35, с.38].

Предметные результаты освоения основной образовательной программы начального общего образования с учетом специфики содержания предметных областей представлены в приложении 2.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно – следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы [36, с.29].

Примером организовать цепочку рассуждений, фиксирование результатов умозаключения с помощью кругов Эйлера является следующая задача.

Так как предположение подтвердилось, то можно сформулировать индуктивный вывод: произведение трех любых последовательных

натуральных чисел делится на 6.

Предметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования с учётом общих требований Стандарта и специфики изучаемых предметов представлены в приложении 3.

Итак, представленные выше задачи, связаны с анализом признаков чисел, числовых выражений, числовых последовательностей дают возможность продемонстрировать важность и необходимость осознанной деятельности с логическими знаниями. Например, выделение признака, деление на группы, выстраивание умозаключений.

В заключение подчеркнем, что одно из основных требований, предъявляемых современным этапом развития нашего общества к образованию, заключается в необходимости воспитания творчески мыслящей личности, способной самостоятельно находить правильное решение в нестандартной ситуации [39, с.57].

Развитие мышления учащихся – одна из важных и актуальных проблем педагогической науки и практики обучения в школе. На сегодняшний день школа должна не только вооружать учащихся глубокими, всесторонними и прочными знаниями, которые отвечают современным достижениям науки и требованиям практики, но **и дать им навыки** работы с этими знаниями, приобретения на их основе новых знаний, а также оптимизации способов понимания учебного материала [12, с.33].

Таким образом, **цели** преподавательской деятельности состоят в научении учащихся правильному выполнению различных познавательных процедур – *суждения, умозаключения, определения, доказательства, классификации, постановки вопросов, выдвижения и проверки гипотез, установления отношений и т. д.*

И поскольку такие знания аккумулирует в себе наука **логика**, постольку повышение собственной логической культуры ученика должно быть повседневной заботой каждого учителя. Вопрос об использовании

элементов логики в практике обучения математике является актуальным сегодня [24, с. 256].

1.2. Умозаключение как форма мышления и компонент метапредметных результатов

В процессе познания действительности мы **приобретаем** новые знания. Некоторые из них – **непосредственно**, в результате воздействия предметов внешней действительности на наши органы чувств. Но большую часть знаний мы получаем путем выведения новых знаний из знаний уже имеющихся. Данные знания называются **опосредованными**, или выводными [9, с. 144].

Логической формой получения выводных знаний является **умозаключение**. Что же такое умозаключение?

В методической учебной литературе В.В. Горбатов «Логика» писал: «Простейшим видом рассуждения является умозаключение – непосредственный переход от одного или нескольких высказываний к одному общему выводу. При этом исходные высказывания называются **посылками**, результирующее – **заключением**. В ходе рассуждения могут осуществляться несколько умозаключений, причем заключения одних могут быть посылками других» [17, с. 189].

У Гегеля «Наука логики» умозаключение – это восстановление понятия в суждении. Умозаключение есть полностью положенное понятие. Также Гегель говорит о том, что все разумное, есть умозаключение [15, с. 45].

С.С. Антюшин, Н.В. Михалкин, А.П. Горкун в учебнике по логике пишут о двух видах умозаключений: **демонстративные** умозаключения – умозаключения, в которых *заключение с необходимостью следует из посылок* (следование представляет, строгую связь, то есть – логический

закон). В недемонстративном умозаключении правила вывода обеспечивают лишь *вероятное следование заключения из посылок* [18, с. 32].

В научной статье А.С. Гурьянова «Суждение как способность, акт и результат мышления», журнал «Общество: философия, культура, история», говорится о том, что понятие и умозаключение – предшествующие суждению формы. Элементы суждения определены в понятиях, суждение вытекает из своих предпосылок.

По мнению А.А. Зайца из статьи «Логический механизм порождения метафоры» суждения и умозаключения являются теми формами мышления, которые не только связывают наши знания в более или менее сложные, относительно законченные комплексы, но и обогащают, усиливают эти знания. Е.А. Иванов и Г.И. Рузавин считают, что умозаключения (в классической логике), являются структурным слепком действительности, но в идеальной форме, в форме структуры мысли.

В статье Е.О. Ильичева «Умозаключения в публичных выступлениях политических лидеров» выражения форм мыслей заключается в способности выражать сотнями вариантов высшую логическую форму – умозаключение. Существуют специальные слова и словосочетания, указывающие на заключение (*значит, следовательно, отсюда видно, поэтому, из этого можно сделать вывод и т.п.*), и на посылки умозаключения (*так как, поскольку, ибо, принимая во внимание, что, ведь и т.п.*) [24, с. 36].

Статья. И.Д. Копцева «Умозаключение рассудка и разума как факторы текстуальности в философском дискурсе И.Канта» рассказывает о том, что Кант классифицировал умозаключения по способу выведения **консеквента** (следствия) из предшествующей посылки. Если консеквент следует из предшествующей посылки непосредственно, то такое умозаключение он называет умозаключением **рассудка**, а если оно следует опосредованно, то такое заключение он называет умозаключением **разума**: рассудок оперирует правилами, которые предназначены для получения опытного знания, а разум – принципами, предназначенными для получения трансцендентального

знания, т. е. рассудок – объект для разума. Суждения рассудка поставляют материал для умозаключений разума; рассудок – судит, разум – умозаключает [25, с. 52].

В учебнике по логике Якова Толмачева «Логика для употребления в училищах» умозаключение – это вывод или признание истины или ложности одного суждения из истины или ложности другого. Он пишет о том, что умозаключать и выводить следствие не значит одно и то же. В обоих случаях выводится одно суждение из другого: но умозаключение имеет цель признание истины выведенного суждения [34, с. 47].

В учебниках Д.А. Шадрина «Учебное пособие по логике», С.В. Виноградова «Логика» учебник для средней школы, А.Ф. Кузьмина, А.Д. Спирин «Логика» дается схожее описание, что такое умозаключение. Умозаключение – это форма мышления, логическое действие, которое позволяет из одного или нескольких суждений, связанных между собой, сделать вывод в виде нового суждения. Умозаключение включает три элемента: *исходное знание* (утверждение посылка), *обосновывающее знание* (логическая связь), *выводное знание* (заключение вывод) [13, 31, 41].

Ниже укажем **определение** основного понятия, которое выбираем в качестве основного рабочего определения.

Умозаключением называют *мыслительную работу*, в результате которой из одного или нескольких известных суждений *получается новое суждение*, содержащее новое по сравнению с исходными суждениями знание.

Исходные суждения называются *посылками*, а полученное суждение – *заключением (выводом)* [16, с. 125].

Любое умозаключение состоит из

посылок, заключения и вывода.

Посылками умозаключения называют исходные суждения, из которых выводится новое суждение.

Заключением называется новое суждение, полученное логическим путем **из посылок**.

Логический переход от посылок к заключению называется **выводом**.

Предметы, явления действительности находятся во взаимодействии. Отображением предметов в наших мыслях служат понятия об этих предметах и суждения, которые формируются с помощью понятий. Поэтому суждения о понятиях, как и их образы в реальном мире, тоже находятся во взаимодействии. Взяв за основу истинные исходные суждения (посылки), мы делаем выводы (умозаключения) о тех понятиях, которые фигурировали в суждениях.

