

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра высшей математики

Выпускная квалификационная работа

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА
ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА
«ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ»**

Работу выполнил студент Z151 группы
направления подготовки 44.03.01
Педагогическое образование
профиль «Математика»
Бородкин Александр Германович

подпись

Руководитель:

канд. пед. наук, доцент

кафедры высшей математики

Скорнякова Анна Юрьевна

«Допущена к защите в ГЭК»

Зав. кафедрой высшей математики

дата

подпись

подпись

Пермь

2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| ГЛАВА 1. Элективные курсы как составляющая часть профильного обучения..... | 5 |
| 1.1. Сущность элективных курсов | 5 |
| 1.2. Суть информационно-методической поддержки элективных курсов..... | 9 |
| 1.3. Структура программы и требования к элективным курсам | 10 |
| ГЛАВА 2. Об элективном курсе «Задачи на проценты»..... | 15 |
| 2.1. Программа курса | 15 |
| 2.2. Материалы для проведения курса и методические рекомендации | 20 |
| 2.3. Практическая реализация курса | 42 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ..... | 44 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 45 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ. Конспект урока «Основные задачи на проценты»..... | 47 |

ВВЕДЕНИЕ

Проценты – это одна из сложнейших тем математики, и очень многие учащиеся затрудняются или вообще не умеют решать задачи на проценты, а умение производить процентные расчёты необходимы для каждого человека. Прикладное значение этой темы очень велико и затрагивает финансовую, экономическую, демографическую и другие сферы нашей жизни. В школьном курсе тема «Проценты» изучается в 5–6-х классах в зависимости от конкретного учебника, но ей отводится мало времени, в результате учащиеся зачастую не умеют решать задачи на проценты. В данный момент эти задачи в обязательном порядке входят в ОГЭ и ЕГЭ.

Объект исследования: процесс обучения школьников решению задач на проценты. *Предмет* исследования: процесс обучения школьников решению задач на проценты в рамках элективного курса.

Цель выпускной квалификационной работы заключается в разработке содержания и методического оснащения элективного курса «Задачи на проценты».

В связи с поставленной целью необходимо было решить следующие задачи:

- подобрать литературу, в которой описаны психолого-педагогические и методические стороны создания и проведения элективных курсов;
- познакомиться с положением об элективных курсах в МАОУ «СОШ «Мастерград»;
- изучить литературу о процентах в школьном курсе математики;
- создать методическое оснащение курса;
- спланировать деятельность субъектов образовательного процесса в рамках элективного курса «решение задач на проценты»;
- разработать материалы для организации различных форм контроля знаний обучающихся.

Методы исследования: анализ и синтез имеющейся по данному вопросу литературы, обобщение материала по теме исследования,

систематизация и сравнение информации, ее конкретизация и моделирование, описание и объяснение теоретических знаний и приложений.

Выпускная квалификационная работа состоит из двух глав: заключения, списка используемой литературы и приложения.

В первой главе рассмотрена общая информация о создании и проведении элективных курсов: назначение, цели проведения, требования, предъявляемые к содержанию курса; список материалов, необходимых для разработки курса, структура программы элективного курса и др.

Вторая глава содержит информацию о программе курса, материалы для его проведения и методические рекомендации.

В заключении обобщены результаты работы, сделаны выводы.

Список литературы содержит 20 библиографических источников.

В приложении содержится конспект урока на тему «Понятие процента».

Апробация результатов осуществлялась при частичном проведении элективного курса «Задач на проценты» у обучающихся МАОУ «СОШ «Мастерград» в 2018 г.

ГЛАВА 1. Элективные курсы как составляющая часть профильного обучения

В главе дается толкование понятий «элективный курс», «информационно-математическое обеспечение»; указывается роль элективных курсов в подготовке обучающихся школ, а также требования к элективным курсам.

1.1. Сущность элективных курсов

Элективные курсы – обязательные для посещения курсы по выбору для старшеклассников, которые реализуются за счет школьного компонента.

Прилагательное «элективный» (Electus – латинский) в переводе с латинского языка означает избранный, отобранный [1]. Отсюда следует, что любой курс, названный в учебном плане «элективным» должен выбираться.

В соответствии с одобренной Министерством образованием России «Концепцией профильного обучения на старшей ступени общего образования» [2] дифференциация содержания обучения в старших классах осуществляется на основе различных сочетаний курсов трех типов: базовых, профильных, элективных. Каждый из курсов этих трех типов вносит свой вклад в решение задач профильного обучения. Однако можно выделить круг задач, приоритетных для курсов каждого типа.

Базовые общеобразовательные курсы отражают обязательную для всех школьников инвариативную часть образования и направлены на завершение общеобразовательной подготовки обучающихся.

Профильные курсы обеспечивают углубленное изучение отдельных предметов и ориентированы, в первую очередь, на подготовку выпускников школы к последующему профессиональному образованию.

Элективные же курсы связаны, прежде всего, с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей

каждого школьника. Именно они по существу и являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ, т.к. в наибольшей степени связаны с выбором каждым школьником содержания образования в зависимости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов. Элективные курсы как бы «компенсируют» во многом достаточно ограниченные возможности базовых и профильных курсов в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей старшеклассников [3].

Элективные курсы «компенсируют» во многом достаточно ограниченные возможности базовых и профильных курсов в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей старшеклассников. Эта роль элективных курсов в системе профильного обучения определяет широкий спектр их функций и задач.

При этом предполагается, что элективные курсы должны способствовать внутрипрофильной специализации обучения, а так же для разработки учащимися собственного образовательного профильного маршрута, так как одной из основных задач, стоящих перед системой образования, является переориентация на подготовку человека, самостоятельно выбирающего индивидуальную траекторию развития в соответствии со своими способностями и возможностями, ответственно принимающего решения и эффективно действующего в современно меняющемся мире.

Элективные курсы должны быть содержательно и деятельно связаны с конкретным профилем, моделируя характерные для него учебные ситуации и проблемы.

Элективные курсы играют большую роль в совершенствовании школьного образования. Они позволяют производить поиск и экспериментальную проверку нового содержания, новых методов обучения, а также варьировать объём и сложность изучаемого материала.

В соответствии с целями выделяют следующие задачи элективных

курсов:

- способствовать самоопределению ученика и выбору дальнейшей профессиональной деятельности;
- создавать положительную мотивацию обучения на планируемом профиле;
- познакомить учащихся с ведущими для данного профиля видами деятельности;
- активизировать познавательную деятельность школьников;
- повысить информационную и коммуникативную компетентность учащихся;
- построение индивидуальной образовательной программы с выбором содержания образования в зависимости от интересов, последующих жизненных планов.

Элективные курсы выполняют следующие функции:

- «компенсируют» ограниченные возможности учащихся в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей;
- дополняют и углубляют изучение базовых предметов обучения;
- ориентируют в построении индивидуальных образовательных траекторий;
- ориентируют в особенностях будущей профессиональной деятельности.

Функции элективных курсов должны выполняться взаимосвязано, но каждая из функций может быть ведущей.

Элективные курсы выбираются самими учащимися, поэтому они должны соответствовать их потребностям, целям обучения и мотивам выбора курса. К основным мотивам выбора, которые следует учитывать при разработке и реализации элективных курсов относятся:

- поддержка изучения базовых курсов;
- подготовка к ЕГЭ по профильным предметам;
- приобретение знаний и навыков, освоение способов деятельности для решения практических задач;
- профессиональная ориентация;

- возможности успешной карьеры, продвижения на рынке труда;
- интеграция имеющихся представлений в целостную картину мира [4].

Существует несколько типологий элективных курсов:

I. По разрешаемым задачам:

Элективные курсы выполняют ряд задач.

Создать условия для того, чтобы ученик утвердился или отказался от сделанного им выбора направления дальнейшего учения и связанного с ним определенного вида профессиональной деятельности.

Помочь старшекласснику, совершившему в первом приближении выбор образовательной области для более тщательного изучения, увидеть многообразие видов деятельности с ней связанных.

Удовлетворить естественное любопытство молодого человека к какой-то области знаний, которая не представлена в традиционном учебном плане.

Ознакомить с дополнительными разделами учебного материала.

