

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теории и методики обучения математике

Выпускная квалификационная работа

**ФОРМИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА  
ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ МЫШЛЕНИЯ  
ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ**

Работу выполнила:  
студентка 151 группы  
направления подготовки 44.03.05  
«Педагогическое образование»,  
профили «Математика и  
Информатика»,  
Анферова Дарья Андреевна

---

подпись

«Допущена к защите в ГЭК»  
Зав. кафедрой: канд. пед. наук  
Лурье Михаил Леонидович

Руководитель:  
канд. пед. наук, доцент  
Власова Ирина Николаевна

---

подпись

---

подпись

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

ПЕРМЬ  
2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   |    |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ .....  | 3  |
| ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ<br>ФОРМИРОВАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ .....              | 7  |
| 1.1. Познавательная деятельность .....  | 7  |
| 1.2. Индивидуальные особенности мышления .....  | 10 |
| 1.3. Характеристика и приемы формирования основных качеств<br>мышления при обучении математике .....        | 18 |
| Выводы по первой главе.....   | 28 |
| ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ КАЧЕСТВ<br>МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ .....          | 30 |
| 2.1. Анализ школьных учебников .....  | 30 |
| 2.2. Диагностика уровня развития качеств мышления учащихся.....   | 35 |
| 2.3. Система учебных заданий и рекомендаций, направленных<br>на формирование основных качеств мышления..... | 39 |
| 2.4. Апробация материалов .....   | 50 |
| Выводы по второй главе.....   | 52 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....  | 53 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....  | 55 |
| Приложение 1 .....  | 59 |
| Приложение 2 .....  | 61 |
| Приложение 3 .....  | 62 |
| Приложение 4 .....  | 64 |

## ВВЕДЕНИЕ

*Актуальность исследования.* С введением стандартов второго поколения в общее образование изменились цели и задачи обучения. По ФГОС основной целью школьного образования, вместо обыкновенной передачи знаний, умений и навыков от учителя к ученику становится обеспечение «условий для индивидуального развития всех обучающихся»; развитие способности ученика самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их реализации, контролировать и оценивать свои достижения, иначе говоря – формирование умения учиться. На современном этапе развития школы большое значение приобретает идея гуманизации образования, которая подразумевает реализацию в процессе обучения субъектно-субъектных отношений, целостного подхода к учащемуся как носителю физического, социального и духовного начал [34].

Одними из важнейших целей обучения предметной области «Математика и информатика», согласно ФГОС основного общего образования, являются «интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе». Также, системно-деятельностный подход, лежащий в основе Стандарта должен обеспечивать «построение образовательного процесса с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей» учащихся основной школы [34].

Следуя определённой системе правил, применяя один и тот же метод к решению задач, решая одинаковые типы заданий, у учащихся нередко проявляется стандартизация мышления. Она присуща многим школьникам, имеет как негативный, так и позитивный характер.

Положительно сказывается на результатах обучения то, что эта особенность мышления избавляет школьника от необходимости заново усваивать те или иные операции, решать задачи тех типов, которые неоднократно им встречаются. Однако это же качество мышления мешает школьникам мыслить оригинально, отделить главное от второстепенного, отыскивать новые пути решения задач, применять известные знания в новой ситуации.

Таким образом, *актуальность* темы исследования обусловлена сложившимся к настоящему времени противоречием между требованиями, предъявляемыми к результатам освоения программы основного общего образования по математике, и фактическим состоянием процесса формирования качеств мышления учащихся при обучении математике в общеобразовательной школе.

В отечественной психолого-педагогической литературе активно изучены разные стороны мыслительной деятельности школьников: математические способности, качества ума (В.А. Крутецкий) [24], особенности мышления математика (А.Н. Колмогоров), компоненты обучаемости (З.И. Калмыкова) [18], поэтапное формирование умственных действий (Н.Ф. Талызина) [33]; развитие и диагностика мышления (А.З. Зак, Ж. Пиаже) [14; 29], проблемное обучение для формирования мыслительной деятельности (А.В. Брушлинский, Т.В. Кудрявцев) [6; 24] и т.д. Все исследования не потеряли своей актуальности и в настоящее время.

Обзор научно-методической литературы по теме исследования подводит к выводу о том, что для практики обучения математике проблема формирования качеств мышления учащихся представляется недостаточно решенной.

*Объектом* исследования является процесс обучения математике в основной школе.

*Предметом* исследования – особенности формирования и развития качеств мышления при обучении математике.

*Цель* исследования – теоретическое обоснование возможностей формирования основных качеств мышления учащихся; разработка системы задач, направленных на формирование качеств мышления.

*Гипотеза* исследования заключается в том, что если при обучении математике учитывать особенности качеств мышления учащихся и использовать определенную систему задач, направленных на формирование этих качеств, то достигается повышение качества математической подготовки учащихся.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие *задачи* исследования:

- 1) определить роль мышления в познавательной деятельности учащихся;
- 2) выполнить анализ психолого-педагогической, методической литературы с целью выявления особенностей мышления;
- 3) охарактеризовать основные качества мышления и приемы их формирования;
- 4) выполнить анализ школьных учебников по математике;
- 5) определить соответствующие диагностики и продиагностировать уровень развития качеств мышления учащихся;
- 6) разработать систему заданий, способствующих формированию качеств мышления, апробировать материалы.

*Методы исследования:* анализ и синтез психолого-педагогической, методической литературы; наблюдение; тестирование.

*Апробация.* Материалы исследования были представлены в публикациях:

1. Обучение математике учащихся с учетом индивидуальных особенностей мышления // Вопросы математики, её истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. межрегион. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: Ю.В. Корзнякова,

И.В. Косолапова; под общ. ред. Ю.В. Корзняковой; Перм. гос.гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2015. – Вып. 8. – С. 24.

2. Формирование и развитие критичности мышления при обучении математике // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. межрегион. науч.- практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: Ю.В. Корзнякова, И.В. Косолапова; под общ. ред. Ю.В. Корзняковой; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2016. – Вып. 9. – С. 31.

*Практическая ценность:* в предоставлении педагогам образовательных учреждений методических рекомендаций, направленных на развитие и формирование качеств мышления, «необходимых для адаптации в современном информационном обществе», для применения в повседневной жизни.

Работа состоит из введения, основной части, содержащей две главы, заключения, списка литературы, включающего 37 наименований, и 4 приложений.

Во введении сформулированы актуальность темы, объект, предмет, цель и задачи исследования, краткая характеристика структуры работы и описание ее частей.

В первой главе представлены основные понятия и различные классификации индивидуальных особенностей мышления.

Вторая глава посвящена системе заданий, способствующих формированию основных качеств мышления.

В заключении перечислены полученные результаты, сформулированы выводы исследования и рекомендации относительно возможного использования материалов работы.

# **ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ**

Каждый человек обладает индивидуальными особенностями познавательной деятельности; развивая их отдельные стороны, он достигает успеха. Поэтому невозможно рассматривать процесс обучения без формирования индивидуальных свойств учащихся, в частности, качеств мышления.

## **1.1. Познавательная деятельность**

Познание – это специфическая деятельность человека, ориентированная на открытие законов природы и общества, тайн бытия человека и мира вообще, обнаружение возможных способов действия с предметами и явлениями, это деятельность по производству новых знаний, по чувственно-логическому моделированию объекта [35]. Познавать – значит генерировать знание.

Познавательная деятельность – это активное изучение человеком окружающей действительности, в процессе которого индивид приобретает знания, познает законы существования окружающего мира и учится не только взаимодействовать с ним, но и целенаправленно воздействовать на него [7]. Человек не может не познавать мир, существуя в нем.

Познавательная деятельность начинается с ориентировочно-исследовательской деятельности, основное значение которой заключается в обследовании изучаемого предмета, в получении разнообразной информации, необходимой для существования человека в среде обитания и решения различных практических задач, которые он ставит перед собой. Можно сказать, что ориентировочно-исследовательская деятельность есть

первое проявление любознательности, познавательного интереса индивида, его попытка взаимодействовать с окружающим миром.

Компонентами познавательной деятельности являются такие психические процессы как:

- познавательные (воображение, представление, ощущение, внимание, память, восприятие, мышление, речь);
- эмоциональные (чувства, эмоции, стресс, аффекты);
- волевые (принятие решения, борьба мотивов, постановка цели).

А.В. Брушлинский утверждает, что познавательная деятельность начинается с ощущений и восприятий. Любое, даже наиболее развитое, мышление всегда сохраняет связь с чувственным познанием, т.е. с ощущениями, восприятиями и представлениями. Весь свой материал мыслительная деятельность получает только из одного источника – из чувственного познания. Через ощущения и восприятия мышление непосредственно связано с внешним миром и является его отражением [6].

Процессу познания присуще противоречие между данными органов чувств и мысленным отражением внешнего мира [36].

Поскольку в рамках только чувственного познания невозможно до конца расчленить сложнейшие взаимозависимости между предметами, событиями, явлениями, необходим переход от ощущений и восприятий к мышлению. В ходе мышления осуществляется дальнейшее, более глубокое познание внешнего мира.

Мышление начинается там, где оказывается уже недостаточным или даже бессильным чувственное познание. Мышление продолжает и развивает познавательную работу ощущений, восприятий и представлений, выходя далеко за их пределы [6].

Психические познавательные процессы выступают важнейшими элементами любой человеческой деятельности. Для того чтобы удовлетворять свои потребности, общаться, играть, учиться и трудиться,

человек должен воспринимать мир, обращать внимание на те или иные компоненты деятельности, представлять то, что ему нужно сделать, запоминать, обдумывать, высказывать суждения. Следовательно, без участия психических процессов человеческая деятельность невозможна, они выступают как ее неотъемлемые внутренние моменты.

Когда говорят об общих способностях человека, то имеют в виду уровень развития и характерные особенности его познавательных процессов. То есть чем лучше у субъекта сформированы эти процессы, тем более способным он является, тем большими возможностями он обладает. От уровня развития познавательных процессов учащегося зависит легкость и эффективность его учения.

Человек рождается с достаточно развитыми задатками к познавательной деятельности, однако процессы познания новорожденный осуществляет сначала инстинктивно. Ему еще предстоит развить свои познавательные возможности и научиться управлять ими. Поэтому уровень развития познавательных возможностей человека зависит не только от полученных при рождении задатков, но в большей мере от характера воспитания ребенка в семье, в школе, от собственной его деятельности по саморазвитию своих интеллектуальных способностей.