Связь между ними наглядно можно представить в виде таблицы 1.

Существует соответствие между объектами действительности, их образами в языке и в мышлении.

Но, *не всякое сочетание суждений является умозаключением*. Для того, чтобы из одного или нескольких исходных суждений (посылок) получились умозаключения, надо знать правила и законы, по которым они образуются.

Таблица 1

Связь между суждениями

Реальный мир	Язык	Мышление
Предметы	Слова	Понятия
Знания о предметах	Предложения	Суждения
Взаимосвязи предметов	Связи между предложениями	Умозаключения

Правила образования умозаключений:

1. Исходные суждения были истинными.
2. Формирование умозаключений можно проводить только по строго определенным законам, которые необходимо изучить.

3. Нарушение правил формирования умозаключений ведет к ложным умозаключениям.

Виды умозаключений (рис.6).

По направлениям логического следования умозаключения делятся [15]:

~ **дедуктивные** – от общих суждений к частным (рис. 7);

~ **индуктивные** – от частных суждений к общим (рис. 8);

~ **по аналогии** – от частных суждений к частным (рис. 9).

Умозаключения, содержащие две и более посылки называют **опосредованными**, а умозаключения, состоящие из одной посылки – **непосредственные** (табл. 2).

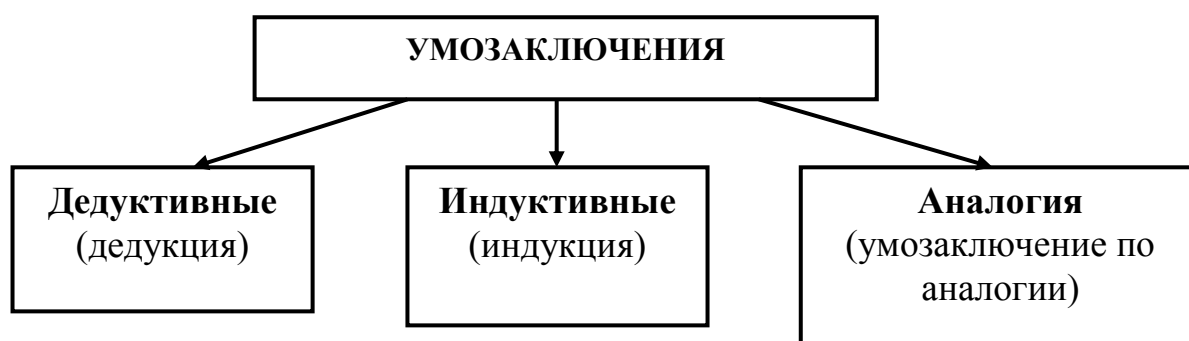


Рис. 6. Виды умозаключений



Рис. 7. Дедуктивные умозаключения



Рис. 8. Индуктивные умозаклучения

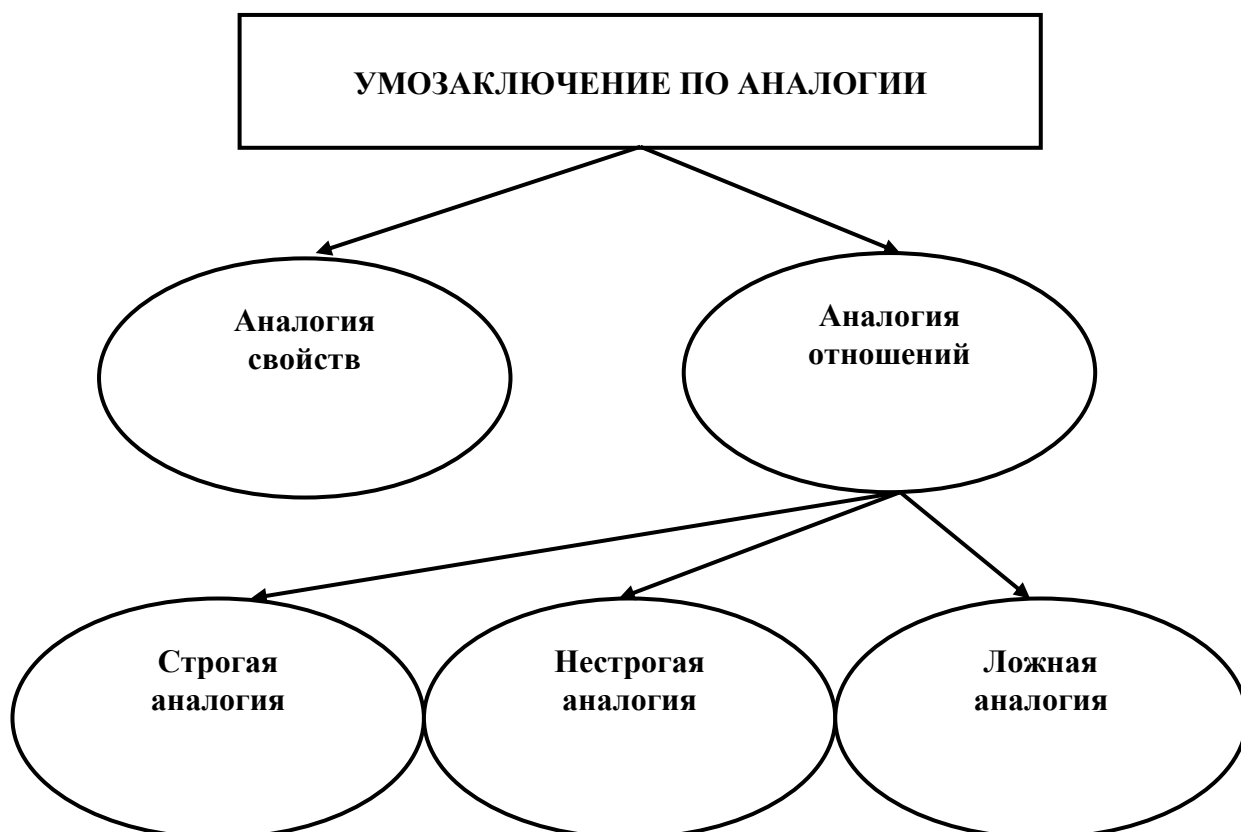


Рис. 9. Умозаклучение по аналогии

Рассмотрим такие умозаключения, в результате которых получаются всегда достоверные (истинные) суждения. В математической логике такие умозаключения называются **дедуктивными**.

Приведем **правила** построения основных дедуктивных умозаключений, используемых в школе при обучении математике [7, с.186].

К **условным** можно отнести умозаключение, построенное по следующему правилу:
$$\frac{A(x) \Rightarrow B(x), B(x) \Rightarrow C(x)}{A(x) \Rightarrow C(x)}$$

Над чертой, как правило, даются общие **посылки** (исходные суждения), а под чертой – **вывод** (их логическое следование), сама черта заменяет слово «следует».

Посылки и заключение этого умозаключения сформулированы в виде условных суждений. Такие умозаключения еще называются **силлогизмами**.

Силлогизм – это умозаключение, состоящее из двух суждений, из которых с необходимостью выводится третье.

Количество суждений силлогизмов может быть и больше трех, что усложняет их построение.