Следующие виды элективных курсов решают поставленные выше задачи:

1. Пробные (их можно сравнить с факультативными курсами, программы которых будут ориентированы на знакомство с видами деятельности, характерными для человеческой работы в той или иной деятельности; при подготовке можно использовать научно-популярную литературу, пособия для профессиональной школы и т.д.).

2. Ориентационные (например, элективный курс «Задачи на проценты» для экономического профиля); для подготовки можно использовать научно-популярную литературу, пособия для профессиональной школы, дополнительные главы к школьным учебникам, пособия для подготовки в вуз и т.д.

3. Общекультурные (например, элективный курс «Золотое сечение», «Кривые в архитектуре» для любого профиля).

4. Углубляющие (на данных элективных курсах происходит углублённое изучение дополнительного раздела; для подготовки можно

использовать темы и задания к факультативным курсам, дополнительные главы к школьным учебникам, пособия для подготовки в вуз и т.д.) [16].

II. Следующую типологию можно условно обозначит «по связи с предметом» элективные курсы делятся на предметные, межпредметные и на элективные курсы по предметам, не входящим в базовый учебный план.

III. По содержанию:

- элективные курсы повышенного уровня, направленные на углубление математики (углубленное изучение математики);
- элективные спецкурсы повышенного уровня, направленные на углубление математики (углубленное изучение математики);
- элективные спецкурсы повышенного уровня, направленные на углубление отдельных тем основного курса математики, не входящих в обязательную программу для изучения;
- прикладные элективные курсы, направленные на знакомство учащегося с важными путями и методами применения знаний на практике;
 - элективные курсы, посвященные изучению методов решения математических задач[5].

1.2. Суть информационно-методической поддержки элективных курсов

Информационно-методической поддержки элективных курсов – это обеспечение необходимыми научно-педагогическими, учебно-методическими, информационно-справочными, инструктивно-организационными, нормативными, техническими и другими материалами.

Информационно-методическая поддержкой элективных курсов является совокупностью совокупность следующих компонентов:

- календарно-тематический план;
- методические рекомендации по проведению элективного курса, включающие описание приемов и средств организации учебно-

- воспитательного процесса, а также форм проведения занятий;
- информационно-справочные материалы, в частности, список литературы по тематике курса; краткая теория по курсу;
 - дидактические материалы: инструкционные карты для проведения лабораторных работ, материалы для проведения практических занятий и контрольных мероприятий и др.;
 - набор тематических компьютерных презентаций по темам курса;
 - дистанционный ресурс с целью поддержки аудиторных занятий.

Вышеуказанные компоненты позволяют организовать информационно-методическое сопровождение учебного процесса в рамках элективного курса на всех его этапах.

1.3. Структура программы и требования к элективным курсам

Рассмотрим некоторые требования и рекомендации, которых желательно придерживаться при разработке элективного курса.

При разработке программы элективного курса необходимо:

- определить цель курса и его функцию в рамках выбранного профиля;
- выявить отличительные особенности содержания элективного курса от содержания соответствующего учебного предмета в рамках данного профиля;
- разделить содержание программы курса по темам и определить необходимое количество часов на каждую из них;
- продумать образовательные продукты, создаваемые в процессе освоения материалов курса;
- выяснить обеспеченность курса различными учебно-методическими материалами и при необходимости доработать их;
- составить список литературы для учителя и обучающихся;
- выделить основные виды деятельности школьников и определить долю их самостоятельности, творчества ученика при изучении курса;

- определить критерии, позволяющие оценить успешность освоения курса;
- продумать форму отчетности учащихся по итогам освоения программы курса (проект, реферат, выступление и т.д.).

Содержание курса может:

- 1) представлять собой углубленный вариант определенного раздела базового курса (подобные курсы призваны помочь ученику подготовиться к ЕГЭ);
- 2) служить основой для внутрипрофильной специализации обучения (например, курс «Химические технологии» в естественно-научном профиле);
- 3) представлять собой введение в сопутствие данному предмету профессию (например, курс «Основы оказания первой помощи»); подобные курсы обеспечивают профессиональное самоопределение и знакомят с основами профессиональной деятельности;
- 4) служить удовлетворением познавательных интересов школьников в областях, выходящих за рамки выбранного им профиля. Например, школьник, обучающийся в гуманитарном классе, выберет курс «Компьютерное моделирование» и т.д.;
- 5) выполнять роль «надстройки», дополняя содержание профильного курса. Такой дополнительный курс становится углубленным, а класс, в котором он изучается, превращается в класс с углубленным изучением отдельных дисциплин.

В зависимости от профилизации обучения, учитывая индивидуальные особенности обучаемых, выбираются методы и формы обучения на элективных курсах. Так, чаще выделяются следующие *основные* приоритеты методики преподавания элективных курсов: междисциплинарная интеграция, содействующая становлению целостного мировоззрения; обучение на основе опыта и сотрудничества; интерактивность (работа в малых группах, метод проектов и др.); личностнодеятельностный подход в обучении.

Выделяют следующие основные требования к элективным курсам: избыточность (их должно быть много);

оригинальность содержания и названия;

результативность (курс должен заканчиваться определенным результатом, например, творческое сочинение, проект и т.д.) и др.

В связи с этим остановимся ниже на методических рекомендациях учителям:

6) курс должен иметь привлекательное название, поскольку оно играет важную роль в привлечении слушателей;

7) программа курса не должна дублировать программы базовых курсов, а должна включать новые для учащегося знания, вызывающие познавательный интерес школьника, позволяющие учащимся, оценив свои потребности и возможности, обоснованно выбрать свой дальнейший образовательный маршрут после получения школьного аттестата;

8) программа должна предполагать наиболее «коротким путем» получения знаний: изучение новых знаний с опорой на недавно пройденный или легко восстанавливающийся в памяти материал;

9) несмотря на то, что содержание элективных курсов по математической тематике не стандартизируется, нужно, чтобы соответствующий курс работал на достижение прописанных в стандарте целей среднего образования вообще и математического образования в частности. Это реализуется посредством направленности любого учебного курса на достижение метапредметных результатов, - в частности, на формирование надпредметных умений и обобщенных способов совместной деятельности, умения дискутировать, оппонировать, выстраивать ответ и т.д.;

10) в рамках любого элективного курса достигать образовательные цели желательно через реализацию личностно-деятельностного подхода в обучении: необходимо смещать акценты на формирование умений через активную самостоятельную деятельность школьников (организовывать проектную и исследовательскую работу, практические и лабораторные занятия, дискуссии и т.д.);

11) желательно выбирать темп изучения курса, адекватный

складывающейся ситуации (на каком-то материале можно задержаться, где-то бегло просмотреть, что-то совсем пропустить);

12) содержание элективного курса должно побуждать учащегося к обращению к внешкольным источникам информации и к опыту обучающегося.

Несмотря на то, что структура программы элективного курса предполагает некоторую вариативность, можно выделить следующие традиционные компоненты программы:

- 1) пояснительная записка;
- 2) организация учебного процесса;
- 3) требования к уровню усвоения учебного материала;
- 4) учебно-тематический план;
- 5) содержание курса;
- 6) список литературы для учителя и учащихся;
- 7) приложения.

Остановимся подробнее на каждом из пунктов.

Пояснительная записка содержит информацию об актуальности курса, описание целей, задач и путей их достижения. Важно, чтобы, с одной стороны, пояснительная записка была краткой, а с другой - давала достаточно полное представление о курсе (в чём привлекательность курса для учащихся, для учителей, для родителей, школьного сообщества в целом).

В пункте «Организация учебного процесса» описывается количество часов, на которые рассчитана программа (с указанием баланса лекционных, практических и лабораторных занятий). Акцентируется внимание на некоторых особенностях проведения курса; условиях, позволяющих правильно построить учебный процесс; критериях эффективности изучения программы и итоговой форме контроля.

Требования к уровню усвоения учебного материала *включают* перечень того, что в результате изучения программы элективного курса ученик должен знать, понимать и уметь.

Учебно-тематический план включает:

- 1) название тем курса;
- 2) общее количество часов, отводимых на курс;
- 3) форму проведения занятий;
- 4) образовательный продукт.

Образовательный продукт представляет собой материалы, разработанные учащимися на уроках в ходе познавательной, исследовательской деятельности. Примером подобного продукта могут служить конспекты, тезисы, эксперимент, серия опытов, исторический анализ, доказательство теоремы, литературное произведение, графическое изображение, музыка, песня, вышивка, фотография, модель, макет, схема, компьютерная программа и т.д.