Познавательные процессы осуществляются в виде отдельных познавательных действий, каждое из которых представляет собой целостный психический акт, состоящий нераздельно из всех видов психических процессов. Но один из них обычно является главным, ведущим, определяющим характер данного познавательного действия. Только в этом смысле можно рассматривать отдельно такие психические процессы, как восприятие, память, мышление, воображение. Так, в процессах запоминания и заучивания участвует мышление в более или менее сложном единстве с речью.

Отличие мышления от других психологических процессов состоит также в том, что оно почти всегда связано с наличием проблемной ситуации,

задачи, которую нужно решить, и активным изменением условий, в которых эта задача задана. Мышление в отличие от восприятия выходит за пределы чувственно данного, расширяет границы познания. В мышлении на основе сенсорной информации делаются определенные теоретические и практические выводы. Оно отражает бытие не только в виде отдельных вещей, явлений и их свойств, но и определяет связи, существующие между ними, которые чаще всего непосредственно, в самом восприятии человеку не даны. Свойства вещей, явлений, связи между ними отражаются в мышлении в обобщенной форме, в виде законов, сущностей.

На практике мышление как отдельный психический процесс не существует, оно незримо присутствует во всех других познавательных процессах: восприятии, внимании, воображении, памяти, речи. Высшие формы этих процессов обязательно связаны с мышлением, и степень его участия в этих познавательных процессах определяет уровень их развития.

Таким образом, мышление является главным, определяющим характер познавательного действия; через мышление осуществляется более глубокое познание внешнего мира; основополагающим в развитии познавательных процессов является формирование мышления школьников.

## **1.2. Индивидуальные особенности мышления**

Мышление является высшим познавательным процессом. Оно представляет собой порождение нового знания, активную форму отражения и преобразования человеком действительности. Мышление порождает такой результат, какого ни в самой действительности, ни у субъекта на данный момент времени не существует. Мышление также можно понимать как получение новых знаний, творческое преобразование имеющихся представлений.

Р.С. Немов мышление понимает как «движение идей, раскрывающее суть вещей. Его итогом является не образ, а некоторая мысль, идея». Специфическим результатом мышления может выступить понятие – обобщенное отражение класса предметов в их наиболее общих и существенных особенностях [28].

Мышление – психический познавательный процесс отражения действительности; высшая форма творческой активности человека [31].

Для Р.Л. Солсо мышление – это процесс, с помощью которого формируется новая мысленная репрезентация; это происходит путем преобразования информации, достигаемого в сложном взаимодействии мысленных атрибутов суждения, абстрагирования, рассуждения и воображения и решения задач [19].

Мышление – высшая ступень человеческого познания. Позволяет получать знание о таких субъектах, свойствах и отношениях реального мира, которые не могут быть восприняты на чувственной ступени познания. Формы и законы мышления изучаются логикой, механизмы его протекания – психологией и нейрофизиологией.

Выделяют две особенности мышления. Первая – его опосредованный характер. То, что человек не может познать прямо, непосредственно, он познает косвенно: неизвестное – через известное, одни свойства – через другие. Мышление всегда опирается на данные чувственного опыта – ощущения, восприятия, представления и на ранее приобретенные теоретические знания.

Вторая особенность – его обобщенность. Обобщение как познание общего и существенного в объектах действительности возможно потому, что все качества этих объектов связаны друг с другом. Общее существует и проявляется лишь в конкретном [31].

В зависимости от того, какое место в мыслительном процессе занимает слово, образ и действие, как они соотносятся между собой, психологи

выделяют три вида мышления: по генезису мышления: конкретно-действенное или практическое, конкретно-образное, абстрактное.

1. Конкретно-действенное мышление направлено на нахождение решения конкретных задач в условиях производственной, конструктивной, организаторской и иной практической деятельности людей. Практическое мышление – это техническое, конструктивное мышление. Оно заключается в понимании техники и умении человека самостоятельно решать задачи. Процесс технической деятельности является процессом взаимодействия умственных и практических компонентов работы. Сложные операции абстрактного мышления переплетаются с практическими действиями человека. Характерными особенностями конкретно-действенного мышления являются ярко выраженная наблюдательность, оперирование пространственными образами и схемами, внимание к деталям, частностям и умение использовать их в конкретной ситуации, умение быстро переходить от размышления к действию и обратно.

2. Конкретно-образное мышление или художественное мышление определяется тем, что отвлеченные мысли обобщения человек воплощает в конкретные образы. Его функции связаны с представлением ситуаций и изменениями в них, которые человек хочет получить в результате своей преобразующей ситуацию деятельности. В отличие от наглядно-действенного мышления оно преобразуется лишь в плане образа [29].

3. Абстрактное или словесно-логическое мышление направлено в основном на поиск общих закономерностей в природе и человеческом обществе. Абстрактное, теоретическое мышление отражает общие связи и отношения. Оно оперирует понятиями, широкими категориями, а образы представления в нем играют вспомогательную роль. Внутри этого типа различают следующие виды мышления:

- теоретическое мышление – это познание законов, правил, гипотез;

– практическое мышление – это подготовка преобразования действительности (разработка цели, создание плана, схемы, проверка гипотез в условиях жесткого дефицита времени);

– аналитическое (логическое) мышление носит временной, структурный (этапный) и осознаваемый характер;

– реалистическое мышление направлено на внешний мир и регулируется законами логики;

– аутистическое мышление связано с реализацией желаний человека;

– продуктивное – это воссоздающее мышление на основе новизны в мыслительной деятельности;

– репродуктивное – это воспроизводящее мышление по заданному образу и подобию;

– произвольное мышление предполагает трансформацию образов сновидения, а произвольное – целенаправленное решение мыслительных задач.

Все три вида мышления связаны тесно друг с другом. У многих людей в одинаковой мере развиты конкретно-действенное, конкретно-образное и теоретическое мышление, но в зависимости от характера задач, которые человек решает, на первый план выступает то один, то другой, то третий вид мышления. Можно обнаружить, что раньше всего возникает мышление конкретно-действенное, потом конкретно-образное и затем абстрактно-логическое, если мышление рассматривать в процессе развития его у детей.

В определении типов мышления существуют различные подходы.

По степени развернутости решаемых задач выделяют мышление дискурсивное (умозаключающее) и интуитивно-мгновенное, характеризующееся минимальной осознанностью.

По характеру решаемых задач мышление делят на теоретическое (концептуальное) и практическое, осуществляемое на основе социального опыта и эксперимента.

Характеристику математического мышления целесообразно рассматривать в следующих аспектах [21]:

- 1) содержание (основные типы математического мышления);
- 2) математическая деятельность (методы научного, математического исследования);
- 3) формы (качества мышления, определяющие стили мышления);
- 4) субъективные свойства характера человека, занимающегося математикой (нравственные качества).

В настоящее время главной целью обучения учащихся должно быть развитие у них умения учиться, для чего им необходимо совершенствовать качества мышления. Ю.М. Колягин составил сводную характеристику компонентов математического мышления (табл. 1) [21]:

*Таблица 1*

### **Компоненты математического мышления**

| <b>Содержание<br/>(типы мышления)</b>   | <b>Деятельность</b>  | <b>Качества<br/>(стиль мышления)</b>   | <b>Субъективные<br/>свойства характера</b>   |
|---|--|--|--|
| Конкретное мышление.<br>Абстрактное мышление .<br>Функциональное мышление.<br>Индуктивное мышление.<br>Структурное мышление.<br>Творческое мышление.<br>Утилитарное мышление. | Наблюдение и опыт.<br>Традуктивный (применение аналогии).<br>Индуктивный.<br>Дедуктивный (аксиоматический).<br>Моделирование (использование абстрактных математических моделей). | Активность.<br>Гибкость.<br>Целенаправленность.<br>Глубина.<br>Широта.<br>Критичность, самокритичность, лаконичность, ясность и точность речи и записи.<br>Доказательность.<br>Оригинальность. | Вкус к исследованию.<br>Настойчивость.<br>Способность сосредоточиться.<br>Склонность к творчеству.<br>Любознательность.<br>Интеллектуальная честность.<br>Точность, правильность.<br>Ясность, сжатость речи.<br>Способность к воображению.<br>Удовлетворенность процессом работы и её результатом. |

Мышление имеет ярко выраженный индивидуальный характер. Особенности индивидуального мышления проявляются в разных соотношениях видов и форм, операций и процедур мыслительной деятельности.

Изучив работы С.Л. Рубинштейна, В.П. Зинченко, З.И. Калмыковой, И.С. Якиманской и другую психолого-педагогическую литературу, были выявлены следующие индивидуальные качества мышления [32; 15; 18]:

1. Гибкость мысли выражается в умении быстро менять действия при изменении обстановки, в свободе от закрепленных в прошлом методов, приемов и способов решения задач. Качество, противоположное гибкости – ригидность мышления. Ригидность – это инертность, негибкость.

2. Глубина – способность проникать в сущность вещей и явлений, понимать причины и глубинные закономерности. Она выражается в умении проникать в сущность сложных вопросов. Качеством, противоположным глубине мышления, является поверхностность суждений, когда человек обращает внимание на мелочи и не видит главного.

3. Широта – способность видеть проблемы многосторонне, охватить весь вопрос целиком, не упуская в то же время и необходимых для дела частных. Антиподом глубины мышления является узость мышления.

4. Критичность – умение объективно оценивать свои и чужие мысли, подвергать сомнению выдвигаемые гипотезы и решения, положения и выводы. Антипод – некритичность.

5. Быстрота – способность человека быстро разобраться в новой ситуации, обдумать и принять правильное решение.

6. Торопливость – непродуманность аспектов всестороннего исследования проблемы, выхватывание из нее лишь отдельных сторон, высказывание неточных ответов и суждений [11].

7. Самостоятельность – это стремление и способность находить решения в соответствии с собственными убеждениями, знаниями и взглядами, не прибегая часто к помощи, мнению, опыту и знаниям других

людей, не опираясь на чужие мысли, не поддаваясь сторонним влияниям, не используя только готовые формулы и шаблонные, типовые решения. Как правило, к самостоятельному мышлению склонны творческие личности и те, кто хорошо знает своё дело, обладает уверенностью, имеет твёрдый характер.