Условно-категорические умозаключения строятся по правилам [15, с.189]:

- 1)
$$\frac{A(x) \Rightarrow B(x), B(a)}{A(a)}$$
 – правило заключения (утвердительная форма).
- 2)
$$\frac{A(x) \Rightarrow B(x), \bar{B}(a)}{\bar{A}(a)}$$
 – правило отрицания (отрицательная форма).

Первое суждение (общая посылка) каждого правила является обобщающим, а второе (частная посылка) – представляет собой суждение об объекте a , который обладает свойством предиката A (1) или не обладает свойством предиката B (2).

Получение умозаключений по этим правилам основано на нахождении общих и частных посылок, установлении логического следования между суждениями и формулировке заключения (нового истинного суждения).

Итак, в процессе **обучения** математике учащиеся должны уметь строить правильные (дедуктивные) умозаключения, и использовать эти умения не только для аргументации и обоснования своих суждений, но и в ходе опровержения ложных суждений. Это воспитывает критичность мышления, учит отстаивать свою точку зрения и приводить веские аргументы в доказательствах или опровержениях, полученных в ходе умозаключения, суждений.

Таким образом, к логическим **приемам** будем относить следующие (табл.3) [7, с. 190].

Таблица 3

Логические приемы при работе с умозаключениями

Логические приемы	Смысл приема
Построение дедуктивных умозаключений	Нахождению общих и частных посылок, установлению логического следования между суждениями и построение заключения (нового истинного суждения)
Определение степени правильности умозаключения.	Нахождением значения истинности общих и частных посылок, установлением логического следования между суждениями, нахождением примеров, опровергающих правильность данного умозаключения

Продemonстрируем прием 1 на доказательстве свойства неравенств одного знака [12, с.23].

Виды дедуктивного умозаключения рассмотрим в таблицах с 4 – 7.

Индуктивное умозаключение – умозаключение от знания меньшей степени общности к новому знанию большей степени общности (т.е. от отдельных частных случаев мы переходим к общему суждению).

Индукция бывает **полной** (рассматриваются все элементы класса) или **неполной**, когда рассматриваются не все элементы (случаи) изучаемого явления, а заключение делаем для всех.

Выделены **три вида** неполной индукции (рис. 7):

- Полная и научная индукция дают достоверное заключение.

- Популярная и индукция через анализ и отбор фактов дают вероятностное, а не достоверное заключение (суждение), поэтому возникает распространенная логическая ошибка – «поспешное обобщение» [6, с.139].

Умозаключение по **анalogии** – один из наиболее древних видов умозаключения, присущих человеческому мышлению с ранних ступеней развития.

Аналогия – умозаключение о принадлежности предмету определенного признака (т.е. свойства или отношения) на основе сходства в существенных признаках с другими предметами.

В зависимости от **характера информации**, переносимой с одного предмета на другой, аналогия делится на два вида (рис. 19) [12].

В аналогии **свойств** рассматриваются два единичных предмета или два множества однородных предметов (два класса), а переносимыми признаками являются свойства этих предметов [11, с.4].

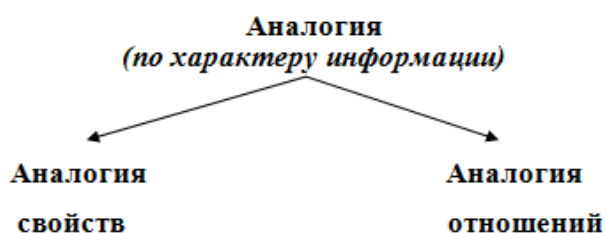


Рис. 19. Виды аналогии

Схема аналогии свойств такая:

Предмет А обладает свойствами a, b, c, d, e, f.

Предмет В обладает свойствами a, b, c, d.

Вероятно, предмет В обладает свойствами e, f.

С ее помощью **анalogии отношений** в математике информация, переносимая с одного предмета на другой, характеризует отношения между двумя предметами.

Обсуждая с учащимися теоретический материал об аналогии как виде умозаключения, важно указать, о существовании "**полезной**" и "**вредной**" аналогии, которая может приводить к грубым ошибкам. В подобных случаях учащиеся пытаются заменить аналогией

отсутствующие знания. Необходимо требовать от учеников постоянно обосновывать выполняемые математические действия ссылками на уже изученный материал, чтобы добиться сознательного и прочного его усвоения. В процессе преподавания *надо подчеркивать истинные аналогии и отмечать и разрушать ложные.*

Таким образом, приступая к изучению математики, учащиеся знакомятся с новой терминологией, в том числе в рамках метапредметных знаний, в частности с логической теорией, овладевают правилами оперирования с формами мышления. Это очень сложный процесс и зачастую ученики ориентируются в нем вслепую, интуитивно. Поскольку логика в наших школах не изучается, то ознакомление с логическими приемами с раннего детства идет на интуитивном уровне. К началу школьного обучения набранного таким спонтанным образом «багажа» правил, программ и алгоритмов логического мышления оказывается достаточно для решения простейших логических задач и упражнений. Последующее нарастание объема учебного материала и, особенно, насыщение его сложными и длинными логическими связями вызывают трудности у учащихся, зачастую – непреодолимые. Отметим, что большинство учителей считают, из-за перегруженности программы темп обучения не позволяет останавливаться на структурно-логическом анализе изучаемого материала, заставляет избегать подробной детализации причинно-следственных связей. В то время как: если учащийся *«обучен»* логическим метапредметным знаниям и умениям, это позволит увеличить темп освоения предметных знаний. Поэтому можно с уверенностью сказать, что, **целенаправленно и систематически** обращаясь на уроках математики к логическим знаниям и приемам, учитель будет формировать умение грамотно и осознано выстраивать мыслительный процесс, тем самым реализовывать основную тенденцию современного образования - «учить учиться».

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ УМОЗАКЛЮЧЕНИЮ КАК ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Познавательное значение математических умозаключений чрезвычайно велико. Они расширяют границы наших знаний об объектах и явлениях реального мира в силу того, что большая часть математических предложений является выводом из сравнительно небольшого числа основных суждений, которые получены, как правило, путем непосредственного опыта и в которых отражены наши наиболее простые и общие знания об его объектах.

2.1. Необходимые условия формирования умения оперировать с умозаключениями

Формирование логических знаний и умений, как уже было сказано, происходит «в фоновом» режиме, на основе предметного учебного материала. Деятельность учащихся организуется на основе специально разработанных заданий, способствующих усвоению существенных признаков логических понятий и способов соответствующей деятельности. При изучении тех или иных тем школьного курса математики учитель конкретизирует задания на материале темы.

Обучение умению выводить логические **следствия** из имеющихся предпосылок – одна из главных задач учителя на уроках математики. Элементарные навыки поиска приобретаются при решении задач. Например, при работе с доказательством объяснение учителя не должно быть воспроизведением текста учебника, иначе для многих учащихся доказательство останется непонятным и тогда, весь процесс его усвоения

сводится к заучиванию без понимания смысла. От чего же зависит возможность понимания доказательства?

Прежде всего, должно быть обеспечено яркое и отчетливое понимание формулировки посылки и владение аргументами. Это необходимые предпосылки формулирования умозаключения.

В самом же процессе формулирования умозаключения возникают две **сложности**:

- 1) понимание строения и правильности каждого умозаключения в отдельности;
- 2) понимание последовательности связи умозаключения.