В содержании курса дается детальная характеристика каждой темы программы. При этом важно учитывать, что содержанием образования являются не только знания, которые должны получить учащиеся, но и опыт познавательной деятельности, известных ее способов, творческой деятельности, опыт эмоционально-ценностных отношений.

Список литературы для учителя и учащихся включает перечень обязательных к изучению и дополнительных источников информации.

Приложения обычно содержат материалы, служащие методической поддержкой курса, например, темы творческих работ, проектов, планы проведения практических работ; лабораторных опытов, экскурсий и т.д.

В данной главе были описаны общие подходы к созданию элективных курсов: суть, требования и рекомендации.

ГЛАВА 2. Об элективном курсе «Задачи задач на проценты»

2.1 Программа курса

Пояснительная записка

Предлагаемый элективный курс посвящён одной из важнейших тем математики «Процентные вычисления». В рамках общеобразовательной школы процентам уделяется несправедливо мало учебного времени, а, следовательно, уровень знаний, необходимый для приобретения умений, навыков для свободного оперирования ими на уроках математики, химии, физики и просто в быту, оказывается недостаточным. Проценты изучаются на первом этапе основной школы, когда учащиеся в силу возрастных особенностей ещё не могут получить полноценные представления о процентах, об их роли в повседневной жизни.

Поэтому представляется необходимым возвращение к процентам на старшей ступени.

Элективный курс «задачи на проценты» предназначен для реализации в старших классах. Он направлен на удовлетворение познавательных интересов учащихся, имеет прикладное общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, использует целый ряд межпредметных связей.

Предлагаемый курс демонстрирует учащимся применение математического аппарата к решению повседневных бытовых проблем каждого человека, вопросов рыночной экономики и задач технологии производства.

Данный курс должен позволить учащемуся не столько приобрести знания, сколько овладеть различными способами познавательной деятельности. В каждом разделе курса имеются задания на актуализацию и систематизацию знаний учащихся, задачи различного уровня сложности,

сюжеты подавляющего большинства которых, в отличие от обычных искусственных текстовых задач, непосредственно взяты из действительности, окружающей современного человека, в том числе и старшеклассника, – финансовая сфера (платежи, налоги, прибыли, банковские проценты, кредиты), демография, экология, социологические опросы и пр. Уровень сложности задач варьируется от простых упражнений на применение изучаемых формул до достаточно трудных примеров расчёта процентов банков.

Тема «Проценты» является универсальной в том смысле, что она связывает между собой многие точные и естественные науки. У учащихся воспитывается чувство удовлетворения от установленной им возможности приложения математики к другим наукам. Они увидят, что такие, на первый взгляд, «бесполезные» вопросы, как сумма членов арифметической или геометрической прогрессии, имеют глубокий экономический смысл.

Этот курс направлен на то, чтобы вооружить желающих дополнительными знаниями по процентным вычислениям для использования их не только в учебно-познавательном процессе, но и в повседневной жизни – при расчёте выгодности банковской сделки, рентабельности бизнеса, коммерческого предложения.

Содержание курса способствует решению задач самоопределения ученика в его дальнейшей профессиональной деятельности.

Цели курса:

- повторить и привести в систему сведения о процентах;
- создать основу для успешного решения задач, сближающих содержание школьного курса с практическим применением математики как науки;
- способствовать интеллектуальному развитию учащихся, формированию качеств мышления, характерных для математической деятельности, развитию практических способностей, необходимых человеку для общей социальной ориентации.

Задачи курса:

- актуализировать ранее изученный и новый материал для обеспечения ученикам достаточно высокого уровня компетентности по этой теме;
- способствовать развитию учащихся в отношении интеллекта, способностей, мотивации, навыков самостоятельной деятельности;
- сформировать умения производить процентные вычисления, необходимые для применения в практической деятельности и для решения задач из смежных дисциплин;
- помочь ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы.

В результате курса учащиеся должны:

- понимать содержательный смысл термина “процент” как специального способа выражения доли величины;
- знать широту применения процентных вычислений в жизни;
- уметь применять формулы “простых” и “сложных” процентов, формулы массовой концентрации вещества, формулы процентного содержания вещества;
- уметь сочетать устные и письменные приёмы вычислений, использовать приёмы, рационализирующие вычисления.

Программа элективного курса предлагает знакомство с теорией и практикой рассматриваемых вопросов и рассчитана на 35 часов.

Содержание программы

Тема 1. Понятие процента – 6 ч.

Устраняются проблемы в знаниях по решению основных задач на проценты: что такое проценты, как выразить число в процентах, как выразить проценты в десятичной дроби, нахождение процентов от данного числа, нахождение числа по его процентам, процентное отношение двух чисел, изменение величины в процентах, проценты и теория вероятности.

Тема 2. Решение задач на проценты с помощью уравнений и систем уравнений – 3 ч.

Задачи связаны с такими науками как демография, экология, социологические опросы и т.д.

Тема 3. Задачи на процентный прирост и вычисление «сложных процентов» – 5ч.

Введение базовых понятий экономики: процент прибыли, стоимость товара, бюджетный дефицит и профицит, изменение тарифов, финансовые риски и т. д. Решение задач, связанных с банковскими расчётами (кредиты, вклады и т.д.).

Тема 4. Задачи на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание – 5ч.

Введение соответствующих понятий и формул, таких как: концентрация вещества, процентное содержание вещества.

Тема 5. Задачи на проценты из ОГЭ и ЕГЭ – 5ч.

Знакомство с типами задач, предлагаемых для решения на ЕГЭ.

Тема 6. Олимпиадные задачи – 5ч.

Обобщение полученных знаний при решении задач на проценты. Задачи школьных математических олимпиад. Задачи региональных математических олимпиад.

Тема 7. Что значит жить на проценты – 6ч.

Стратегия ликвидности, стратегия доходности, инвестиции.

Учебно-тематический план

| № | Наименование разделов, тем | Количество часов |
|----------|---|------------------|
| 1 | Понятие процента | 6 |
| 1.1 | Вводный тест по теме «Проценты». | 1 |
| 1.2 | Исторические сведения. | 1 |
| 1.3 | Понятие процента. | 2 |
| 1.5 | Основные задачи на проценты. | 1 |
| 1.6 | Проценты в статистике. | 1 |
| 2 | Решение задач на проценты с помощью уравнений и систем уравнений | 3 |
| 2.1 | Решение задач с помощью линейного уравнения. | 1 |

| № | Наименование разделов, тем | Количество часов |
|----------|---|------------------|
| 2.2 | Решение задач с помощью квадратного уравнения. | 1 |
| 2.3 | Решение задач с помощью систем линейных уравнений. | 1 |
| 3 | Задачи на процентный прирост и вычисление «сложных процентов» | 6 |
| 3.1 | Понятие сложного процента. | 1 |
| 3.2 | Формулы сложных процентов в задачах с финансово-экономическим содержанием. | 1 |
| 3.3 | Прикладные задачи. | 1 |
| 3.4 | Банковские операции. | 1 |
| 3.5 | Инвестиционные задачи. | 1 |
| 3.6 | Задачи на процентный прирост и вычисление «сложных процентов». | 1 |
| 4 | Задачи на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание | 5 |
| 4.1 | Вычисление концентрации. | 1 |
| 4.2 | Вычисление количества чистого вещества в смеси. | 1 |
| 4.3 | Вычисление массы смеси (сплава). | 1 |
| 4.4 | Решение различных задач на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание. | 1 |
| 4.5 | Решение различных задач на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание. | 1 |
| 5 | Задачи на проценты из ОГЭ и ЕГЭ | 5 |
| 5.1 | Решение задач из ОГЭ и ЕГЭ. | 5 |
| 6 | Олимпиадные задачи | 5 |
| 6.1 | Примеры олимпиадных задач «на проценты». | 5 |
| 7 | Что значит жить на проценты | 7 |
| 7.1 | Что значит жить на проценты? | 1 |
| 7.2 | Стратегия доходности. | 1 |
| 7.3 | Стратегия ликвидности. | 1 |
| 7.4 | Решение задач. | 2 |
| 7.6 | Итоговая контрольная работа. | 1 |
| 7.7 | Анализ итоговой контрольной работы | 1 |
| | Итого: | 35 ч |

2.2 Материалы для проведения курса и методические рекомендации

Рассмотрим материалы, разработанные нами для проведения элективного курса «Задач на проценты».