8. Активность – это степень его продуктивности в решении задач различного типа; один из самых важных показателей, свидетельствующий о сохранности, действенности, нормальном психофизиологическом и эмоциональном состоянии человека. При низкой активности человек «не может сосредоточиться», «мысли другим заняты» [21].

9. Оригинальность – способность генерировать идеи, которые отличаются от общеизвестных, стандартных, общепринятых и обычных. Способность свободно образовывать неожиданные новые связи, комбинации и сочетания, высказывать яркие предположения и предлагать необычные возможности.

10. Логичность – способность в рассуждениях соблюдать строгую последовательность, систематичность, непротиворечивость, обоснованность и стройность мысли, выявлять причины и следствия. Нелогичный ум характеризуется беспорядочностью и бессвязностью размышлений, преобладанием ассоциаций над логическими связями.

11. Целеустремлённость (сила) – способность максимально сосредоточивать, концентрировать мысль на выполнение задания или достижение конкретной цели, не отвлекаться при рассмотрении возможных вариантов для нахождения оптимального решения. Это качество во многом зависит от воли и мотивации человека [21].

12. Выносливость – способность длительное время поддерживать высокую работоспособность и активность, противостоять утомлению в процессе решения задачи.

13. Пытливость – потребность всегда находить наилучшее решение поставленных задач и проблем.

14. Инициативность – постоянное стремление самому искать и находить.

15. Доказательность мышления и другие (организованность, устойчивость, ясность, точность, лаконичность речи и записи) [20; 21].

Все эти качества мышления сильно коррелируют друг с другом, часто выступают в органическом единстве. Поэтому ранжирование их по значимости весьма затруднительно. Но самыми основными качествами в литературе выделяют глубину, гибкость, широту, быстроту, критичность, потому что они включают в свою деятельность другие свойства мышления. З.И. Калмыкова утверждает, что продуктивным качеством мышления также является самостоятельность [18].

В.А. Крутецкий и И.В. Дубровина предполагают, что индивидуальные различия в мыслительной деятельности людей проявляются в разнообразных качествах мышления, и наиболее существенные из них – глубина, гибкость, широта, быстрота, критичность и самостоятельность [12; 23].

На основе рассмотренных нами психолого-педагогических работ в таблице 2 мы указали основные качества и им соответствующие. В процессе развития качества мышления становятся своеобразными свойствами личности человека.

*Таблица 2*

**Основные качества мышления и им соответствующие**

| <b>Основное качество мышления</b> | <b>Соответствующее качество мышления</b> |
|-----------------------------------|--|
| Гибкость                          | оригинальность, инициативность           |
| Глубина                           | пытливость, целеустремлённость           |
| Самостоятельность                 | активность, инициативность               |
| Критичность                       | логичность, устойчивость                 |
| Широта                            | доказательность, логичность              |
| Быстрота                          | выносливость, активность, торопливость   |

Проанализировав литературу, мы обнаружили более пятнадцати качеств мышления и выяснили, что существенными являются: гибкость, глубина, широта, быстрота, критичность, самостоятельность. Их можно условно назвать основными кирпичиками, из которых строятся различные виды человеческого мышления. Все эти индивидуальные качества поддаются оценке, тренировке и развитию.

### **1.3. Характеристика и приемы формирования основных качеств мышления при обучении математике**

Учебная задача существенно отличается от многочисленных частных задач, входящих в программу того или иного класса при традиционном обучении. При решении учебной задачи школьник первоначально овладевает общим способом решения частных задач на уровне теоретического обобщения. Задача решается для всех однородных случаев сразу. Разрешение учебной задачи всегда заканчивается построением программы, предписания, алгоритма – получением ориентировочной основы для решения сходных задач. Эта ориентировочная основа является основанием для анализа условия, планирования, осуществляемых учеником при решении задач, для рефлексивных действий, для развития соответствующих особенностей мышления, которые являются показателем развитого мышления [9].

Как показывает практика работы в школе, математику любят в основном те ученики, которые умеют решать задачи. Следовательно, научив детей владеть умением решать задачи, мы окажем существенное влияние на их интерес к предмету, на развитие их мышления.

Учебные задачи делят на стандартные и нестандартные.

Нестандартная задача – это задача, решение которой не является для решающего известной цепью известных действий, способствуют

развитию логического мышления. Для ее решения учащийся сам должен изобрести (составить, придумать) способ решения.

Так, Ю.М. Колягин под нестандартной задачей понимает задачу, при предъявлении которой учащиеся не знают заранее ни способа ее решения, ни того, на какой учебный материал опирается решение [21].

*Самостоятельность мышления* характеризуется умением ученика выдвигать новые задачи и находить пути их решения, не прибегая к помощи учителя, родителей, товарища по парте.

Именно самостоятельность мышления как форма субъективной активности, как личностное качество обучаемых наиболее ярко обнаруживается в условиях выбора, разрешении противоречий, преодолении возникающих затруднений при выполнении учебной деятельности.

Формирование самостоятельности мышления, активности в поиске поставленной цели предполагает решение детьми нетиповых, нестандартных задач, имеющих иногда несколько способов решения, хотя и правильных, но разной степени оптимальных. Для того чтобы решение таких задач способствовало действительному развитию активного, поискового мышления, оно должно быть организовано особым образом.

Решение задач на уроке может отличаться формой организации деятельности детей, характером и степенью руководства процессом решения, способом оформления записей и т.д.

Одним из самых доступных и проверенных практикой путей повышения эффективности урока, активизации учащихся на уроке является соответствующая организация самостоятельной учебной работы.

Рассматривая формы и содержание самостоятельной работы обучающихся, преподаватель во главу угла должен поставить цели этого вида деятельности. Организация самостоятельной работы учащихся предполагает различные цели, среди которых:

- систематизация и закрепление полученных знаний и умений;

- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование способности к саморазвитию, самореализации, самосовершенствованию;
- развитие познавательных способностей и активности учащихся: творческой инициативы, самостоятельности и организованности;
- формирование умений использовать справочную документацию, специальную литературу;
- развитие исследовательских навыков;
- мотивирование регулярной целенаправленной работы по освоению математических навыков [4].

Учителю приходится часто сталкиваться с самостоятельным и несамостоятельным мышлением школьников. Одни учащиеся легко справляются с такими заданиями, как, например, кратко изложить содержание рассказа своими словами, найти путь решения математической задачи нового типа. Другие школьники без помощи учителя или готового образца выполнить подобное задание самостоятельно не могут. Воспитание самостоятельного мышления у учащихся – одна из важнейших задач нашей школы.

*Гибкость мышления* характеризуется:

- 1) способностью к целесообразному варьированию способов действия;
- 2) лёгкости перестройки системы знаний, умений и навыков при изменении условий действия;
- 3) лёгкостью перехода от одного способа действия к другому, умением выходить за границы привычного способа действия.

Таким образом, гибкость мышления обнаруживается в быстроте ориентировки в новых условиях, в умении видеть новое в известном, выделять существенное, находящееся в скрытой форме. Ж. Адамар указывает на гибкость мышления как на характерную черту творчества [3].

В качестве примера проявления гибкости мышления может служить успешное решение школьниками подобных задач данной: «Два человека подошли одновременно к реке. У пустого берега стояла лодка (лишь для одного человека). Тем не менее оба сумели переправиться через реку в этой лодке. Каким образом?»

Противоречие, высказанное самой постановкой задачи, «затеняет» возможный элементарный случай, когда путники подошли к реке из двух противоположных берегов.

Гибкость мышления учащийся проявляет тогда, когда он [17]:

- предлагает несколько способов использования предмета, отличающихся от обычного;
- выражает много мыслей, идей или проблем;
- может перенести смысловое значение одного объекта на другой;
- легко может поменять один фокус зрения (подхода) на другой;
- выдвигает множество идей и исследует их;
- думает о различных путях решения проблемы.

К средствам развития гибкости мышления можно отнести:

- отказ в обучении от шаблона, стереотипа;
- решение задач различными методами и способами;
- доказательство теорем различными методами и способами и т. д.

Результаты научных исследований показывают, что средством развития гибкости мышления также является работа, связанная с обращением математической задачи [2].

Следуя О.М. Абрамовой [1], мы под обращением математической задачи будем понимать последовательное видоизменение ее путем извлечения из условия части или даже всех данных и включение их в требование задачи; при этом из него, соответственно, исключаются несколько или все найденные искомые и переводятся условие.

Обращенная задача станет обратной по отношению к исходной, если все ее требования и условия полностью поменяются местами.

Задача 1. Из населенного пункта  $A$  выехал велосипедист со скоростью 20 км/ч, а из пункта  $B$  навстречу ему в то же время выехал другой велосипедист со скоростью 25 км/ч. Найти время их движения до места встречи, если расстояние  $AB$  равно 135 км.

Решение.

1)  $20 + 25 = 45$  (км/ч) – скорость сближения;

2)  $135:45 = 3$  (ч) – время встречи велосипедистов.

Ответ: 3 ч.

Приведем обращенные задачи к исходной задаче.

Задача 1.1. Из двух населенных пунктов  $A$  и  $B$  одновременно выехали навстречу друг другу велосипедисты. Скорость велосипедиста, вышедшего из пункта  $A$ , равна 20 км/ч. Найти скорость велосипедиста, вышедшего из пункта  $B$ , если велосипедисты встретились через 3 ч, а путь  $AB$  равен 135 км.

Решение.

1)  $20 \cdot 3 = 60$  (км) – путь, пройденный велосипедистом, вышедшим из пункта  $A$ , до места встречи;

2)  $135 - 60 = 75$  (км) – путь, пройденный вторым велосипедистом до места встречи;

3)  $75:3 = 25$  (км/ч) – скорость велосипедиста, вышедшего из пункта  $B$ .

Ответ: 25 км/ч.

Задача 1.2. Из двух населенных пунктов  $A$  и  $B$  одновременно выехали навстречу друг другу велосипедисты. Скорость велосипедиста, вышедшего из пункта  $B$ , равна 25 км/ч. Найти скорость велосипедиста, вышедшего из пункта  $A$ , если велосипедисты встретились через 3 ч, а путь  $AB$  равен 135 км.

Решение.

1)  $25 \cdot 3 = 75$  (км) – путь, пройденный велосипедистом, вышедшим из пункта  $B$ , до места встречи;

2)  $135 - 75 = 60$  (км) – путь, пройденный вторым велосипедистом до места встречи;

3)  $60:3 = 20$  (км/ч) – скорость велосипедиста, вышедшего из пункта  $A$ .