При работе с умозаключениями в первой главе были выделены два основных логических **приема**:

- построение дедуктивных умозаключений;
- определение степени его правильности.

К **первому приему** отнесены такие действия как нахождение общей и частной посылок, установление между ними логического следования, построение суждения – заключения (вывода).

Ко **второму приему** – такие действия как нахождение значений истинности посылок, установление логического следования между ними, нахождение примеров, опровергающих правильность умозаключения.

Для формирования каждого из перечисленных действий следует привести задания, которые основаны на выполнении этих действий. Так, для усвоения умения находить общую посылку можно предложить тестовые задания с выбором ответов или с пропусками.

Тестовые задания с пропусками можно использовать для формирования умений находить как общие и частные посылки, так и суждения – заключения. Г.И. Саранцевым задания в такой форме называются упражнениями, способствующими «пониманию структуры наиболее употребимых дедуктивных умозаключений» [3, с. 30].

Причем в каждом из этих заданий пропущена либо общая посылка, либо частная.

Для того чтобы учащиеся могли устанавливать логическое следование между суждениями и формулировать выводы из данных утверждений можно применять задания на восстановление «цепочки» рассуждений.

При выполнении этого задания учащимся следует на основе определения убывающей функции установить логическое следование между данными утверждениями, в результате чего они получают последовательность цифр. Отметим, что суть задания на восстановление «цепочки» рассуждений заключается в установлении соответствия между данными суждениями и порядковым номером этапа в рассуждении.

В этом задании учащимся требуется в результате установления логического следования между двумя утверждениями сформулировать вывод данного умозаключения, построенного по правилу отрицания. Выполняя приведенные примеры тестовых заданий, ученики усваивают правила дедуктивных рассуждений, умение устанавливать логическое следование между суждениями, учатся формулировать выводы.

Работа с доказательствами является одной из важных в курсе геометрии. Так, например при отработке понятий медианы, высоты, биссектрисы треугольника (рис. 22) [1, с. 31] необходимо уделять внимание не запоминанию формулировок, а их пониманию, вытекающих следствий из них и умозаключений с помощью таких упражнений:

При доказательстве теоремы о свойстве биссектрисы равнобедренного треугольника необходимо, чтобы учащиеся видели :

- а) два равных треугольника – равенство соответствующих сторон;
- б) определение медианы – значит, биссектриса является медианой;
- в) два равных треугольника – равенство соответствующих углов;
- г) определение высоты, свойство смежных углов – биссектриса является высотой.

Доказательство теоремы о свойстве биссектрисы равнобедренного треугольника простое [1, с.34], поэтому можно предложить учащимся самостоятельно провести исследование и доказать, что она является и медианой и биссектрисой.

Упражнения в оформлении доказательств помогают лучшему усвоению и более прочному запоминанию самих доказательств, вводит учащихся в круг требований, предъявляемых к доказательству, и вырабатывают умение изложить его самостоятельно; они способствуют развитию речи и мысли; воспитывают умение придать им точную и законченную форму, помогают направить их в русло полной работы.

Большое влияние на результат исследований оказывает **форма** изложения рассуждений. Чтобы сделать эту форму более доступной и легче усвояемой необходимо следующее:

1. Ввести в изложение краткие разъяснения метода основной идеи плана доказательства и целесообразности дополнительных построений.
2. Выделять в нем узловые моменты.

Итак, успех в доказательстве логических следствий определяется не применением какого-нибудь метода или приема, а системой преподавания в целом.

Ниже представим **методические рекомендации** при использовании возможностей применения умозаключения как формы мышления в школьном курсе математики, необходимых условий понимания и умения делать логические выводы:

- 1) при работе с **доказательствами**, важно:
 - чтобы ученик имел ясное представление о *сущности* доказательства, его строении, его *видах* и требованиях, к нему предъявляемых; целесообразно представить эту информацию с помощью схем и таблиц;
 - в процессе отыскания доказательства задавать учащимся преимущественно те вопросы, которые непосредственно связаны с

открытием нового; где учащимся нужно сравнить, выделить, обобщить, то есть подумать, сообразить, а не просто вспомнить, отыскание доказательства;

– нужно придавать различные формы доказательства в зависимости от трудности доказательства, возраста и подготовки учащихся. Активизировать учащихся в открытии «нового»: в том числе соединить информацию (например, «новую» и «старую») и сделать выводы;

– важную роль в доказательстве играет чертеж: он делает наглядным не только содержание теоремы, но и ход доказательства. Поэтому важно рассматривать все случаи расположения объектов, возможные виды объектов, чтобы в результате были правильно сформулированы умозаклучения.

2) важно вести планомерную и систематическую работу по воспитанию у учащихся **потребности** в логических обоснованиях утверждений, навыков выполнения дедуктивных умозаклучений, построение истинных аналогий. А так же понимания того, что из одних предложений логическим путем можно получить новые предложения, одно из которых будет точно истинным, в то время как другое может быть лишь только гипотезой.

3) в процессе обучения оперированию умозаклучениями важную роль играет:

– работа с **суждением**, так как умозаклучение образуется при помощи нескольких суждений. Важно уметь определять квантор, субъект, связку, предикат суждения; вид суждения (общеутвердительные, частноутвердительные, общеотрицательные, частноотрицательные). Теоретические сведения по теме «Суждение» представлены в приложении 5;

– уметь устанавливать связь и отношений между понятиями: (изображение с помощью кругов Эйлера, установление отношения род – вид, множество – подмножество).

4) при работе с умозаклучением целесообразно использовать типы заданий, представленные в таблице 8.

Типы заданий

Тип задания	Номера заданий
Установление вида умозаключения	1, 34, 37, 42, 43, 45
Построение умозаключений	12, 31, 35, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 56, 57
Восстановление умозаключений по отдельным фразам	14, 29, 30, 32, 36, 37, 38, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55
Установление истинных или ложных посылок, выводов в умозаключении	7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 33, 58, 59, 60, 61, 62, 63
Тестовые задания	33, 35, 64, 65, 66, 67, 68

Использование заданий на построение умозаключений, тестовых заданий формирует умение находить общие и частные посылки, суждения – заключения, задания на восстановление «цепочки» рассуждений, установление соответствий, дополнение помогают учащимся устанавливать логическое следование между суждениями и формулировать выводы из данных утверждений.

Анализируя литературу по теме исследования, можем сделать заключение, что обучение правильному выстраиванию умозаключений играет важную роль при формировании логического мышления школьников. Необходимо вести с учащимися продуманную подготовительную работу, учить четко формулировать условие и заключение утверждений (теорем, следствий, задач); показать учащимся, что процесс доказательства заключается в **цепочке умозаключений**, не зависимо оттого, каким методом оно ведется.

2.2. Дидактические материалы по теме «Умозаключение»

Деятельность учащихся по освоению такого вида логических универсальных действий как умозаключение должна проводиться:

– во-первых, как при непосредственном ходе обсуждения информации, как на уроке, так и во внеурочной деятельности;

– во-вторых, так и на основе специально разработанных заданий, способствующих усвоению существенных признаков логических понятий и способов соответствующей деятельности.