Тема 1: Понятие процента. (6 часов)

В начале курса обучающимся предлагается прорешать тест из 20 заданий, с целью определить индивидуальный уровень каждого.

Тест.

Выразите 67% дробью.

1. $\frac{1}{67}$
2. $\frac{67}{100}$
3. $\frac{100}{67}$

Какая из дробей $\frac{2}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{100}$ составляет 20%?

1. $\frac{2}{100}$
2. $\frac{2}{10}$
3. $\frac{2}{5}$

Выразите в процентах $\frac{9}{10}$ библиотечного фонда.

1. $\frac{9}{10}$ %
2. 9 %
3. 90%

Какая фраза выражает то же самое, что фраза «25 % населения города»?

1. Четверть населения города.
2. Двадцать пятая часть населения города.
3. Половина населения города.

В октябре 25% всех дней были дождливыми, 40% – пасмурными, остальные – солнечными. Сколько процентов дней в октябре были солнечными?

1. 35%
2. 75%
3. 65%

В соревнованиях участвовало 600 школьников. Среди них 65% - мальчики. Сколько девочек участвовало в соревнованиях?

1. 390
2. 45
3. 210

В библиотеке 200 учебников, что составляет 4% всех книг. Сколько книг в библиотеке?

1. 500
2. 5000
3. 800

В коробке 100 геометрических фигур для уроков математики. Среди этих фигур 20% - квадраты, из них 25% - квадраты красного цвета. Сколько в коробке красных квадратов?

1. 5
2. 25
3. 20

Для приготовления фарша взяли говядину и свинину в отношении 13:27. Какой процент в фарше составляет свинина?

1. 32,5%
2. 67,5%
3. 35%

Городской бюджет составляет 19 млн. рублей, а расходы на одну из его статей составили 15%. Сколько рублей потрачено на эту статью бюджета?

1. 1250000

2. 3750000

3. 2850000

Расходы на одну из статей городского бюджета составляют 9,5%.

Выразите эту часть бюджета десятичной дробью.

1. 0,95

2. 0,095

3. 9,5

Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от стоимости покупки. Батон хлеба стоит в магазине 15 рублей, а пенсионер заплатил за него 13 рублей 35 копеек. Сколько процентов составляет скидка для пенсионера?

1. 10%

2. 11%

3. 12%

Государству принадлежит 70% акций предприятия, остальные акции принадлежат частным лицам. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 30 млн. рублей. Какая сумма (в рублях) из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

1. 7000000

2. 8000000

3. 9000000

Расходы на одну из статей городского бюджета составляют 12,5%.

Выразите эту часть бюджета десятичной дробью.

1. 0,125

2. 1,25

3. 12,5

Акции предприятия распределены между государством и частными лицами в отношении 3:2. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 11 млн. рублей. Какая сумма (в рублях) из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

1. 5500000
2. 5100000
3. 4400000

После уценки телевизора его новая цена составила 0,57 старой. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки?

1. 41
2. 42
3. 43

В начале года число абонентов телефонной компании "Восток" составляло 500 тыс. человек, а в конце года их стало 575 тыс. человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

1. 10
2. 15
3. 20

Товар на распродаже уценили на 30%, при этом он стал стоить 700 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

1. 100
2. 500
3. 1000

Спортивный магазин проводит акцию. Любая футболка стоит 200 рублей. При покупке двух футболок – скидка на вторую футболку 80%. Сколько рублей придется заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?

1. 200
2. 215
3. 240

Средний вес мальчиков того же возраста, что и Вова, составляет 32 кг. Вес Вовы составляет 125% среднего веса. Сколько килограммов весит Вова?

1. 25
2. 37

3. 40

На втором часе необходимо познакомиться с историческим аспектом темы.

Слово «процент» происходит от латинского pro centum, что буквально означает «за сотню» или «со ста». Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают целые части чисел в одних и тех же сотых долях. Знак «%» происходит, как полагают, от итальянского слова cento(сто), которое в процентных расчетах часто писалось сокращенно сто. Существует и другая версия возникновения этого знака. Предполагается, что этот знак произошел в результате нелепой опечатки, совершенной наборщиком. В 1685 году в Париже была опубликована книга – руководство по коммерческой арифметике, где по ошибке наборщик вместо сто ввел %.

Впервые опубликовал таблицы для расчета процентов в 1584 году Симон Стевин – инженер из города Брюгге (Нидерланды).

Проценты применялись только в торговых и денежных сделках. Затем область их применения расширилась, проценты встречаются в хозяйственных и финансовых расчетах, статистике, науке и технике. Ныне процент – это частный вид десятичных дробей, сотая доля целого (принимаемого за единицу).

Третье и четвертое занятия предполагают актуализацию известных фактов. Здесь, помимо знакомства с основными теоретическими положениями, ведётся разговор о возможностях применения знаний из данной темы.

1. Начать занятие можно с беседы – лекции.
2. Повторение и закрепление изученного ранее материала:
 - а) задачи на нахождение процента от числа;
 - б) задачи на нахождение числа по его проценту;
 - с) нахождение процента одного числа от другого.

Для того, чтобы в ряде случаев можно было считать устно, полезно знать некоторые факты, например:

- 1) чтобы найти 20% величины надо найти её пятую часть;
- 2) половина некоторой величины – это её 50 %;
- 3) 30 % величины втрое больше, чем её 10 % и т.п.

Научить сравнивать доли величины, заданные разными способами:

$\frac{1}{3}$ больше, чем 25 %; $\frac{7}{12}$ некоторой величины больше 50% этой величины; 23% меньше четверти; вся величина – это 100 %. и т. д.

Пятое занятие представляет знакомство с основными задачами на проценты и практикум их решения.

На шестом занятии рассматривается применение процентов в статистике.

Относительная статистическая величина – это результат соотношения двух абсолютных статистических величин. Если соотносятся абсолютные величины с одинаковой размерностью, то получаемая относительная величина будет безразмерной (размерность сократится) и носит название коэффициент. Часто применяется искусственная размерность коэффициентов. Она получается путем их умножения на 100 – получают проценты.

Тема 2. Решение задач на проценты с помощью уравнений и систем уравнений (3 часа).

Задачи, решаемые с помощью линейного уравнения.

Учебник [5], пример 7, стр. 159.

Имеется кусок сплава меди с оловом массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому сплаву, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

Решение:

Первый этап. Составление математической модели.

Сплав состоит из меди и олова. Проследим за содержанием одного из этих веществ, например олова, в первоначальном и полученном сплавах.

В 12 кг сплава было 55% олова, т. е. $12 * \frac{55}{100} = 6,6$ кг. Примем за x кг

массу добавленного олова. Масса нового сплава равна $(12 + x)$ кг, и олова в нем 60%, т. е.

$$(12 + x) * \frac{60}{100} = \frac{3}{5}(12 + x) \text{ кг.}$$

Итак, с одной стороны, масса олова в новом сплаве равна 6,6 кг, а с другой - выражается формулой $\frac{3}{5}(12 + x)$ кг. Значит,

$$\frac{3}{5}(12 + x) = 6,6.$$

Второй этап. Работа с составленной моделью.

Решив уравнение, получим $x = 1,5$.

Третий этап. Ответ на вопрос задачи.

За x мы принимали то, что надо найти. Значит, к первоначальному сплаву следует добавить 1,5 кг олова.

Ответ: 1,5 кг.

Учебник [6], задача 149.

Прибыль, полученная фирмой за первые два квартала текущего года, составила 126000 рублей, причем прибыль, полученная во втором квартале, была на 10% выше, чем в первом. Какую прибыль получила эта фирма в первом квартале?

Решение:

Пусть x – прибыль полученная в первом квартале, тогда $1,1x$ – прибыль полученная во втором квартале.

$$x + 1,1x = 126000$$

$$2,1x = 126000$$

$$x = \frac{126000}{2,1}$$

$$x = 60000$$

Ответ: 60000 рублей – прибыль за первый квартал.

Задачи на проценты, решаемые с помощью квадратного уравнения.

Учебник [7], задача 800.

Из сосуда, заполненного спиртом, отлили 6 л. Затем долили в него столько же литров воды и опять отлили 5 л смеси. В сосуде осталась смесь, содержащая 80% спирта. Найдите вместимость сосуда.