Ответ: 20 км/ч.

Задача 1.3. Из населенного пункта  $A$  выехал велосипедист со скоростью 20 км/ч, а из населенного пункта  $B$  в то же время навстречу ему выехал другой велосипедист, со скоростью 25 км/ч. Найти расстояние  $AB$ , если велосипедисты встретились через 3 ч.

Решение.

1)  $20 \cdot 3 = 60$  (км) – путь, пройденный велосипедистом, вышедшим из пункта  $A$ , до места встречи;

2)  $135 - 60 = 75$  (км) – путь, пройденный вторым велосипедистом до места встречи;

3)  $60 + 75 = 135$  (км) – длина пути  $AB$ .

Ответ: 135 км.

Конечно, вначале должен сам учитель показать, как составляются обращенные задачи, а уже затем предлагать учащимся выполнить это действие самостоятельно.

*Широта мышления* характеризуется способностью формирования обобщенных способов действий, имеющих широкий диапазон переноса и применения к частным, нетипичным случаям.

Это качество мышления часто проявляется в готовности школьника принять во внимание новые для него факты в процессе деятельности известной ситуации.

В.А. Крутецкий отмечает, что широта ума выражается в разносторонней любознательности [23].

Развитию этого качества мышления у учащихся способствуют проведение различных классификаций изучаемых математических фактов и проведение их обобщений, использование аналогии и обобщения как методов решения задач.

Говоря о сформированности широты мышления, ученик должен обладать способностью видеть проблемы многосторонне; способностью

охватить весь вопрос целиком, не упуская в то же время и необходимых для дела частных.

Например, в учебнике изложены способы сравнения дробей: с помощью перекрестного правила приведения дробей к одинаковому числителю или знаменателю; промежуточного числа, дополнения дроби до 1. Для выполнения задания нет указания, каким определенным способом сравнивать дроби. Учащиеся должны будут выбрать любой понравившийся им способ нахождения ответа. Если в учебнике автор дает указание способа решения задачи, то это широта, а если не дает, то проявляется самостоятельность и инициативность.

*Глубина мышления* характеризуется способностью глубокого понимания каждого из изучаемых математических фактов в их взаимосвязи с другими фактами.

Глубина мышления проявляется также в умениях отделять главное от второстепенного, обнаружить логическую структуру рассуждения, отделить то, что строго доказано, от того, что принято на веру, извлекать из математического текста не только то, что в нём сказано, но и то, что содержится «между строк».

Конкретным примером проявления этого качества мышления может служить выполнение следующего задания: «Известно, что сложению соответствует одно обратное действие – вычитание; то же самое можно сказать и об умножении. Почему же действие возведение в степень имеет два себе обратных действия: извлечение корня и логарифмирование?».

Недейственность переместительного закона при возведении числа в степень оказывается для школьника весьма «глубоким свойством».

*Критичность мышления* характеризуется умением оценить правильность выбранных путей решения проблемы и получаемые при этом результаты с точки зрения их достоверности, значимости и т.п. В процессе обучения математике воспитанию этого качества мышления учащихся будет способствовать постоянное обращение к различным проверкам, грубым

прикидкам найденного (искомого) результата, а также к проверке умозаключений, сделанных с помощью индукции, аналогии и интуиции.

Также критичность мышления можно воспитать и при выполнении специальных учебных заданий на нахождение и исправление собственных ошибок, которые учитель может организовать, например, при проверке домашнего задания, самопроверке самостоятельной работы. Развитию этого качества мышления способствуют решение задач-софизмов.

По мнению С.В. Лаптиной, технология развития критического мышления подразумевает привлечение обучаемых к различным способам и приемам оценочной деятельности (самооценка, взаимооценка). Используя технологию критического мышления, педагог создает такие ситуации, проживая которые учащийся осознал бы себя в обществе в большой степени. Ситуация выбора, диалог, работа в группе, дискуссия – учебные ситуации, обычные для формирования критического мышления [25].

Обучение критическому мышлению нужно воспринимать как одну из базовых форм подготовки к успешной жизнедеятельности в информационном и постинформационном обществе [22].

Вместе с тем, одним из ценных дидактических средств развития критичности мышления школьников являются математические софизмы, которые можно использовать как с первых ступеней обучения, так и на протяжении дальнейшего обучения.

Софизмы – ложные результаты, полученные с помощью рассуждений, которые только кажутся правильными, но обязательно содержат ту или иную ошибку [26].

Софизмы выбираются в зависимости от дидактических целей обучения учащихся и этапа усвоения учебного материала.

Математический софизм тем более замысловат, чем более тонкого характера ошибка в нём проводится, чем менее она предупреждена обычным школьным курсом [10].

Наибольшую трудность вызывает процесс нахождения ошибки. Это связано с тем, что:

1) задания такого рода являются для учеников новыми (по требованию, по способу выполнению);

2) некоторые ученики недостаточно владеют способами самопроверки [30].

По мнению А.П. Податова, в большинстве случаев для поиска ошибки в софизме можно применять те же приёмы, что и для проверки решения текстовых задач, уравнений, неравенств.

А.Г. Мадера приводит пример софизма, который можно разобрать с учениками 7-х классов: все числа равны между собой.

Автор предлагает провести с учащимися следующие рассуждения [26]: взять два произвольных неравных между собой числа  $a$  и  $b$  и записать для них очевидное тождество  $a^2 - 2ab + b^2 = b^2 - 2ab + a^2$ .

Слева и справа стоят полные квадраты, то есть могут записать  $(a - b)^2 = (b - a)^2$ . (1)

Извлекая из обеих частей последнего равенства квадратный корень, получим  $a - b = b - a$ , (2) или  $2a = 2b$ , или окончательно  $a = b$ .

Раскрытие софизма: исходное тождество и равенство (1) вполне справедливы. Но при переходе от равенства (1) к равенству (2) была совершена ошибка: извлечение квадратного корня из обеих частей равенства (1) сделано неправильно. В действительности же вместо равенства (2) из равенства (1) должно следовать равенство  $|a - b| = |b - a|$  (\*)

А.Г. Мадера рекомендует здесь рассмотреть два случая [26]:

1 случай.  $a - b \geq 0$ , тогда, очевидно,  $b - a \leq 0$  Тогда из равенства (\*) следует  $a - b = -(b - a)$ , или  $a = a$ , т.е. просто тождество числа  $a$  самому себе.

2 случай.  $a - b < 0$ , тогда  $b - a < 0$ , откуда следует, что  $-(a - b) = b - a$ , или  $a = a$ .

*Быстрота мышления* – способность человека быстро разобраться в новой ситуации, обдумать и принять правильное решение.

Говоря о быстроте мышления, необходимо рассмотреть индивидуальные особенности каждого ученика: находчивость и скорость мышления [5].

Находчивость – это способность к решению проблем, опираясь на свои знания.

Скорость мышления – это умение быстро отобрать необходимое из изучаемого материала, то есть способность к анализу и синтезу, умение сопоставлять предметы и факты.

Находчивость и скорость мышления – умение подобрать необходимые средства решения поставленной задачи.

Быстрота мышления личности непосредственно связана с его речью. Для того чтобы грамотно и четко излагать свои мысли, учащийся должен иметь представление и знания по обучаемому материалу. Важную роль в этом играет уровень словарного запаса обучаемого.

Также это качество зависит от индивидуального темпа мыслительной деятельности, в основе чего лежит обычно большая подвижность нервных процессов в коре головного мозга. От быстроты ума следует отличать торопливость ума. Человек с таким качеством ума характеризуется отсутствием привычки к длительной и упорной работе. Торопливость ума – это также поверхностность ума, когда человек выхватывает какую-нибудь одну сторону вопроса и не способен рассмотреть его во всей сложности. В школе нередко наблюдаются учащиеся, которые допускают много ошибок только из-за торопливости и какой-то лихорадочной поспешности. Ребята, не продумав вопрос до конца, стремятся ответить на него как можно быстрее. Таких учащихся надо терпеливо сдерживать, призывать не торопиться и давать время подумать еще [23].

Слишком упрощать, исключать новое ради приобретения быстрого навыка, избегать затруднений, чтобы предотвратить ошибки, так же вредно,

как и стараться заставить учеников формулировать всё, что они знают, и занудливо объяснять каждый шаг.

Следует заметить, что развитие отдельных качеств мышления, в частности, глубины, гибкости, широты, быстроты и критичности, способствует формированию самостоятельности мышления.

Таким образом, в данном параграфе рассмотрены различные приемы организации обучения математике, направленные на формирование индивидуальных качеств мышления у учащихся, с помощью таких видов заданий, как нестандартные задачи; обращение математической задачи; задачи на умение анализировать; развитие наблюдательности, самоконтроля; развитие исследовательских навыков; использование аналогии и обобщения; задачи на скорость выполнения; софизмы.

### **Выводы по первой главе**

Рассмотрены понятие познавательной деятельности и его составляющие: восприятие, внимание, мышление, воображение, память, речь. Определено, что основополагающим в развитии познавательных процессов является формирование мышления школьников. Невозможно без мыслительной деятельности более глубоко познавать внешний мир.

Выполнен анализ различных трактовок определений понятия «мышление», классификаций качеств мышления. Определено, что под мышлением в учебно-методической литературе чаще всего понимают как познавательную деятельность личности, характеризующуюся обобщенным и опосредованным отражением действительности; основными качествами мышления являются: широта, глубина, гибкость, быстрота, критичность, самостоятельность.

Описаны характеристики основных индивидуальных качеств мышления и различные приемы организации обучения математике, направленные на формирование этих качеств, с помощью таких видов заданий, как нестандартные задачи; обращение математической задачи; задачи на умение анализировать; развитие наблюдательности, самоконтроля; развитие исследовательских навыков; использование аналогии и обобщения; задачи на скорость выполнения; софизмы.

## ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ КАЧЕСТВ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Основной формой развития и формирования качеств мышления учащихся на уроках математики является работа с задачей. Шаблонные задачи не позволяют качественно влиять на развитие индивидуальных свойств мыслительной деятельности.