В нашей работе мы выделили следующие **виды** заданий, направленные на усвоение умозаключений:

- на установление вида умозаключения;
- на осуществление разбора, построение умозаключения;
- на восстановление умозаключений по отдельным фразам;
- на установление истинных или ложных посылок, выводов в умозаключении;
- тестовые задания.

При изучении тех или иных тем школьного курса математики учитель конкретизирует задания на материале темы. Задания можно использовать как обучающие примеры, так и для самостоятельной работы.

Таким образом, **приемы** конструирования задач, ориентированных на формирование умозаключения, обуславливается целями конкретного урока, спецификой формируемого понятия или изучаемой теоремы, законами и правилами логики, содержанием логического приема.

В содержание задач в **тестовой форме**, ориентированных на формирование логических приемов мышления, следует включать такие алгебраические объекты, которые требуют не выполнения с ними сложных преобразований или вычислений, а анализа структуры алгебраических конструкции, и что из них следует.

Задания с **выбором ответов** целесообразно приводить несколько (или все) правильных или неправильных ответов. Это позволит повысить объективность выполнения задания, т.к. снижается вероятность выбора ответа «наугад», а также дает возможность прорешать несколько задач в одной, т.к. требует анализа всех данных вариантов ответов.

В заданиях **на соответствие** важно приводить не равночисленные множества, между элементами которых требуется установить соответствие.

Сложность заданий на дополнение возрастает с увеличением количества заданных свойств объектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данное исследование посвящено представлению возможностей применения умозаключения как формы мышления в школьном курсе математики, созданию дидактического материала по теме данной работы.

В ходе исследования были получены следующие **выводы и результаты**:

1. Понятие «Умозаключение», как показал анализ методической, учебно – математической, логической литературы широко рассматривается и имеет различные формулировки определения, например, рассматривается как вид рассуждения, форма мышления, вывод или признание истины (ложности) суждения.

В тексте работы нами представлен основной теоретический материал по теме «Умозаключение» в изложении, которого используются таблицы и рисунки. Данный материал скомпонован так, чтобы удобно использовать при проведении уроков математики и внеурочной деятельности.

2. Для каждого вида умозаключения, нами представлены 25 заданий, которые могут быть использованы учителем на уроках математики и во внеурочной деятельности. Часть материала систематизирована в 10 таблиц.

3. В ходе исследования разработано и систематизированы 68 заданий, способствующих формированию умения применять умозаключение в математике. Задания разделены на группы: на установление вида умозаключения; на осуществление разбора и построение умозаключений; на восстановление умозаключений по отдельным фразам; на установление истинных или ложных посылок, выводов в умозаключении, задания в тестовой форме.

4. Материал выпускной квалифицированной работы был апробирован на выступлениях с докладами:

- 1) «Механизм развития логического мышления у обучающихся в рамках внеурочной деятельности» (краевой семинар «Время выбрало нас», Эврика, 29.03.18);
- 2) «Умозаключение как форма мышления и объект метапредметных результатов» (педагогический совет МБОУ «Екатерининская СОШ», 27.03.18);
- 3) семинарских занятиях по курсу «Логические основы школьного курса математики».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Азевич А.И.* Итоговые тестовые работы по алгебре и началам анализа / А.И. Азевич // Математика в школе. – 2000. – № 10. – С. 10 – 17.
2. *Азевич А.И.* Итоговые тестовые работы по математике в V – VI классах / А.И. Азевич // Математика в школе. – 2001. – № 3. – С. 25 – 36.
3. *Акири И.К.* Логические тесты на уроках математики / И.К. Акири // Математика в школе. – 1994. – № 6 – С. 27 – 32.
4. *Алгебра:* учеб. для 7, 8, 9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков и др.; под общ. ред. С.А. Теляковского.-М.: Просвещение, 2000 – 2009. – 250 с.
5. *Алгебра:* Учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.-М.: Просвещение, 2001 – 2002. – 267 с.
6. *Ананченко К.О.* Обучение индуктивным и дедуктивным умозаключениям в курсе алгебры восьмилетней школы: дисс. канд. пед. наук / К.О. Ананченко: Москва, 1979. – 168 с.
7. *Ананченко К.О.* Обучение индуктивным и дедуктивным умозаключениям / К.О. Ананченко // Преподавание алгебры в 6 – 8 классах / составители Ю.П. Макарычев, П.Г. Миндюк. – М.: Просвещение, 1980. – С.186 – 203.
8. *Атанасян Л.С.* и др. Геометрия. 7 – 9 классы. 20-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 384 с.
9. *Антюшин С.С.* Логика [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.С. Антюшин, Н.В. Михалкин. – Электрон. текстовые данные. – М.: Российский государственный университет правосудия, 2013. – 256 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>, (дата обращения: 19 апреля 2018).
10. *Белый О.Н.* Тесты в преподавании математики / О.Н. Белый, И.А. Раппопорт // Математика в школе. 1968. – № 4. – С. 27 – 30.

11. *Вечтомов Е.М.* Преподавание математики: логика и интуиция / Е.М. Вечтомов // II межрегион. науч. конф. «Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России»: тезисы докладов: Киров, 2001. – С. 3 – 5.
12. *Виленкин П.Я.* Элементы математической логики. Факультативный курс по математике: учеб. пособие для 7 – 9 кл. ср. шк./ Н.Я. Виленкин, И.Л. Пикольская. – М., 1991.
13. *Виноградова Л.В.* Методика преподавания математики в средней школе: учеб. пособие / Л.В. Виноградова.- Ростов на Дону: Феникс, 2005. – 252 с.
14. *Воинова И.В.* Тестовое математическое задание как средство формирования логического мышления учащихся / И.В. Воинова // Современные проблемы психолого-педагогических наук: межвуз. сб. науч. тр. Вып. 20 / под ред. чл.-корр. РАО, проф. Е.Г. Осовского. – Саранск: Мордов. гос. пед. ин-т, 2003. – С.29 – 32.
15. *Войшвилло Е.К., Дегтярев М.Г.* Логика: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений. — М.: Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2001. — 528 с.
16. *Гетманова А.Д.* Логика: Учебник для студентов педвузов. – М.: Высш. шк., 1989. – 288 с.
17. *Гетманова А.Д.* Логические основы математики: учеб. Пособие / А.Д. Гетмановой. – М.: Дрофа, 2005 – 253 с.
18. *Горбатов В.В.* Логика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Горбатов. – Электрон. текстовые данные. – М. : Евразийский открытый институт, 2008. – 232 с. – 978–5–374–00067–2. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>, (дата обращения: 19 апреля 2018)
19. *Горкун А.П.* Логика. Структурно-аналитические схемы и таблицы [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Горкун. – Электрон. текстовые данные. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2009. – 36 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>, (дата обращения: 25 апреля 2018)