Решение:

Пусть x - вместимость сосуда, тогда

$$x - 6 - \frac{5(x-6)}{x} = 0,8x - 4$$

$$x^2 - 6x - 5x + 30 = 0,8x^2 - 4x$$

$$0,2x^2 - 7x + 30 = 0$$

$$x^2 - 35x + 150 = 0$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 30$$

Так как из сосуда 5 л нельзя отлить 6 л, то объем его равен 30 л.

Ответ: 30 л - объем сосуда.

Учебник [7], задача 803.

В раствор, содержащий 40 г соли, добавили 100 г воды. В результате этого концентрация соли уменьшилась на 2%. Найдите первоначальную массу раствора.

Решение:

Пусть x – первоначальная масса раствора, тогда $(x + 100)$ – масса нового раствора.

$$\frac{40}{x+100} = \frac{40}{x} - 0,02$$

$$\frac{40}{x+100} = \frac{40-0,02x}{x}$$

$$40x = (x + 100) * (40 - 0,02x)$$

$$x^2 + 200x - 200000 = 0$$

$$x_1 = -500$$

$$x_2 = 400$$

Так как масса не может быть отрицательной, то первоначальная масса раствора равна 400 г.

Ответ: 400 г - первоначальная масса раствора.

Задачи на проценты, решаемые с помощью системы уравнений.

Учебник [8], упражнение № 469.

Положив в банк некоторую сумму денег, вкладчик мог получить через год на 400 р. больше. Оставив эти деньги в банке еще на год, он снял со своего счета всю сумму, которая составила 5832 р. Какая сумма денег была положена в банк и сколько процентов годовых начислял банк?

Решение:

Пусть x – процент, который начисляет банк, а y – количество денег, которые вкладчик положил в банк.

$$\begin{cases} xy = 400; \\ y + xy + (y + xy)x = 5832. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 400; \\ y + 400 + (y + 400)x = 5832. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{400}{y}; \\ y + 400 + xy + 400x = 5832. \end{cases}$$

$$y + 400 + 400 + 400x = 5832$$

$$400x + y = 5032$$

$$400x + \frac{400}{x} - 5032 = 0$$

$$400x^2 - 5032x + 400 = 0$$

$$x_1 = 12,5$$

$$x_2 = 0,08$$

Исходя из условий задачи, x_1 - не подходит. Значит 0,08 или 8% - процент, который начисляет банк.

$$y = \frac{400}{x}$$

$$y = 5000$$

Ответ: 5000 рублей – количество денег, которые вкладчик положил в банк, 8% - процент, который начисляет банк.

Тема 3. Задачи на процентный прирост и вычисление «сложных процентов». (6 часа).

Большинство учебников по математике не содержит тему сложного процента.

Цель: познакомить с задачами на процентный прирост, с формулой вычисления сложных процентов и овладение навыками решения задач.

В средне- и долгосрочных финансово-кредитных операциях, если проценты не выплачиваются сразу после их начисления, а присоединяются к сумме долга, применяют сложные проценты. База для начисления сложных процентов в отличие от простых не остается постоянной – она увеличивается с каждым шагом во времени. Абсолютная сумма начисляемых процентов возрастает, и процесс увеличения суммы долга происходит с ускорением. Нарращение по сложным процентам можно представить как последовательное реинвестирование средств, вложенных под простые проценты на один период начисления. Присоединение начисленных процентов к сумме, которая послужила базой для их начисления, часто называют капитализацией процентов.

Найдем формулу для расчета наращенной суммы при условии, что проценты начисляются и капитализируются один раз в году (годовые проценты). Для этого применяется сложная ставка наращения. Для записи формулы наращения применим обозначения:

P – первоначальный размер долга (ссуды, кредита, капитала и т.д.),

S – наращенная сумма на конец срока ссуды,
 n – срок, число лет наращения,
 i – уровень годовой ставки процентов, представленный десятичной дробью.

Очевидно, что в конце первого года проценты равны величине P_i , а наращенная сумма составит $P + P_i = P(1 + i)$. К концу второго года она достигнет величины $P(1 + i) + P(1 + i) * i = P(1 + i)^2$ и т.д. В конце n -го года наращенная сумма будет равна

$$S = P(1 + i)^n$$

Проценты за этот же срок в целом таковы:

$$I = S - P = P[(1 + i)^n - 1]$$

Часть из них получена за счет начисления процентов на проценты. Она составляет

$$I_p = P[(1 + i)^n - (1 + ni)]$$

Задача 1.

Дядя Федор взял кредит в банке, чтобы выкупить для кота Матроскина корову. Сумма кредита составила 8 рублей 16 копеек. Срок – 3 года. Ставка – 15% годовых. Известно, что банк начисляет сложный процент. Каков размер суммы, которую выплатит Дядя Федор?

Решение:

$$S = 8,16 * (1 + 0,15)^3$$

$$S \approx 12.41$$

Ответ: 12 рублей 41 копейку Дядя Федор выплатит банку.

Задача 2.

Известно, что Малыш брал у Карлсона деньги под 27% годовых на два года и что Малыш в общем выплатил Карлсону 10000 рублей. Процент начислялся по формуле сложного процента. Требуется установить тело кредита.

Решение:

Формула наращения сложного процента имеет вид:

$$S = P(1 + i)^n$$

Выразим отсюда P (тело кредита).

$$P = \frac{S}{(1 + i)^n}$$

Подставив значения получим:

$$P = 10000 : (1 + 0,27)^2$$

$$P \approx 6200$$

Ответ: 6200 рублей – тело кредита [2].

Тема 4. Задачи на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание (5 часа).

Довольно часто приходится смешивать различные жидкости, порошки, а иногда даже газообразные или твердые вещества, разбавлять что-либо водой или наблюдать испарение воды. В задачах такого типа эти операции приходится проводить мысленно и выполнять расчеты.

Цель: формирование умения решать задачи различными способами на составление сплавов, растворов, смесей двух или нескольких веществ. Обобщение полученных знаний при решении задач на проценты. Форма занятий: комбинированные занятия. Метод обучения: рассказ, объяснение, выполнение практических заданий.

Приступая к решению задач, связанных с понятиями «концентрация» и «процентное содержание», необходимо знать, что обычно в условиях таких задач речь идет о составлении сплавов, растворов, смесей из двух или нескольких веществ. При решении таких задач принимаются следующие основные допущения:

- 1) все получающиеся сплавы или смеси однородны;
- 2) при слиянии двух растворов, имеющих объемы V_1 и V_2 , получается смесь, объем которой равен $V = V_1 + V_2$;

при слиянии двух растворов масса смеси равняется сумме масс, составляющих ее компонентов.

Концентрацией вещества называется отношение массы этого вещества к массе всей смеси (раствора, сплава). Концентрация вещества, выраженная в процентах, называется процентным отношением вещества в смеси.

Задача 1.

Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 тонн целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды? Ответ: 200 кг воды.

Задача 2:

Морская вода содержит 5% соли. Сколько пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составляла 1,5%.

Ответ: 70 кг пресной воды надо добавить к 30 кг морской, чтобы концентрация соли составляла 1,5%.

Задача 3:

Кусок сплава меди цинка массой 36 кг содержит 45% меди. Какую массу меди надо добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди.

Ответ: 13,5 кг меди надо добавить.

Задача 4:

Смешали 30% раствор соляной кислоты с 10% раствором и получили 600 граммов 15% раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Тема 5. Задачи на проценты на экзаменах (5 часов).

Задачи на процентные вычисления встречаются в темах 16 и 22 ОГЭ, теме 3 ЕГЭ базового уровня и темах 1, 11 и 17 профильного уровня.

На основании материалов этих же сайтов, мы увидели, что авторы экзаменов ОГЭ и ЕГЭ делят все задачи на проценты на пять основных типов:

1. Проценты.
2. Проценты и округление.
3. Задачи на проценты, сплавы и смеси.
4. Задачи на оптимальный выбор.
5. Банки, вклады, кредиты.

Задачи первого типа входят в задание №16 ОГЭ и задание №1 ЕГЭ профильного уровня. Задачи второго типа встречаются в задании №3 ЕГЭ базового уровня и задании №1 ЕГЭ профильного уровня. Задачи третьего типа содержатся в задании №22 ОГЭ и задании 11 ЕГЭ профильный уровень. Задачи четвертого типа находятся в задании №17 ЕГЭ профильного уровня. Задачи пятого типа относятся к заданию №17 ЕГЭ профильного уровня.