### 2.1. Анализ школьных учебников

Рассмотрим содержание различных учебников математики за 5-й класс, рекомендованных Минобрнауки РФ, чтобы выяснить, есть ли в них задания направленные на формирование основных качеств мышления учащихся. Эти качества были определены в параграфе 1.2.

В учебнике Н.Я. Виленкина [8] было выделено 83 задания, способствующие развитию гибкости мышления. Например, такие как № 341, в котором нужно оставить задачу, решением которой было бы выражение:  
а)  $64 \cdot 15 - 38$ ; б)  $18 \cdot 20 - 11$ .

№ 599. Приведите примеры равных фигур, встречающихся в жизни.

№ 678. Придумайте задачу, для решения которой требуется составить уравнение: а)  $5x + x = 12$ ; б)  $3x - x = 8$ .

Для развития самостоятельности мы увидели раздел «упражнения для домашней работы». И другие номера, например, № 118. Выберите единичный отрезок и отметьте на координатном луче, координаты которых 1, 3, 5, 8, 12. Самостоятельность раскрывается в том, что ученик сам выбирает единичный отрезок на прямой, какой ему захочется. Также упражнения с пометкой «П» предназначены для самостоятельной работы по вариантам на повторение пройденного материала.

Заданий на глубину в учебнике Н.Я. Виленкина намного больше всех остальных – 127. Во многих заданиях встречаются дополнительные вопросы и указания: объяснить, как получился тот или иной ответ; можно ли сделать так; какой смысл имеют данные выражения; сделайте вывод; при каком значении переменной верно равенство. Это задания включающие неизвестные условия, например:

№846. При каких значениях  $x$  дробь  $\frac{x}{10}$  будет правильной? Дробь  $\frac{10}{x}$  будет неправильной?

Заданий на развитие широты мышления оказалось 88 из 1536. Некоторые номера можно считать смежными, потому что они являются прямыми и обратными задачами, а также задачами, которые даются словесно и схематически (рисунками).

Например, в задаче № 402 дано указание: «Решите задачу двумя способами и сравните ответы»; в задаче № 1534: «Покажите все пути, которым можно пройти из точки  $A$  в точку  $C$  (рис. 1), двигаясь по линиям слева направо и сверху вниз.

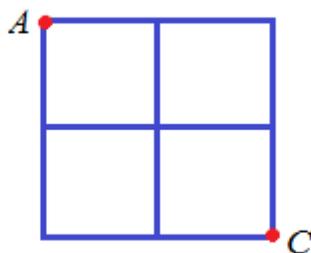


Рис.1. К задаче № 1534

В рубрике с пометкой «Р» помещены задачи, помогающие учиться думать, рассуждать, делать наблюдения и выводы, расширяющие круг математических знаний.

Мы подошли к последнему качеству – критичности мышления и встретили задания: верно или неверно неравенство; докажете неравенство.

№ 253. Проверьте справедливость равенства:

$$(a + b) - (c + d) = (a - c) + (b - d) \text{ при } a = 124, b = 146, c = 85, d = 56.$$

№ 566. Верно ли, что если запись числа оканчивается цифрой 3, то оно нечетное? Верно ли, что если число нечетное, то оно оканчивается цифрой 3?

Заданий, способствующих развитию критичности, в учебнике Н.Я. Виленкина насчитали около 50 штук.

Следующий анализ был проведен по учебнику математики для 5 класса С.М. Никольского [27] также на наличие пяти качеств мышления. Автор особое внимание уделяет решению текстовых задач, которые решаются арифметическим способом. Именно такие задания развивают мышление и способность к учению.

Рядом с номером некоторых упражнений стоят значки, обозначающие следующее: задания для устной работы; задания повышенной трудности; старинные задачи; задачи на построение.

На формирование гибкости мы увидели задания с пояснениями, например, поставь сам вопросы и ответь на них; реши двумя способами; сделай схематический рисунок к условию задачи; сколько вариантов решения существует. Таких выявили 124 задания. Например [27]:

№ 86. Купили 3 коробки конфет по 400 г и 4 пачки печенья по 250 г. Вес чего можно найти следующим способом:

а)  $400 + 400 + 400$ ;

г)  $4 \cdot 250$ ;

б)  $3 \cdot 400$ ;

д)  $3 \cdot 400 + 4 \cdot 250$ .

в)  $250 + 250 + 250$ ;

Похожие задачи есть и на самостоятельность с дополнительными вопросами к заданию: составь сам еще несколько задач по рисунку и реши их. Также, в конце каждого параграфа есть задание со словами «Исследуем». Упражнения подобного рода призывают учащихся к самостоятельному изучению нового знания.

Задания, ориентирующие на развитие глубины мышления, опираются на теоретические знания школьного курса математики, то есть насколько глубоко и четко учащиеся понимают изученную тему. Сюда попадают упражнения с пометкой вопросительного знака, означающего задачу для

устной работы. Чаще эти задачи расположены сразу после теоретического материала.

№ 347. Сколько прямых можно провести через одну точку? через две?

Также встречаются другие задания типа: прочти текст и ответь на вопросы; замени буквы цифрами; при каком значении  $a$  верно равенство? Обоснуйте ответ.

Заданий на развитие широты мышления мы нашли 104 случая, а на критичность – 72. К ним относятся задания на формирование нескольких качеств сразу. Например, упражнения с пометкой «Придумываем задачу»: придумайте задачу «на части». Убедитесь, что числовые данные для задачи подобраны хорошо, и она имеет решение. Прочитайте задачу классу, и пусть кто-то ее решит, а вы оцените это решение.

Учебник И.И. Зубаревой обратил наше внимание на составление заданий, потому что здесь даются массивные задачи, к которым составлены не один вопрос по условию задачи, как это обычно бывает, а три или четыре, способствующие развитию глубины, широты, критичности, самостоятельности мышления [16].

Посмотрим результат: гибкость – 45, самостоятельность – 62, глубина – 184, широта – 90, критичность – 84 задания.

По всему учебнику прослеживаются математические игровые задания, говорящие об оригинальности автора. Он хочет научить учеников этому и дает задания [16]:

№ 197. Придумайте задачу на движение, при решении которой получилось бы такое же уравнение, как в предыдущей задаче.

№ 166. Придумайте другие жизненные или сказочные ситуации, в которых прикидка позволяет решить проблему без трудоемких вычислений.

К самостоятельности относятся задания на проверку своих выполненных упражнений, на составление собственных задач с изменением

условий, данных задач, на выполнение домашних контрольных работ, прописанных в конце учебника.

Существуют задания, наталкивающие на новые знания, на открытие новых правил, такие как: «какую закономерность вы заметили при выполнении последнего задания?» или «по какому признаку условия последних четырех задач можно разбить на две группы?».

По сравнению с предыдущими учебниками больше всего задач на критичность мы нашли в учебнике И.И. Зубаревой. К заданиям предлагаются дополнительные вопросы или указания для проверки своих рассуждений и рассуждений автора учебника.

В большинстве заданий прослеживается указание – объяснить, обосновать или пояснить свой ответ, поэтому в учебнике преобладают задачи на развитие глубины мышления. И это похвально, так как без понимания закономерностей и проникновения в суть вопроса у учащихся не будет никаких математических знаний.

Упражнений, направленных на развитие быстроты мышления, в учебниках не выявлено. Нет определенных формулировок: выполнить решение на скорость; кто быстрее даст ответ. Учителю необходимо дополнять данные задания из учебника своими вопросами, фразами для работы учащихся.

Анализ задачного материала учебников математики для 5-го класса [8; 27; 16] показал, что задания на развитие качеств мышления присутствуют в разном количестве. Для сравнения результат анализа учебников собран ниже в таблице 3.

Во всех трех учебниках прослеживаются задания на развитие основных качеств мышления, но их не так много. Самым ярким по наполнению развивающими задачами оказался учебник С.М. Никольского.

### Результат анализа учебников

|                                   | Гибкость | Самостоятельность | Глубина | Широта | Критичность |
|-----------------------------------|----------|-------------------|---------|--------|-------------|
| Виленкин Н.Я.<br>(1538 заданий)   | 83       | 46                | 127     | 88     | 51          |
| Никольский С.М.<br>(1215 заданий) | 124      | 67                | 213     | 104    | 72          |
| Зубарева И.И.<br>(773 задания)    | 45       | 62                | 184     | 90     | 84          |

Учебники Н.Я. Виленкина, И.И. Зубаревой, С.М. Никольского основаны на принципах развивающего обучения, потому что авторы при составлении материала учитывают индивидуальные особенности мышления учащихся при обучении математике основной школы.

#### 2.2. Диагностика уровня развития качеств мышления учащихся

В ряде исследований были выявлены методики, направленные на дифференциацию сформированности качеств мышления, установление уровня развития мышления учащихся [13; 14]. Они находятся в Приложениях 1, 2, 3.

Исследование школьников проводилось во время педагогической практики в г. Перми на базе МАОУ «Гимназия № 33» в 7 «В» классе. Ученикам было предложено пройти два тестирования: по выявлению уровня гибкости и быстроты мышления на нематематическом материале (Приложения 1, 2). В диагностике приняли участие 24 человека.

Каждому из учащихся были выданы бланки с первичными данными тестов для выполнения заданий. Инструкция была проговорена учителем. После выполнения всей работы бланки сдавались.

Бланк исследования гибкости мышления (см. приложение 1) включает в себя анаграммы (наборы букв): ЙВО, АБЛ, ОЗВ, ЯОДЛ, ОЕТЛ, АИЦПТ, ЕУЗНКЦ и др. Постепенно увеличивается количество букв, то есть повышается сложность.

В течение 3-х минут учащиеся должны составлять из наборов букв слова, имеющие смысл, не пропуская и не добавляя ни одной буквы. Слова могут быть только существительными. Например, ВОЙ, БАЛ, ВОЗ или ЗОВ, ДОЛЯ, ЛЕТО или ТЕЛО, ПТИЦА, КУЗНЕЦ и др.

Для исследования быстроты мышления учащимся предлагается бланк со словами, в которых пропущены буквы (см. приложение 2): Д\_ЛО, К\_ША, Ч\_ДО, П\_Л\_А, Б\_Л\_ОН, С\_А\_Ц\_Я, Ч\_Р\_И\_А, Т\_У\_О\_ТЬ и др. Учащимся в течение 3-х минут следует вписать недостающие буквы так, чтобы слова были существительными, нарицательными, в единственном числе.