20. *Груденов Я.И.* Изучение определений, аксиом, теорем. М., 1981–95с.
21. *Гусев А.В.* Психолого-педагогические основы обучения математике/ А.В. Гусев. – М., 2003. – 432 с.
22. *Дубнов Я.С.* Ошибки в геометрических доказательствах. М., 1969–69с.
23. *Заесенок В.П.* Логические задачи как средство формирования приемов эвристической деятельности школьников в 5-6 классах на уроках математики: автореф. дис. канд. пед. наук/ В.П. Заесенок. – М., 2004. – 18с.
24. *Зайкин М.И.* Учимся на чужих ошибках: тетрадь с развивающими заданиями по математике: учебное пособие для 5, 6 классов общеобразовательных учреждений / М.И. Зайкин, В.А. Колосова. – М.: Русское слово, 1998. –52 с.
25. *Ильичева Е.О.* Умозаключения в публичных выступлениях политических лидеров / Е.О. Ильичева // Известия Байкальского государственного университета. – 2015. – С. 110-112.
22. *Колягин Ю.М.* Учись решать задачи / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян. – М.: Просвещение, 1985. – 370 с.
26. *Копцев И.Д.* Умозаключения рассудка и разума как факторы текстуальности в философском дискурсе И.Канта / И.Д. Копцев //Кантовский сборник. – 2009. – С.67-76.
27. *Мостовой А.И.* Различные способы доказательств в курсе геометрии восьмилетней школы. М., 1965 – 102с.
28. *Нурмагомедов Д.М.* Умозаключение в начальной школе/ Д.М. Нурмагомедов // Мир науки, культуры, образования. – 2017. – №6. – С.228
29. *Подходова Н.С.* К проблеме личностно-ориентированного обучения геометрии. // Математика в школе. 2000 – №10
30. *Пойа Д.* Как решать задачу / Д.Пойа //Под ред. Ю.М. Гайдуга. – М. : Просвещение, 1959. – 207 с.

31. *Развитие* логико-вероятностные мышления в школе. // Математика в школе 1994 – №18.
32. *Спирин А.Д.* Логика [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Д. Спирин. – Электрон. текстовые данные. – М.: Всероссийский государственный университет юстиции (РПА Минюста России), 2015. – 130 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>, (дата обращения: 30 апреля 2018).
33. *Старченко А. А.* Логика: учебник для юридических вузов / под ред. проф. В. И. Кириллова. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 240 с.
34. *Стилвелл Д.* Математика и ее история. – Москва-Ижевск: институт компьютерных исследований, 2004, 530 с.
35. *Терешин Н.К.* Еще раз о доказательстве//Математика, 2002 – №35.
36. *Тимощук М.Е.* Построение доказательств по геометрии. Омск, 1999. –51с.
37. *Федеральный* государственный образовательный стандарт начального общего образования, 2012. – 28 с. – Режим доступа: <https://минобрнауки.рф/документы/336>.
38. *Федеральный* государственный образовательный стандарт основного общего образования, 2013. – 41 с. – Режим доступа: <https://минобрнауки.рф/документы/336>.
39. *Федеральный* государственный образовательный стандарт среднего образования, 2014. – 45 с. – Режим доступа: <https://минобрнауки.рф/документы/336>.
40. *Фетисов А.И.* О доказательстве в геометрии М.:1954. – 58 с.
41. *Фундаментальное ядро содержания общего образования* / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – 4-е изд., дораб. – М. : Просвещение, 2011. – 79 с. – (Стандарты второго поколения).

42. *Философия*: Энциклопедический словарь. – М.: Гардарики. Под редакцией А.А. Ивина. 2004. – 1072 с.

43. *Шадрин Д.А.* Учебное пособие по логике [Электронный ресурс] / Д.А. Шадрин. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Научная книга, 2012. – 159 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>, (дата обращения: 25 апреля 2018).

44. *Яглом И.М.* Элементарная геометрия прежде и теперь – Изд.: Знание, 1972. – 48 с.

Планируемые результаты освоения программы по математике из ФГОС основного общего образования [36, с.47]

В тексте ФГОС основного общего образования дается трактовка планируемых результатов:

- *личностные результаты* – готовность и способность обучающихся к саморазвитию, сформированность мотивации к учению и познанию, ценностно-смысловые установки выпускников начальной школы, отражающие их индивидуально – личностные позиции, социальные компетентности, личностные качества; сформированность основ российской, гражданской идентичности;
- *метапредметные результаты* – освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (познавательные, регулятивные и коммуникативные);
- *предметные результаты* – освоенные обучающимися в ходе изучения учебных предметов опыт специфической для каждой предметной области деятельности по получению нового знания, применения и преобразования, а также система основных элементарных научных знаний, лежащих в основе современного представления о мире.

Предметные результаты освоения основной образовательной программы начального общего образования

Предметные результаты освоения основной образовательной программы начального общего образования, *включающих в себя конкретные учебные предметы, должны отражать:*

– освоение основами логики и алгоритма мышления, пространственного воображения и математической речи, измерения, пересчета, прикидки и оценки, наглядного представления данных и процессов, записи и выполнения алгоритмов [35, с.47].

Обязательные предметные области и основные задачи реализации содержания предметных областей приведены в таблице 9:

Таблица 9

Основные задачи предметной области математики

<i>Предметные области</i>	<i>Основные задачи реализации содержания</i>
Математика и информатика	Развитие математической речи, логического и алгоритмического мышления, воображения, обеспечение первоначальных представлений о компьютерной грамотности

**Предметные результаты освоения основной образовательной
программы основного общего образования**

В результате изучения предметной области «Математика и информатика» обучающиеся развивают логическое и математическое мышление, получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию; получают представление об основных информационных процессах в реальных ситуациях [37, с. 47].

Предметные результаты изучения предметной области «Математика и информатика» должны отражать:

Математика. Алгебра. Геометрия. Информатика:

1) развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

2) овладение символьным языком алгебры, приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;

3) овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

4) развитие алгоритмического мышления, необходимого для профессиональной деятельности в современном обществе; развитие умений составить и записать алгоритм для конкретного исполнителя; формирование знаний об алгоритмических конструкциях, логических значениях и операциях; знакомство с одним из языков программирования и основными алгоритмическими структурами – линейной, условной и циклической [39, с.48].

Изучение предметной области «Математика и информатика» в средней школе должно обеспечить:

- сформированность основ логического, алгоритмического и математического мышления;
- сформированность умений применять полученные знания при решении различных задач;

Предметные результаты изучения предметной области «Математика и информатика» включают предметные результаты изучения учебных предметов:

«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» (базовый уровень) – требования к предметным результатам освоения базового курса математики должны отражать:

1) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

2) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

3) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

4) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические

фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

5) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» (углубленный уровень) – требования к предметным результатам освоения углубленного курса математики должны включать требования к результатам освоения базового курса и дополнительно отражать:

1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

Фигуры силлогизма [16, с. 176]

В посылках простого категорического силлогизма средний термин может занимать место субъекта или предиката. В зависимости от этого различают четыре разновидности силлогизма, которые называют **фигурами**.

Фигуры силлогизма (рис. 32) – это его разновидности, различающиеся положением среднего термина в посылках.

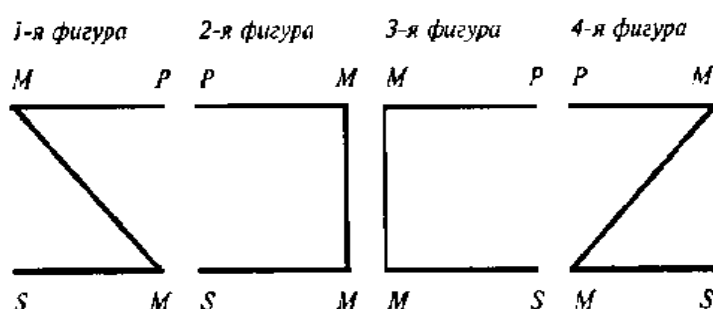


Рис.32. Фигуры категорического силлогизма

В первой фигуре средний термин занимает место субъекта в большей и место предиката в меньшей посылках.