Помимо знания процентов необходимо знать и уметь:

- решать задачи на дроби;
- решать задачи на составление пропорций;
- решать задачи на составление уравнений;
- решать задачи на составление систем уравнений;
- решать задачи арифметически;

Задача №1.

Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

Решение:

- 1) представим 50% в виде десятичной дроби 0,5;
- 2) $720 \cdot 0,5 = 360$ (руб.) – стоимость билета для школьника;
- 3) $15 \cdot 360 = 5400$ (руб.) – стоимость 15 школьных билетов;
- 4) $720 \cdot 2 = 1440$ (руб.) – стоимость двух взрослых билетов;
- 5) $5400 + 1440 = 6840$ (руб.) – стоимость билетов на всю группу.

Ответ: 6840 рублей.

В данной задаче мы использовали алгоритм нахождения процента от числа.

Задача №2.

Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Решение:

- 1) первоначальная цена чайника 100%;
- 2) $100 + 16 = 116$ (%) – цена чайника после повышения;
- 3) представим 116% в виде десятичной дроби 1,16;
- 4) $3480 : 1,16 = 3000$ (руб.) – старая цена чайника.

Ответ: 3000 рублей.

В данной задаче мы использовали алгоритм нахождения числа по его проценту.

Задача №3.

Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

Решение:

- 1) $100 - 25 = 75$ (%) – стоимость шампуня со скидкой;
- 2) представим 75% в виде дроби 0,75;
- 3) $160 \cdot 0,75 = 120$ (цена) – шампуня с учетом скидки;
- 4) $1000 : 120 = 8$ (ост. 40).

Ответ: 8 – наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%.

В данной задаче мы использовали алгоритм нахождения процента от числа.

Задача №4.

Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?

Решение:

- 1) $100 + 10 = 110$ (%) – стоимость ручки после повышения;
- 2) представим 110% в виде дроби 1,1;
- 3) $40 \cdot 1,1 = 44$ (цена) – ручки после повышения;
- 4) $900 : 44 = 20$ (ост. 20).

Ответ: 20 – наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900

рублей после повышения цены на 10%.

В данной задаче мы использовали алгоритм нахождения процента от числа.

Задача №5.

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Решение:

- 1) $100 + 8 = 108$ (%) – число жителей в 2009 году;
- 2) $100 + 9 = 109$ (%) – число жителей в 2010 году;
- 3) представим 109% в виде дроби 1,09;
- 4) $108 \cdot 1,09 = 117,72$ (%) – число жителей в 2010 году;
- 5) представим 117,72% в виде дроби 1,1772;
- 6) $40000 \cdot 1,1772 = 47088$ (жителей) – проживало в 2010 году.

Ответ: 47088.

В данной задаче мы использовали алгоритм нахождения процента от числа.

Задача №6.

Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?

Решение:

- 1) пусть x – стоимость рубашки;
- 2) пусть y – стоимость куртки;
- 3) $\frac{4x}{y} = \frac{92}{100}$;
- 4) $\frac{x}{y} = \frac{23}{100}$ | домножим обе части уравнения на 5;
- 5) $\frac{5x}{y} = \frac{115}{100}$
- 6) 115% стоимость пяти рубашек по отношению к куртке.

Ответ: на 15% процентов пять таких же рубашек дороже куртки.

Данную задачу мы решали составлением пропорции.

Задачи на оптимальный выбор.

Задача №7.

31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4290000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Решение:

$S = 4290000$ – сумма кредита, $r = 14,5\%$, x – ежегодная выплата. При начислении процентов оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $1 + 0,145 = 1,145$.

После второго взноса кредит погашен полностью, значит, остаток равен нулю.

Решаем полученное уравнение:

$$\begin{aligned}1,145^2 S - 2,145x &= 0 \\2,145x &= 4290000 \cdot 1,145^2 \\x &= \frac{4290000 \cdot 1,145^2}{2,145} \\x &= 2622050\end{aligned}$$

Ответ: 2622050 рублей.

Тема 6. Олимпиадные задачи (5 часа).

Цели занятия:

- углублять и расширять знания учащихся по математике;
- развивать математический кругозор, мышление, исследовательские умения учащихся;
- воспитывать настойчивость, инициативу;
- прививать интерес учащихся к математике.

Задачи предлагаемы к решению.

- 1) Девочки составляют от всех членов клуба более 53%, но менее чем 56%. Какое наименьшее число членов могло быть в клубе?
- 2) От какой фигуры можно отрезать 25% ее площади так, чтобы периметр оставшейся фигуры был равен периметру исходной фигуры?
- 3) На клетчатой доске $5 \cdot 5$ отмечено несколько клеток так, что каждый квадрат $3 \cdot 3$ содержит ровно 1 отмеченную точку. Сколько процентов составляют отмеченные клетки от общего числа клеток квадрата? Для каждого случая сделайте чертеж.
- 4) Фрекен Бок испекла плюшки. Карлсон взял себе 20% всех плюшек и еще 12 плюшек, затем Малыш взял себе 25% оставшихся плюшек и еще 7 плюшек. И наконец, Фрекен Бок взяла 30% оставшихся плюшек и еще 14 плюшек. В результате все плюшки закончились. Сколько плюшек испекла Фрекен Бок?
- 5) Разделить 15000 на две части так, чтобы 5% первой части и 7% второй части составили бы вместе столько же, сколько 6,5% всего числа.
- 6) На сколько процентов увеличится объем куба, если длину каждого ребра увеличить на 10%?
- 7) Арбуз весил 12 кг и содержал 99% воды. Когда он немного усох, то стал содержать 98% воды. Сколько теперь весит арбуз?
- 8) Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным и получили 600г 15%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?
- 9) Цена товара дважды понижалась, каждый раз на 30%. На сколько процентов надо повысить цену, чтобы привести ее после последнего понижения к первоначальной цене?
- 10) В трех сосудах налита вода. Если 50% воды первого сосуда перелить во второй, затем $33\frac{1}{3}\%$ воды, оказавшейся во втором, перелить в третий и, наконец, 25% воды третьего перелить в первый, то

в каждом сосуде окажется по 6 литров. Сколько воды было в каждом сосуде?

Тема 7. Что значит жить на проценты (7 часов).

На данный момент финансовые рынки предоставляют множество различных инструментов людям, будь то кредиты, страховки, возможность вложения денег с целью извлечения прибыли и т.п. Сегодня гражданам доступны финансовые продукты не только российских, но иностранных компаний. Возникают проблемы выбора между различными финансовыми учреждениями, валютами, инструментами. Появляется потребность правильно составить и решить задачу, связанную с нахождением лучшего предложения.

Цель: сформировать у учащихся представление о финансах простым и понятным языком

Навыки и умения: перечислять основные виды доходов и расходов.

Занятия предполагают актуализацию известных фактов. Здесь учащимся предлагается самостоятельно составить задачи на расчет доходности и ликвидности.

- I. Начать занятие можно с беседы – лекции. Знакомство с понятием «пассивный доход».
- II. Составление задач на доходность и их решение.
- III. Составление задач на ликвидность и их решение.
- IV. Решение различных типов экономических задач на проценты.

Примеры задач:

Задача 1.

Пусть нам необходимо взять у кредитной организации 95000 рублей на срок 5 лет.

ПАО «Сбербанк России» на 24 июня 2016 года предложил нам следующие условия:

1. Ставка – 18,9% годовых.
2. Тип платежа – аннуитетный ежемесячный платеж.

ООО "Хоум Кредит энд Финанс Банк" на 24 июня 2016 года предложил нам следующие условия:

1. Ставка – 19,9% годовых.
2. Тип платежа – аннуитетный ежемесячный платеж.

ООО "Деньги до зарплаты" на 24 июня 2016 года предложил нам следующие условия:

1. Ставка – 1,5% в день.
2. Тип платежа – аннуитетный, полное погашение.

Рассчитаем сумму переплаты каждому из банков, выразим ее в процентах:

для кредита в ПАО «Сбербанк России» получим:

$$I = S - P = P(1 + i)^n - P$$

$$I = 95000 * (1 + 0,189)^5 - 95000$$

$$I \approx 130752,66$$

$$130752,66 : 95000 \approx 1,376$$

или 137,6% от суммы которую мы взяли вернется банку.