Слова могут быть составлены так: ДЕЛО или ДУЛО, КАША, ЧУДО или ЧАДО, ПАЛКА или ПОЛКА, БАЛКОН, СТАНЦИЯ, ЧЕРНИКА, ТРУСОСТЬ.

Обработка результатов производится путем подсчета количества правильно составленных слов испытуемого, что является показателем гибкости и быстроты мышления.

Уровень развития гибкости мышления определяется по таблице 1.2, уровень быстроты мышления по таблице 2.2.

В таблице 4 описаны результаты исследования качеств мышления учащихся.

## Результаты диагностики мышления

| №   | ФИО          | Гибкость | Уровень гибкости | Быстрота | Уровень быстроты |
|-----|--------------|----------|------------------|----------|------------------|
| 1.  | Настя К.     | 19       | низкий           | 18       | низкий           |
| 2.  | Александр У. | 20       | низкий           | 17       | низкий           |
| 3.  | Петр Р.      | 19       | низкий           | 20       | низкий           |
| 4.  | Дмитрий Х.   | 31       | высокий          | 21       | средний          |
| 5.  | Андрей К.    | 20       | низкий           | 18       | низкий           |
| 6.  | Алина М.     | 28       | высокий          | 19       | низкий           |
| 7.  | Юрий Л.      | 30       | высокий          | 18       | низкий           |
| 8.  | Ирина Т.     | 15       | низкий           | 18       | низкий           |
| 9.  | Ростислав К. | 20       | низкий           | 14       | низкий           |
| 10. | Вера П.      | 20       | низкий           | 21       | средний          |
| 11. | Лиза Ш.      | 16       | низкий           | 23       | средний          |
| 12. | Лена Б.      | 19       | низкий           | 18       | низкий           |
| 13. | Денис Б.     | 21       | средний          | 14       | низкий           |
| 14. | Марат Д.     | 27       | высокий          | 21       | средний          |
| 15. | Лариса Б.    | 19       | низкий           | 17       | низкий           |
| 16. | Вася М.      | 26       | высокий          | 21       | средний          |
| 17. | Вика А.      | 20       | низкий           | 17       | низкий           |
| 18. | Марина Ж.    | 19       | низкий           | 19       | низкий           |
| 19. | Денис С.     | 23       | средний          | 25       | средний          |
| 20. | Андрей К.    | 20       | низкий           | 21       | средний          |
| 21. | Роман Д.     | 19       | низкий           | 21       | средний          |
| 22. | Олег Е.      | 24       | средний          | 16       | низкий           |
| 23. | Мария Р.     | 28       | высокий          | 17       | низкий           |
| 24. | Никита Е.    | 25       | средний          | 16       | низкий           |

Исследуя гибкость мышления, выявлено 58% учащихся с низким уровнем, 17% – средним, 25% – высоким (рис. 2). Большая часть класса не способна выходить за границы привычного способа действия.

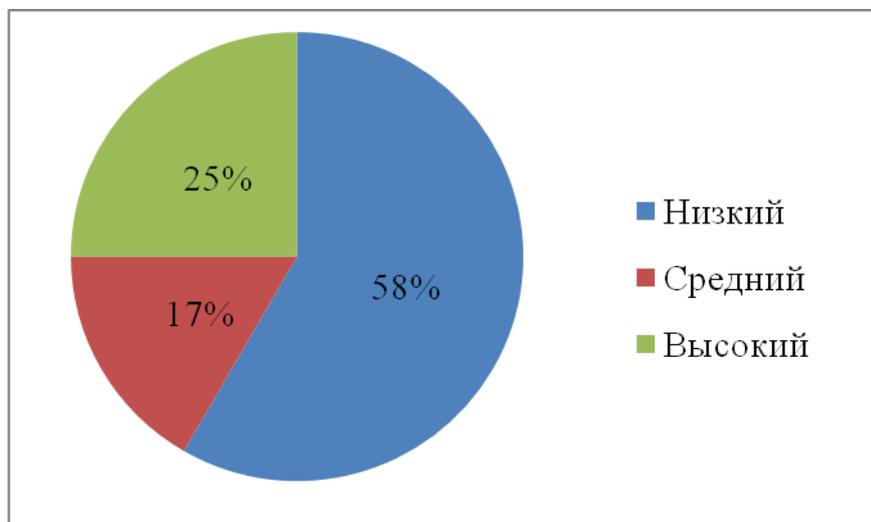


Рис.2. Результат диагностики гибкости мышления

Индивидуальные показатели быстроты мышления распределились следующим образом: 67% учащихся – низкий уровень, 33% – средний. Высокого показателя в данном классе совсем не обнаружено (рис. 3).

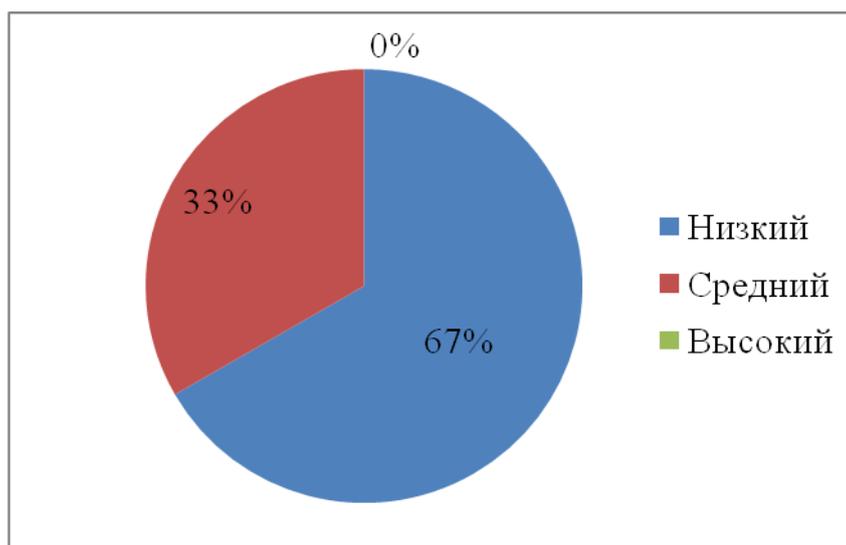


Рис.3. Результат диагностики быстроты мышления

Из полученных данных можно увидеть, что в основном дети находятся на низком уровне, т.е. учащиеся не способны быстро разобраться в новой ситуации, обдумать и принять правильное решение.

В ходе анализа результатов изучения состояния сформированности быстроты и гибкости мышления определилась необходимость использования задач, направленных на развитие этих качеств мышления.

### **2.3. Система учебных заданий и рекомендаций, направленных на формирование основных качеств мышления**

Выявив различные приемы формирования качеств мышления учащихся общеобразовательной школы с помощью задач, были разработаны соответствующая система заданий и рекомендаций учителю.

Как уже выяснили в пункте 1.2, важнейшими качествами мышления являются следующие: самостоятельность, глубина, широта, быстрота, гибкость, критичность.

*Система заданий на тему: «Степень с натуральным показателем и ее свойства».*

Задание 1 (критичность). Найдите ошибку, объясните её и дайте правильный ответ.

1.  $bbbb = 4^b$

2.  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -2^4$

3.  $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2^2}{3}$

4.  $5^3 = 15$

5.  $0^{101} = 101$

6.  $1^5 = 5$

7.  $(-1)^4 = -1$

Ответ:

1.  $bbbb = b^4$

2.  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^4$

3.  $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

4.  $5^3 = 125$

5.  $0^{101} = 0$

6.  $1^5 = 1$

7.  $(-1)^4 = 1$

Задание 2 (широта, самостоятельность). Выполняя действия и пользуясь таблицей степеней, найдите общую закономерность (табл. 5).

Таблица 5

**Раздаточный материал**  
**на тему «Свойства степеней с натуральным показателем»**

| № | Задание                                  | Решение | Общая закономерность |
|---|--|---------|----------------------|
| 1 | а) $2^3 \cdot 2^5$<br>б) $3^1 \cdot 3^4$ |         |                      |
| 2 | а) $2^6 : 2^4$<br>б) $3^8 : 3^5$         |         |                      |
| 3 | а) $(2^5)^2$<br>б) $(3^2)^3$             |         |                      |

Задание 3 (глубина). Найдите квадрат числа 65.

- 1) Между какими десятками находится число 65? (60 и 70)
- 2) Найдите произведение их первых цифр. ( $6 \cdot 7 = 42$ )
- 3) Допишите к произведению еще две цифры 25 (всегда).

Итак, получили ( $6 \cdot 7 ; 25$ ) – запись цифр в числе. Ответ:  $65^2 = 4225$ .

Найти самостоятельно:

а)  $95^2$ ;

б)  $125^2$ .

Решение:

а)  $90 < 95 < 100$

$9 \cdot 10 = 90$

$95^2 = 9025$ .

б)  $120 < 125 < 130$

$12 \cdot 13 = 156$

$125^2 = 15625$ .

Ответ: 9025; 15625.

Задание 4 (критичность). Укажите верно выполненное сравнение степеней.

а)  $(-4,8)^2 < (-4,8)^3$

б)  $(-6)^4 > 0$

в)  $(-3,5)^4 = -3,5^4$

г)  $(-8,5)^3 = -8,5^3$

д)  $0 < (-5)^4$

е)  $(-5,1)^4 > (-5,1)^7$

а)  $(-4,9)^7 < (-4,9)^4$

б)  $(-7,6)^5 > 0$

в)  $(-4,3)^8 < -4,3^{10}$

г)  $(-7)^{12} = -7^{12}$

д)  $0 < (-5,9)^6$

е)  $-1,8^3 = (-1,8)^3$

Ответ: б, г, е.

Ответ: а, д, е.

Задание 5 (быстрота). Работа для всего класса с поднятой рукой. Соревнование с соседом по парте, кто первым решает, тот поднимает – правую руку, кто вторым – левую. Пока все не поднимут по руке, к следующему примеру не приступаем. Вычислите:

а)  $(-1)^{17} : \frac{1}{2}$ ;

б)  $3 \cdot (-4)^2$ ;

в)  $(-2)^5 \cdot 3$ ;

г)  $100 : 25 - \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot 128$ .

Ответ: -2; 48; -96; 2.

Задание 6 (гибкость). Найдите  $n$ , если

а)  $3n^6 = 192$ ;

г)  $5^{\frac{n}{2}} = 125$ ;

б)  $2^{2n} = 256$ ;

д)  $3^{2-3n} = 243$ .