Во второй фигуре – место предиката в обеих посылках.

В третьей фигуре – место субъекта в обеих посылках.

В четвертой фигуре – место предиката в большей и место субъекта в меньшей посылке.

Правила фигур:

1 фигура – большая посылка должна быть общей, меньшая – утвердительной.

2 фигура – большая посылка – общая, а заключение – отрицательное.

3 фигура – меньшая посылка – утвердительная, а заключение – частное.

4 фигура – общеутвердительное заключение не даёт.

Если большая посылка – общеутвердительная, то меньшая – общая.

Если одна из посылок отрицательная, то большая посылка – общая.

Правила посылок:

1 фигура – из двух отрицательных посылок нельзя сделать никакого заключения.

2 фигура – если одна из посылок отрицательная, то и заключение – отрицательное.

3 фигура – из двух частных посылок нельзя сделать заключения.

4 фигура – если одна из посылок частная, то заключение должно быть частным.

Правила терминов:

1 фигура – простой категорический силлогизм должен содержать только три термина, для чего понятия, используемые в умозаключении, не должны подменяться.

2 фигура – средний термин должен быть распределён хотя бы в одной из посылок.

3 фигура – распределён термин в заключении, если, и только если он распределён в посылках, при нарушении этого правила возникает ошибка.

Суждение – как форма мышления

Суждение, как и умозаключение, играет основную роль в процессе познания окружающего мира. Любое знание существует, прежде всего, в форме суждения. От того, насколько мы хорошо владеем навыками правильно формулировать свои суждения о явлениях и предметах окружающих нас, зависит четкость и ясность нашей речи, умение адекватно воспринимать, прочитывать информацию [15, с. 56].

Суждение: определение и виды

Суждение – это форма мышления, в которой отображается наличие или отсутствие самого объекта (наличие или отсутствие каких-либо его признаков и связей) [8, с. 122].

Ю.М. Колягин пишет: «В мышлении понятия не выступают разрозненно, они определенным способом связываются между собой. Формой связи понятий друг с другом является суждение. В каждом суждении устанавливается некоторая связь или некоторое взаимоотношение между понятиями, и этим самым утверждается наличие связи или взаимоотношений между объектами, охватываемыми соответствующими понятиями. Если суждения правильно отображают эти объективно существующие зависимости между вещами, то такие суждения называются истинными; в противном случае суждения будут называться ложными» [22, с. 122].

В процессе познания суждения выполняют следующие функции:

- 1) образование понятий (суждение – развернутая форма понятия);
- 2) установление связей и отношений между понятиями;
- 3) фиксация, хранение и передача познавательного опыта [15, с.109].

Суждение имеет свою языковую оболочку – предложение, однако не всякое предложение является суждением.

Характерным признаком суждения является обязательное наличие **истинности** или **ложности** в выражающем его предложении.

Суждения делятся на простые и сложные (рис. 33).

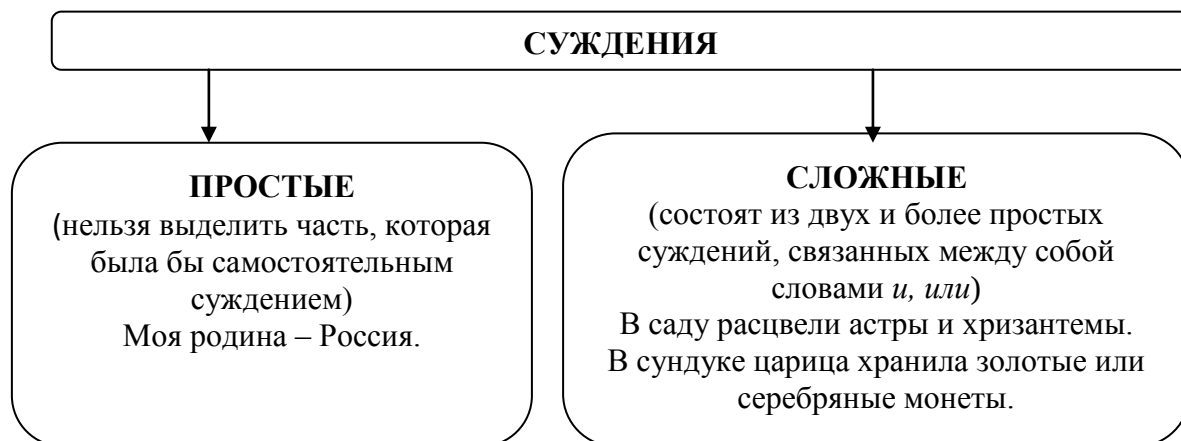


Рис. 33. Виды суждения

Очень важными видами сложных суждений являются теоремы и аксиомы (постулаты) (табл.10), [19, с. 23].

Таблица 10

Виды сложных суждений

Виды сложных суждений		
Аксиома - предложение, принятое без доказательства.	Постулат - это предложение, в котором выражается некоторое требование (условие), которому должно удовлетворять некоторое понятие или некоторое отношение между понятиями.	Теорема - математическое предложение, истинность которого устанавливается посредством доказательства (рассуждения).

Суждение есть мысль, в которой при ее высказывании нечто утверждается или отрицается, которая объективно является либо истинной, либо ложной и при этом непременно верно одно из двух [15, с. 110].

Суждения – это предложения, в которых выражена мысль о предмете, объектах, явлениях.

Существуют два основных **свойства** суждений:

- что-то отрицать или утверждать;
- являться истинными или ложными [12, с. 129].

Суждение состоит:

- логического подлежащего (субъекта мысли);
- логического сказуемого (предиката мысли);
- логической связки.

Кроме субъекта, предиката и связки в каждом суждении присутствует еще один элемент – **квантор**.

Кванторы бывают двух видов (рис. 34).

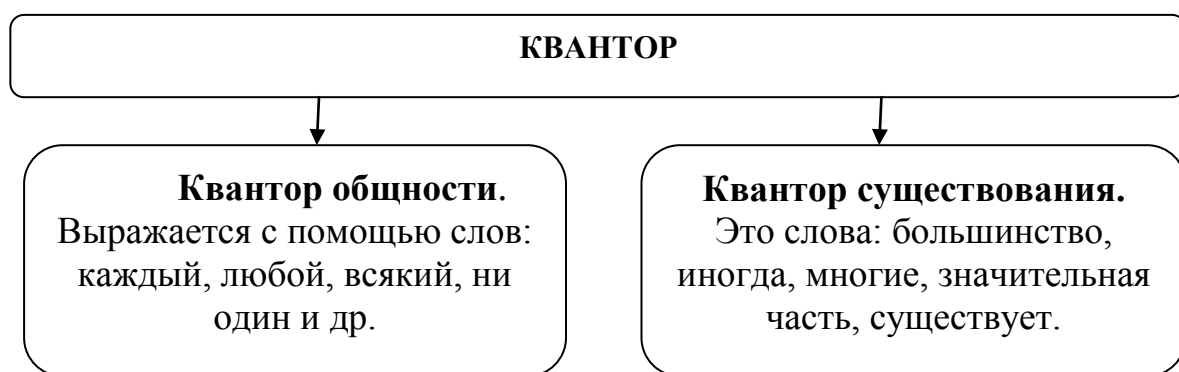


Рис. 34. Виды квантора

Рассмотрим структуру простых суждений: **S** связка **P**.