для кредита ООО "Хоум Кредит энд Финанс Банк" получим:

$$I = S - P = P(1 + i)^n - P$$

$$I = 95000 * (1 + 0,199)^5 - 95000$$

$$I \approx 140407,08$$

$$140407,08 : 95000 \approx 1,478$$

или 147,8% от суммы которую мы взяли вернется банку.

для кредита ООО "Деньги до зарплаты" получим:

$$5 * 365 + 1 = 1826$$

$$1826 * 1,5 = 2739$$

2739% от суммы, которую мы взяли, вернется банку.

Задача 2.

В 2009 году частный инвестор купил 1000000 обыкновенных акций ОАО «Сбербанк России» по цене 25 рублей за акцию до отсечки реестра. В

2016 году он продал акции по 100 рублей, не дожидаясь отсечки реестра. Сколько процентов составил доход инвестора с учетом всех выплаченных ему дивидендов?

Для решения этой задачи нам необходимо учесть:

1. Дивидендные годы.
2. Размер прибыли от разницы курсов между покупкой и продажей.
3. Размер налога.

Так как он купил бумаги до отсечки реестра, то получил дивиденды за 2009 год. Так же дивиденды были начислены в 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015 годах. За 2016 год ему ничего не выплачивали, так как в реестре акционеров он уже не числился. Обратимся к официальному сайту ОАО «Сбербанк России» и узнаем размер дивидендов в интересующих нас годах.

2009 год – 0,08 рубля на акцию.

2010 год – 0,92 рубля на акцию.

2011 год – 2,08 рубля на акцию.

2012 год – 2,57 рубля на акцию.

2013 год – 3,20 рубля на акцию.

2014 год – 0,45 рубля на акцию.

2015 год – 0,63 рубля на акцию.

Найдем общую сумму дивидендов за все года:

$$D = (0,08 + 0,92 + 2,08 + 2,57 + 3,2 + 0,45 + 0,63) * 1000000$$

$$D = 9930000$$

Теперь посчитаем, сколько он заработал на разнице курсов:

$$L = (100 - 25) * 1000000$$

$$L = 75000000$$

Найдем общий доход:

$$M = 75000000 + 9930000$$

$$M = 84930000$$

Учтем налог:

$$2016 - 2009 = 7$$

Так как срок инвестиций составил 7 лет, то налог начисляться не будет, период превышает три года.

Найдем сумму первоначальной инвестиции:

$$S = 25 * 1000000$$

$$S = 25000000$$

Найдем процент роста капитала:

$$P = 84930000 : 25000000$$

$$P = 3,3972$$

Переведем десятичную дробь в процент и ответим на вопрос задачи:

$$3,3972 = 339,72\%$$

Ответ: 339,72% составил доход инвестора с учетом всех выплаченных ему дивидендов.

Задача 3.

Пусть мы инвестируем 1000 долларов. По формуле сложного процента необходимо рассчитать процентную ставку, необходимую для того, чтобы через 30 лет наша сумма выросла до 1000000 долларов, если известно, что процент начисляется ежемесячно.

Проанализируем условие задачи. Нам необходимо внести 1000 долларов. Через месяц нам на нее начислят некоторый процент, который присоединится к первоначальной сумме, и далее проценты будут начисляться как на первоначальную сумму, так и на уже полученные проценты. Видно, что можно задать геометрическую прогрессию, где каждый член можно найти по формуле $b_n = b_{n-1} * q$.

Решение:

$$b_1 = 1000$$

$$b_{360} = 1000000$$

$$b_{360} = b_1 * q^{359}$$

$$q^{359} = \frac{b_{360}}{b_1}$$

$$q^{359} = 1000$$

$$q \approx 1,0195$$

Мы получили, что знаменатель нашей прогрессии примерно равен 1,0195. Следовательно, процент за один месяц будет примерно равен 2, что в пересчете на год даст приблизительно 24%.

Ответ: приблизительно 24% ставка, необходимая для получения 1000000 долларов из 1000 долларов за период 30 лет по формуле сложного процента, который начисляется ежемесячно.

VI. Проведение итоговой контрольной работы.

VII. Анализ контрольной работы.

2.3 Практическая реализация курса

Данный элективный курс был частично реализован в 2017 – 2018 учебном году в 10 классах школы «Мастерград» г. Перми. Занятия посещало 12 человек. Проведено тестирование школьников, по результатам которого выявлена потребность школьников в повторении и увеличении объема знаний по теме проценты. Было проведено 5 уроков на темы:

- вводный тест по теме «Проценты»;
- исторические сведения;
- понятие процента;
- основные задачи на проценты.

При этом использовались различные формы проведения занятий: лекция, практика, комбинированное занятие с элементами тестирования.

Результаты апробации обсуждались на школьном методическом объединении учителей математики МАОУ «СОШ «Мастерград».

Рассмотрим, какую помощь может принести разработанный курс для школьников. Во-первых, ученик повторяет и актуализирует свои знания по данной теме. Во-вторых, расширяет свое понятие о проценте. В-третьих знакомится с практическим применением процента в жизни.

Заключение

В результате изучения литературы и практического опыта проведения уроков математики в школе сделан вывод, что в школьном курсе математики теме «Проценты» уделено мало времени (3 – 5 часов в 5 или 6 классах в зависимости от программы). Этого оказывается недостаточным для формирования навыков решения задач, связанных с процентом. Происходит разрыв во времени, что может негативно отразится при сдаче обучающимися ОГЭ и ЕГЭ.

Целью работы было методическое оснащение элективного курса «Задачи на проценты». Для достижения цели было изучено 6 источников психолого-педагогической и методической литературы по проведению элективных курсов. Рассмотрено 12 учебников по математике и проанализировано, в каких классах изучается тема «Проценты». На основе материалов сайта «Решу ЕГЭ» выделено 5 типов задач, встречающихся в итоговой аттестации школьников. Создана программа курса, рассчитанная на 35 академических часов, включающая семь тем. Разработано методическое оснащение курса: методические рекомендации, информационно-справочные материалы, составлены задачи для решения школьниками на элективном курсе.

По материалам выпускной квалификационной работы изданы одни тезисы: Бородкин А.Г. Об изучении процентов в школьном курсе математики // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. всерос. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: И.В. Косолапова; А.Ю. Скорнякова, под общ. ред. А.Ю. Скорняковой; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2018. – Вып. 11. – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования: ПК, процессор Intel(R) Celeron(R) и выше, частота 2.80 ГГц ; монитор Super VGA с разреш. 800x600, отображ. 256 и более цв. ; 1024 Mb RAM ; Windows XP и выше; MS Power Point 2003 и выше ; Adobe Acrobat 8.0 и выше ; Windows Media Player ; CD-дисковод; клавиатура; мышь. – С.42.

Список литературы

1. *Алимов Ш.А.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Алгебра и начало математического анализа. 10-11 классы» / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, М.: Просвещение, 2012. – 466 с.
2. *Виленкин Н.Я.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Математика. 5 класс» / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд, М.: Мнемозина, 2013. – 284 с.
3. *Виленкин Н.Я.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Алгебра. 9 класс» / Н.Я. Виленкин, Г.С. Сурвилло, М.: Просвещение, 2006. – 368 с.
4. *Виленкин Н.Я.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Математика. 6 класс» / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд, М.: Мнемозина, 2013. – 288 с.
5. *Виноградова Л.В.* Методика преподавания в средней школе: учебное пособие / Л.В. Виноградова. – Ростов: Феникс, 2005. – 213 с.
6. *Зубарева И.И.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Математика 5 класс» / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович, М.: Мнемозина, 2013. – 272 с.
7. *Зубарева И.И.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Математика 6 класс» / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович, М.: Мнемозина, 2009. – 268 с.
8. *Колягин Ю.М.* Задачи в обучении математике / Ю.М. Колягин. – Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – Москва: Изд-во «Просвещение»; 1977. – 112 с.
9. *Макарычев Ю.Н.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Алгебра. 7 класс» / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, И.Е. Нешков, И.Е. Феоктистов, М.: Мнемозина, 2008. – 335 с.
10. *Макарычев Ю.Н.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Алгебра. 8 класс» / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, И.Е. Нешков, И.Е. Феоктистов, М.: Мнемозина, 2010. – 384 с.