в)  $3^{n-3} = 81$ ;

Решение:

а)  $3n^6 = 192$

б)  $2^{2n} = 256$ ;

в)  $3^{n-3} = 81$ ;

$$n^6 = 192 : 3$$

$$2^{2n} = 2^8$$

$$3^{n-3} = 81$$

$$n^6 = 64$$

$$2n = 8$$

$$3^{n-3} = 3^4$$

$$n^6 = 2^6$$

$$n = 4$$

$$n - 3 = 4$$

$$n = 2$$

$$n = \frac{4}{3}$$

г)  $5^{\frac{n}{2}} = 125$

д)  $3^{2-3n} = 243$

$$5^{\frac{n}{2}} = 5^3$$

$$3^{2-3n} = 3^5$$

$$2 - 3n = 5$$

$$\frac{n}{2} = 3$$

$$-3n = 3$$

$$n = 6$$

$$n = -1$$

Ответ: 2; 4;  $\frac{4}{3}$ ; 6; -1.

Данную систему задач можно использовать при изучении темы «Степень с натуральным показателем и ее свойства» для проверки и открытия новых знаний учащихся.

Разработано *внеклассное мероприятие по математике «Своя игра»* для учащихся 6-7 классов, развивающее быстроту и гибкость мышления.

*Цели:*

- образовательные: выработать у учащихся практические умения и навыки по решению задач на взвешивание, переливание;
- развивающие: развитие навыков логического мышления, смекалки; развитие критичности и быстроты мышления, речи;
- воспитательные: воспитывать культуру общения.

*Форма проведения:* соревнование.

*Оборудование:* столы для каждой команды, компьютер, проектор, экран, презентация «Своя игра».

Игра разработана для учащихся 6-7-ых классов. Она рассчитана на 3-5 команд по 5-7 человек в каждой. Игра может закончиться в любой момент, все зависит от предоставленного времени.

*Правила проведения игры:*

1. Команды по порядку выбирают категорию и стоимость вопроса. Вопрос зачитывает ведущий-учитель. Затем ей дается время на обсуждение (остальные команды также обсуждают вопрос), после чего командир команды дает ответ.

2. Если команда дает верный ответ, то ей начисляется количество баллов, равное стоимости вопроса.

3. Если команда отвечает неверно, то остальные команды дают свой ответ, по желанию. Тем командам, которые ответили правильно, начисляется количество баллов, равное стоимости вопроса.

4. Если команде-игроку достался «Кот в мешке», она обязана передать его одному из соперников по собственному выбору. Ведущий называет тему «Кота» (она, как правило, не совпадает с исходной темой выбранного вопроса).

Класс должен быть заранее подготовлен. Столы поставить так, чтобы каждой команде было видно экран с заданиями. Для каждого участника команды на столы положить черновики, ручки, карандаши.

Для игры задачи были взяты из различных сборников. Всем материалы можно увидеть в приложении 4.

Ход урока представлен ниже в таблице 6.

## Ход урока

| Этапы                              | Деятельность учителя   | Деятельность ученика   |
|------------------------------------|--|--|
| 1. Организационный момент (10 мин) | <p>– Здравствуйте! Сегодня будет необычный урок, урок – игра.</p> <p>– Ребята, разделитесь на три команды и рассаживайтесь вокруг столов так, чтобы вам было видно экран. Выберите командира и придумайте название команды.</p> <p>– Отвечать будут команды слева направо (от вас.).</p> <p>Объявляются правила игры...</p> <p>– В конце класса сидит независимый эксперт и судья, который будет подсчитывать баллы.</p> | <p>Разбиваются на команды, выбирают капитана и придумывают название команды.</p> <p>Озвучивают.</p> <p>Слушают.</p> <p>Задают вопросы, если что-то не понятно.</p> |
| 2. Игра (30 мин)                   | – Игра начинается! Поехали! Первая команда, выбирайте раздел и количество очков, и т.д.  |  |
| 3. Подведение итогов (3 мин)       | – Сейчас наш судья озвучит результаты и объявит победителя.  | Победители радуются.   |
| 4. Вручение призов (2 мин)         | <p>Командам-участницам и команде-победителю вручаются призы.</p> <p>– Всем спасибо за игру, до свидания!</p>   | Получают призы, выходят из кабинета.   |

В основном, эта игра способствует развитию быстроты и гибкости мышления.

Желательно на каждом уроке математики давать ребятам различные типы развивающих заданий, поэтому приведем примеры и опишем рекомендации учителю, которые помогут ему формулировать развивающие задачи.

На формирование *самостоятельности мышления* целесообразно давать задания следующих типов:

- составление задачи с теми же числами и другим сюжетом, и наоборот;
- дополнение задачи недостающими данными;
- составление задачи по данной записи решения, по уравнению;
- составление задачи к данному числовому выражению;
- придумывание своих примеров на применение определенных правил, свойств;
- написание конспекта параграфа по новой теме.

Для развития самостоятельности следует систематически задавать домашнее задание и обязательно проверять его, самостоятельные работы, исследовательские работы,

В качестве примера проявления самостоятельности мышления может быть задание:

Пример 1. Составьте числовое выражение на применение формул сокращенного умножения.

Задания на развитие *гибкости мышления* могут быть следующими:

- нахождение совершенно иного способа решения задачи;
- нахождение нового способа доказательства теоремы;
- составление обратной, обращенной задачи данной;
- переключение с одного способа решения задачи на другой, разнообразить попытки решения;
- изменение вопроса задачи без изменения условий так, чтобы ход решения остался прежним;

- поиск логического построения мыслей;
- смена разных типов задач.

Пример 2. Из пункта А в пункт Б выехал первый велосипедист со скоростью 10 км в час. В то же время из пункта Б навстречу первому выехал второй велосипедист со скоростью 13 км в час. Какой из этих велосипедистов будет дальше от пункта Б в момент их встречи, если расстояние между А и Б равно 36 км?

Данную задачу можно предложить учащимся 5-х классов при решении задач на движение, не предупреждая их, что задача немного отличается и на нее стоит обратить внимание. В этом и проявится гибкость: ученик сам увидит лишние данные.

Для формирования такого качества мышления как *широта* целесообразно предлагать задания следующих видов:

- обобщение действий;
- классификация понятия;
- формулирование правил из частных случаев;
- запись теоремы на математическом языке (через кванторы);
- составление математических задач на основе простейших математических моделей (рисунков, таблиц, схем);
- составление задач из реальной жизни;
- написание проектов, докладов и рефератов (дополнительно).

Пример 3. Белка в дупле запасла некоторое количество орешек. Затем она насобирала в 5 раз больше, чем в запасе, после чего у нее оказалось 35 орехов. Вопросы к задаче:

- 1) подходит ли данное уравнение  $x \cdot 5 = 35$  к решению задачи?
- 2) изменится ли решение задачи, если заменить орешки (другим объектом, например) шишками?
- 3) можно ли получить подобное уравнение, если поменять 5 и 35 на (другие величины) 7 и 42?

4) Составьте задачу, чтобы решением было такое же уравнение. (На нахождение скорости, площади, работы, стоимости покупки и т.п.).

По многообразию результатов учащиеся выбирают однотипные задания, потому что они недавно изучили какую-то тему и вспомнили один из вариантов решения. Но другие всевозможные ответы они не пишут, а если пишут, то это исключения – успешные ученики.

Пример 4. Расскажите все о числе «16».

Можно назвать много свойств о нем: натуральное, целое, четное, извлекается корень из данного числа, его соседние числа, множители, делители и т.д., что покажет, насколько широко ученик мыслит и может обобщить свои знания за весь курс. Задание может быть предложено для любого возраста учащихся.

Пример 5. Изучив распределительный закон умножения относительно сложения, записанный в форме  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ , школьник проявит широту мышления, если сразу сможет применить этот закон в вычислении:  $2,5 \cdot 41,4 + 26,3 \cdot 2,5 + 2,5 \cdot 32,3$ .

Также изучив свойство арифметического корня  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ , сможет ли ученик его применить, если под корнем будет три слагаемых:  $\sqrt{4 \cdot 64 \cdot 16}$ ?

Развитию *глубины мышления* у учащихся способствуют:

- объяснение ответа: почему?
- нахождение смысла выражений, утверждений;
- поиск как изменение числовых данных, вопроса, отношений между данными и искомыми влияет на решение или ответ задачи;
- поиск взаимосвязи изученных математических фактов с фактами из других научных областей.

Пример 6. Какое число может стоять вместо  $a$ , чтобы дробь  $\frac{7}{a}$  имела смысл? Какие натуральные числа можно подставить вместо переменной  $a$ , чтобы дробь  $\frac{a}{7}$  была правильной.

Задания с буквенными значениями способствуют развитию глубины мышления и абстрагированию. В 5-6-х классах стоит обращать внимание на такие задания, которые связаны с числовыми выражениями, где нужно найти значение переменной. Алгебру начинают изучать с 7-го класса, поэтому для учащихся 5-6-х классов сложно работать с такими заданиями. У подростков больше развито конкретное мышление, поэтому здесь как раз проверяется глубина, насколько хорошо они понимают правильную или неправильную дробь.

Пример 7. Является ли последовательность  $7, 7, 7, \dots$  прогрессией? Если является, то какой?

Усвоив определение прогрессии поверхностно, школьники не понимают, что ответ на этот вопрос полностью зависит от определения. Оговорена ли в нем возможность равенства нулю разности или единице – знаменателя прогрессии.

Для формирования *критичности мышления* целесообразно предлагать задания типа:

- оценивание утверждений, решения уравнений;
- нахождение верного или неверного равенства;
- доказательство выражений, неравенств, теорем и т.д.;
- нахождение ошибок в своем решении;
- обнаружение ошибок в решении задач;
- исключение из текста задач лишних данных, лишних условий.

Также важно создавать ситуацию выбора, диалог, работу в группе, дискуссию, самопроверку самостоятельной работы и использовать задачи-софизмы.

Пример 8. Найдите неверное равенство:

а)  $(17+ 38) \cdot 10 = 17 \cdot 10 + 38 \cdot 10$ ;

б)  $(2 \cdot 13) \cdot 10 = 2 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 10$ .

Ответ обоснуйте.