Буквой **S** обозначается **субъект суждения**, т.е. понятие о предмете суждения. Буквой **P** обозначается **предикат суждения**, понятие о признаке того предмета, о котором говорится в суждении [5, с.64].

Связка – это элемент суждения, соединяет оба термина суждения, утверждая или отрицая принадлежность предмету некоторого признака. Связкой может служить слова «не являются», «есть», «суть», тире, группа слов или просто согласование слов [15, с. 111].

Виды простых суждений:

1. Суждение свойства (атрибутивное).

В них формулируются свойства, состояния, виды деятельности некоторого предмета.

Например: «Сумма внутренних углов любого треугольника равна 180° »;

2. Суждения с отношениями (реляционные).

В них говорится об отношениях между предметами.

Например: «Любая неправильная дробь больше любой правильной»;

3. Суждения существования (экзистенциальные).

В них утверждается или отрицается существование предметов в действительности.

Например: «Существуют параллельные прямые».

Атрибутивные суждения делятся на виды по количеству и качеству.

Количество – логическая характеристика суждения, раскрывающая, в каком объеме взят субъект суждения (полностью или частично), выражается кванторами.

Качество – логическая характеристика суждения, выражающая наличие утверждения или отрицания в связке [15, с. 112].

Рассмотрим наиболее распространенную классификацию простых суждений:

1. *По качеству: утвердительными* (связка «есть», «является»), отрицательными (связки «не есть», «не является»);

2. *По количеству: общие* (кванторные слова «все», или «не один»), частные (кванторное слово «некоторые») и единичные.

Объединенная **классификация** простых суждений по качеству и количеству:

1. **Общеутвердительные суждения.** Обозначаются буквой *A*, имеют структуру: «*Все S есть P*».

Например, «Всякая неправильная дробь представима в виде смешанного числа».

2. **Частноутвердительные суждения.** Обозначаются буквой *I*. Структура: «*Некоторые S есть P*».

Например, «Некоторые многогранники являются правильными многогранниками».

3. **Общеотрицательные суждения.** Обозначаются буквой **Е**.
Структура: «*Ни одно S не есть P*».

Например, «Ни один куб не является плоской геометрической фигурой».

4. **Частноотрицательные суждения.** Обозначаются буквой **О**.
Структура: «*Некоторые S не есть P*».

Например, «Некоторые прямые не являются скрещивающимися».

Суждения об отношениях (реляционные) – суждения, в которых говорится, что определенные отношения имеют место (или не имеют места) между элементами пар, троек и т.д. предметов [15, с.114].

Виды реляционных суждений:

1. Отношение называется **рефлексивным**, если для любого элемента из области его определения, это отношение имеет место. Если это отношение имеет место не для каждой пары, а лишь для некоторых, то оно называется **нерефлексивным**.

2. Отношение называется **симметричным**, когда для любых пар предметов из области его определения, верно, что если имеет место это отношение в паре $\{x,y\}$, то оно имеет место и в паре $\{y,x\}$. Если таких пар не существует, то отношение **антисимметрично**.

3. Отношение называется **транзитивным**, если оно обязательно имеет место для пары $\{x,z\}$, при условии его наличия в парах $\{x,y\}$ и $\{y,z\}$. Отношение называется **нетранзитивным**, если такие пары в области определения существуют, но существуют и такие пары, для которых это не выполняется. Отношение называется **антитранзитивным**, если в области определения отношения таких трех пар не существует [15, с.114].

Рассматривая деление категорических (атрибутивных) суждений по качеству и количеству, следует обратить внимание на особую группу суждений – выделяющие и исключаяющие суждения:

1. **Выделяющие суждения** – это суждения, которые уточняют количественную характеристику предиката путем указания на то, что он принадлежит (не принадлежит) только данному субъекту.

Эти суждения в общем виде могут быть представлены формой «*S, и только S, есть P*».

В общем выделяющем суждении выделяющая характеристика относится к каждому предмету какого-либо класса.

В частном выделяющем суждении выделяющая характеристика относится к некоторым (а может быть, ко всем) предметам известного класса.

2. **Исключающие суждения** указывают на принадлежность (непринадлежность) признака всем предметам, за исключением некоторых. Они имеют форму «*Все S, кроме S₁, есть P*».

Всякое исключаящее суждение представляет собой синтез утвердительного и отрицательного суждения, поскольку в нем утверждается принадлежность какого-либо признака предмету определенного класса предметов и одновременно отрицается принадлежность этого признака у других предметов того же класса [15, с.118].

Сложные суждения образуются из простых суждений с помощью логических связок: конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленции и отрицания, которое приблизительно соответствуют союзам естественного языка «и», «или», «если...то», «тогда и только тогда, когда...» и «неверно, что...».

Конъюнкция ($a \wedge b$) истинна в том и только в том случае, если суждения a и b оба истинны.

Дизъюнкция ($a \vee b$), если нестрогая (ее члены не исключают друг друга), то истинно в том случае если истинно, хотя бы одно из суждений; члены строгой дизъюнкции исключают друг друга, строгая дизъюнкция истинна тогда, когда истинно, лишь одно из двух простых суждений.

Импликация ($a \rightarrow b$) истинна всегда, кроме случая, когда первое суждение истинно, а второе ложно.

Эквиваленция ($a \equiv b$) истинно в тех случаях, когда a и b либо оба истинны, либо оба ложны и если, a ложно, то его отрицание истинно.

Отрицание суждения a ($\bar{a}$) характеризуется так, если a истинно, то его отрицание ложно [5, с.68].

Суждение может быть непосредственным, полученным из наблюдений, ощущений или по интуиции, и опосредованным, полученным из других суждений с помощью логического вывода. Опосредованные суждения называются умозаключениями [3, с.86].

Каждая наука по существу представляет собой определенную систему суждений об объектах, являющихся предметом ее изучения. Каждое из суждений оформляется в виде некоторого предложения, выраженного в терминах и символах, присущих этой науке. Математика также представляет собой определенную систему суждений, выраженных в математических предложениях посредством математических или логических терминов или символов. Математические термины (или символы) обозначают те понятия, которые составляют содержание математической теории, логические термины (или символы) обозначают логические операции, с помощью которых из одних математических предложений строятся другие математические предложения, из одних суждений образуются другие суждения, вся совокупность которых и составляет математику как науку [8, с.120].

Проанализировав литературу мы создали классификацию суждений (рис. 35).

Таким образом, суждение является основой любой науки, именно поэтому так важно научить школьника работать с суждениями.



Рис. 35. Классификация суждений



СПРАВКА

Дана Седининой Олесе Павловне, учителю математики

МБОУ «Екатерининская СОШ», в том, что она действительно выступила на педагогическом совете по теме: **«Умозаключение как форма познания и объект метапредметных результатов».**

Протокол №5 от 27.03.2018

Директор МБОУ «Екатерининская СОШ»
И.С. Баранов
« 12 » апреля 20 18 г.