11. *Макарычев Ю.Н.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Алгебра. 9 класс» / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, И.Е. Нешков, С.Б. Суворова, М.: Просвещение, 2014. – 274 с.
12. *Мерзляк А.Г.* Учебник для учащихся образовательных организаций «Математика. 5 класс» / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, М.: Вентана-Граф, 2014. – 152 с.
13. *Мордкович А.Г.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Алгебра. 8 класс» / А.Г. Мордкович, Н.П. Николаев, М.: Мнемозина, 2013. – 257 с.
14. *Муравин Г.К.* Учебник «Математика. 5 кл» / Г.К. Муравин, О.В. Муравина, М.: Дрофа, 2014. – 318 с.
15. *Никольский С.М.* Учебник для учащихся образовательных учреждений «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс» / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, М.: Просвещение, 2009. – 430 с.
16. *Пойа Д.* Как решать задачу: пособие для учителей / Перевод с английского под редакцией Ю.М. Гайдука. М.: Издательство Министерства просвещения РСФСР, 1959. – 208 с.
17. *Саранцев Г.И.* Методологи методики обучения математике / Е.И. Саранцев. – Саранск: Изд-во «Красный октябрь»; 2001. – 136 с.
18. *Стефанова Л.Н.* Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / Н.С. Подходова, В.В. Орлов, В.П. Радченко и др. / под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
19. *Четыркин Е.М.* Учебник «Финансовая математика» / Е.М. Четыркин, М.: Дело, 2004. – 400 с.
20. *Ширшов Е.В.* Учебное пособие «Финансовая математика» / Е.В. Ширшов, А.Г. Петрик, Т.В. Тутыгин, М.: Кнорус, 2010. – 146 с.

Конспект урока «Основные задачи на проценты».

Этапы уроков

| Деятельность учителя | Деятельность обучающихся | | | | | |
|---|--|---|--|---|---|---|
| | Познавательная | | Коммуникативная | | Регулятивная | |
| | Осуществляемые действия | Формируемые способности деятельности | Осуществляемые действия | Формируемые способы деятельности | Осуществляемые действия | Формируемые способности деятельности |
| 1-й этап. Организационный | | | | | | |
| Приветствие. Проверка готовности | | | Настрой на урок | | | |
| 2-й этап. Актуализация знаний | | | | | | |
| Актуализирует учебное содержание, необходимое и достаточное для восприятия нового материала: понятие процента, решение задачи на дроби; - актуализирует мыслительные операции, необходимые и достаточные для восприятия нового материала: сравнение, анализ, обобщение; - фиксирует все повторяемые понятия и алгоритмы в виде схем и символов; | Работа в группах на выстраивание стратегий поиска решения задачи | Выделение существенной информации выдвижение гипотезы, ее обоснование и актуализация личного жизненного опыта | Взаимодействуют с соседом по парте, озвучивают сформулированные оп-ределения и гипотезы, выслушивают варианты решения других групп | Слушать собеседника, высказывать свою точку зрения, решать возникающие проблемные вопросы | Оценивают предложенные варианты, выбирают наиболее точный | Умение слушать, дополнять и уточнять, умение ориентироваться в ситуации |

| | | | | | | |
|---|--|---|--|--|--|--|
| - фиксирует индивидуальное затруднение в деятельности, демонстрирующее на личностно значимом уровне недостаточность имеющихся знаний: решение задач на проценты, нахождение процента числа. | | | | | | |
| 3-й этап. Выявление причин затруднения и постановка цели деятельности | | | | | | |
| Организует коммуникативное взаимодействие, в ходе которого выявляется и фиксируется отличительное свойство задания, вызвавшего затруднение в учебной деятельности. | Слушают, осознают и отвечают на вопросы | уметь структурировать информацию, осознанно строить речевое высказывание в устной форме | Отвечают на вопросы | уметь слушать | выявляют и фиксируют отличительное свойство задания, формулируют цель и тему урока | целеполагание |
| 4. Построение проекта выхода из затруднения | | | | | | |
| Организует коммуникативное взаимодействие для построения нового способа действия, устраняющего причину выявленного затруднения; Фиксирует новый способ действия в знаковой, вербальной форме и с помощью эталона. | В группе решают задачу разными способами Составляют алгоритм решения задач данного типа | строить логическую цепочку рассуждений, моделировать условия с помощью схем | в группах кооперируют усилия по решению учебной задачи | договариваться и приходиться к общему мнению в совместной деятельности | Обучающиеся по ходу ответов сравнивают способы решения и находят оптимальный | анализирование способов решения задач, коррекция решения задачи других групп |
| 5-й этап. Первичное закрепление во внешней речи | | | | | | |
| Фиксирует изученное учебное содержание во внешней речи. | Знакомятся с содержанием задания, выполняют | Анализировать и осмысливать текст задачи, переформу- | Выслушивают варианты ответов одноклассников | Умение слушать друг друга, достаточно полно и | Оценивают предложенные варианты, выбирают наи- | Критически оценивать полученный ответ, осуществ- |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|--|---|--|
| | его в тетради, выделяют новую информацию, осмысливают ее, высказывают варианты решений, | ликовать условие, извлекать необходимую информацию, моделировать условие с помощью схем рисунков, строить логическую цепочку рассуждений. | | точно выражать свои мысли | более точный, делают вывод, уточняют предложенные варианты решения, устраняют пробелы | лять самоконтроль, проверять ответ на соответствие условию |
| 6-й этап. Самостоятельная работа с взаимопроверкой по эталону | | | | | | |
| Организует самостоятельную работу с взаимопроверкой по эталону. | Выполняют самостоятельную работу | Выстраивать поиск решения заданий | Взаимодействуют с соседом по парте | Уметь представлять информацию в письменной форме | Проверяют работу напарника по эталону, анализируют и исправляют ошибки. | уметь анализировать степень усвоения нового учебного материала на основе сопоставления решения с эталоном для самопроверки, уметь производить коррекцию работы |
| 7-й этап. Включение в систему знаний и повторение | | | | | | |
| Предлагает задания на отработку навыков использования нового содержания совместно с ранее изученным | Самостоятельное и коллективное решают задачи | Воспроизводить информацию в различных формах | Контролируют действия партнера, развивают умение ясно выражать свои мысли | Слушать собеседника, высказывать свою точку зрения | Выслушивают и оценивают предложенные варианты ответов, приходят к единому способу решения | Уметь обобщать и систематизировать полученную информацию, осуществлять самоконтроль |
| 8 этап Рефлексия деятельности на уроке | | | | | | |

| | | | | | | |
|--|-------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|---|--------------------------------|---|
| <p>Фиксирует новое содержание, изученное на уроке; координирует действия обучающихся по самооценке деятельности на уроке; Фиксирует неразрешённые затруднения как направления будущей учебной деятельности; Задаёт домашнее задание.</p> | <p>Отвечают на вопросы учителя.</p> | <p>Уметь подводить итоги</p> | <p>Отвечают на вопросы учителя.</p> | <p>Уметь полно и точно выражать свои мысли в устной форме</p> | <p>Осуществляют самооценку</p> | <p>Уметь проговаривать последовательность действий на уроке, Уметь оценивать правильность выполнения действия</p> |
|--|-------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|---|--------------------------------|---|

Технологическая карта урока.

Тема урока: основные задачи на проценты.

Тип урока: урок систематизации знаний.

Класс: 10

Цель урока: систематизация и обобщение знаний по теме «Проценты»

Планируемые результаты учебного занятия:

Предметные результаты: Объяснять, что такое процент. Представлять проценты в дробях и дроби в проценты. Решать задачи на проценты и дроби (в том числе задачи из реальной практики).

Коммуникативные: речевая деятельность, навыки сотрудничества.

Регулятивные: целеполагание как постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено обучающимися и то, что еще неизвестно; планирование, коррекция.

Познавательные: умение структурировать знания, контроль и оценка процесса и результата деятельности; анализ, синтез, выбор оснований для сравнения.

Личностные результаты: личностное самоопределение; действие смыслообразования.

Форма работы: индивидуальная работа, работа в парах, группах, фронтальная работа.

Ресурсы: презентация, интерактивная доска, тетрадь, карточки индивидуальных заданий.