Пример 9. Оцените решение уравнений и ответьте: верно ли они решены? (Нужное обвести). Если нет, то исправьте ошибку.

а)  $15x - 8x = 21;$

$7x = 21;$

$x = 21 - 7;$

$x = 14.$

(Да; Нет)

б)  $2(13 - 11x) = -40;$

$26 - 22x = -40;$

$-22x = -40 - 26;$

$-22x = -66;$

$x = -66 : (-22);$

$x = 3.$

(Да; Нет)

Развивать *быстроту* принятия верных решений помогут следующие типы заданий:

- общение и сотрудничество в команде, с соседом по парте;
- устная работа;
- работа у доски;
- решение задач на время;
- соревнования, олимпиады среди школьников;
- комбинирование 2-3-х приемов или алгоритмов, знакомых ученику;
- написание небольшого теста или математического диктанта как

актуализация знаний на уроке.

Желательно не давать ученикам избегать нестандартных ситуаций.

Мы можем замерять, насколько быстро ученики решают олимпиадную задачу, но не замеряем решение задач в классе. Мы ориентируемся на среднего ученика, а это значит, все должны успевать писать контрольную работу. Эта работа предполагает, что он на это задание примерно потратит 7 мин. На уроке целесообразно предлагать ему выполнить его за 5 минут, уменьшаем время, чтобы формировать это качество.

Задания в учебниках, предназначенные для устной работы, можно дополнять ограничениями по времени выполнения. Если не отвечает, то быстро находит ученика, который бы смог помочь ответить.

Пример 10. В учебнике С.М. Никольского есть упражнения № 798–801 [27]: приведите дроби к общему знаменателю. Дадим учащимся дополнительное задание: кто первый поднимает руку и называет правильный ответ – зарабатывает оценку.

Таким образом, каждое качество мышления уникально, и в то же время все они взаимосвязаны друг с другом, часто выступают в органическом единстве. Как оказалось, нет такого типа задания, которое способствовало бы развитию только одного качества мышления, так как они формируются в совокупности.

#### **2.4. Апробация материалов**

В ходе педагогической практики на уроках алгебры апробировались разработанные нами задания на тему: «Степень с натуральным показателем и ее свойства» на учащихся 7 класса в МАОУ «Гимназия № 33».

С заданием 1 из параграфа 2.3 на критичность мышления основная часть класса справилась быстро и даже оживилась, остальные слушали и вникали в решение.

Ученикам были выданы в качестве раздаточного материала бланки задания 2 (см. табл. 5 ). Им нужно было выполнить решение частных задач и заполнить колонку с закономерностями.

Задание для класса было незнакомым, 20% учеников поняли задание и сразу принялись его выполнять. А остальные ученики стали переспрашивать, уточнять, как это делать. Результаты оказались таковыми: 20% учащихся справились, сумели обобщить; 30% – были на правильном пути, но нашли не все свойства; 35% – решили частные случаи, но не смогли обобщить; 15% – испытывали большие затруднения.

При выполнении задания 3 учащиеся показали заинтересованность в углублении математических знаний. С заданием справилась большая часть класса.

Разработанное нами задание 4 из параграфа 2.3 оказалось сложнее. Каждый ученик по очереди должен был устно дать верный ответ. Если он сомневался, то выбирал одного из товарищей, кто бы помог ему оценить выражение. Таким образом, был задействован в работе весь класс.

Ученики проявили интерес, выполняя остальные задания на быстроту и гибкость, потому что они были даны в нестандартных формах. Хотя их возрастная категория не особо желает проявлять учебную активность, но им понравилось соревноваться друг с другом. Задание на гибкость считается повышенным, его выполняли только «вперед идущие» ребята.

Внеклассное мероприятие по математике «Своя игра» проводилось в 7 классе. Учащиеся быстро разбились на три команды, выбрали командиров и приступили к выбору задач.

Поначалу все вели себя спокойно, а затем появился в глазах участников азарт. Они подбадривали тех, кто решает, сами следили за временем, чтобы все успеть решить.

Первое впечатление о командах сложилось такое, что у них были неравные силы. По результатам игры это мнение оказалось ошибочным, потому что количество баллов трех команд было практически одинаковым. Решая нестандартные задачи на время, ребята показали свою смекалку, быстроту, гибкость мышления, доказательность.

## Выводы по второй главе

Выполнен анализ трех школьных учебников по математике 5-х классов для общеобразовательных школ. Установлено, что в учебниках С.М. Никольского [27], И.И. Зубаревой [16], Н.Я. Виленкина [8] в разном количестве присутствуют задания на развитие основных качеств мышления. Самым большим наполнением развивающих задач обладает учебник С.М. Никольского.

Проведено две диагностики учащихся в МАОУ «Гимназия №33» г. Перми с целью выявления фактического уровня развития быстроты и гибкости мышления учащихся общеобразовательных школ на уроках. В основном, дети находятся на низких уровнях развития гибкости и быстроты мышления, т.е. учащиеся не способны выделять существенное, выступающее в скрытой форме и быстро разобраться в новой ситуации, принять правильное решение. Следовательно, определилась необходимость использования задач, направленных на развитие этих качеств мышления.

Разработаны система заданий на формирование основных качеств мышления учащихся по теме: «Степень с натуральным показателем и ее свойства» и соответствующие методические рекомендации по их применению; внеклассное мероприятие по математике «Своя игра» с нестандартными задачами; примеры и формулировки заданий, которые помогут учителям составлять упражнения.

Разработанные материалы апробированы в ходе педагогической практики в 7 классе на базе МАОУ «Гимназия №33» г. Перми. Половина учащихся испытывали затруднения в решении задач на широту и гибкость мышления. В результате проведения игры ребята показали быстроту принятия решений в команде.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для достижения поставленной цели в ходе исследования получены следующие результаты:

1. Рассмотрены понятие познавательной деятельности и его составляющие: восприятие, внимание, мышление, воображение, память, речь. Определено, что основополагающим в развитии познавательных процессов является формирование мышления школьников. Невозможно без мыслительной деятельности более глубоко познавать внешний мир.

2. Выполнен анализ различных трактовок определений понятия «мышление», классификаций качеств мышления. Определено, что под мышлением в учебно-методической литературе чаще всего понимают как познавательную деятельность личности, характеризующуюся обобщенным и опосредованным отражением действительности; основными качествами мышления являются: широта, глубина, гибкость, быстрота, критичность, самостоятельность.

3. Охарактеризованы основные индивидуальные качества мышления. Описаны различные приемы организации обучения математике, развивающие эти качества мышления, с помощью таких типов заданий, как нестандартные задачи; обращение математической задачи; задачи на умение анализировать; развитие наблюдательности, самоконтроля; развитие исследовательских навыков; использование аналогии и обобщения; задачи на быстроту решения; софизмы.

4. Выполнен анализ школьных учебников по математике 5-х классов для общеобразовательных школ С.М. Никольского, И.И. Зубаревой, Н.Я. Виленкина. Самым полным развивающими задачами оказался учебник С.М. Никольского.

5. Проведено две диагностики учащихся в МАОУ «Гимназия №33» г. Перми с целью выявления фактического уровня развития быстроты и

гибкости мышления учащихся общеобразовательных школ на уроках. В основном, дети находятся на низких уровнях развития гибкости и быстроты мышления, т.е. учащиеся не способны выделять существенное, выступающее в скрытой форме и быстро разобраться в новой ситуации, принять правильное решение. Следовательно, определилась необходимость использования задач, направленных на развитие этих качеств мышления.

6. Разработаны система заданий на формирование основных качеств мышления учащихся по теме: «Степень с натуральным показателем и ее свойства»; внеклассное мероприятие по математике «Своя игра» с задачами на переливание, взвешивание, логическими задачами, задачами-шутками; примеры и формулировки заданий, которые помогут учителям составлять упражнения.

7. Разработанные система заданий, внеклассное мероприятие были апробированы в период педагогической практики на базе МАОУ «Гимназия №33» г. Перми. Половина ребят сталкивалась трудностями выполнения этих заданий.

Все материалы можно использовать в процессе обучения для проверки и открытия новых знаний учащихся, для составления новых упражнений.

В учебной литературе не хватает развивающих заданий, и у школьников эти качества мышления формируются стихийно, поэтому учителю важно продумывать систему заданий – нестандартных для наших учебников.

Для более эффективного обучения математике учителю целесообразно строить педагогический процесс с учетом индивидуальных качеств мышления, т.е. при выборе приемов и методов обучения необходимо постоянно их варьировать.

Формирование качеств мышления помогает оптимизировать учебный процесс и улучшить качество усвоения материала учащимися.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абрамова О.М.* Окрестность обратных задач как средство достижения полноты решения задачи в процессе обучения математике школьников / О.М. Абрамова // *Фундаментальные исследования*. – 2014. – № 8 (2). – С. 426–432.

2. *Абрамова О.М.* Характеристики обращенных задач в контексте анализа возможностей их использования с целью развития гибкости мышления современных школьников [Электронный ресурс] / О.М. Абрамова // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*. – 2015. – № 10 (5). – С. 896–901. – Режим доступа : <https://www.applied-research.ru/ru/article/view?id=7650> (дата обращения: 10 февраля 2017 г.).

3. *Адамар Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в области математики / Ж. Адамар; пер. с франц. М.А. Шаталовой и О.П. Шаталова; под ред. И.Б. Погребысского. – М. : Советское радио, 1970. – 139 с.

4. *Алимов А.Т.* Развитие самостоятельного и творческого мышления у учащихся в процессе обучения [Электронный ресурс] / А.Т. Алимов, И.Б. Савриева // *Молодой ученый*. – 2014. – №1. – январь. – С. 468–470. – Режим доступа : <https://moluch.ru> (дата обращения: 6 февраля 2017 г.).

5. *Аслонова О.П.* Психолого-педагогические особенности скорости мышления в процессе обучения [Электронный ресурс] / О.П. Аслонова // *Молодой ученый*. – 2014. – №17. – октябрь. – С. 445–447. – Режим доступа : <https://moluch.ru> (дата обращения: 6 февраля 2017 г.).

6. *Брушлинский А.В.* Субъект: мышление, учение, воображение: Избранные психологические труды / А.В. Брушлинский. – 3-е изд. – М. : Изд-во Московского психолого-социального ин-та, 2008. – 406 с.

7. *Вальвакова Т.В.* Развитие познавательной активности младших школьников на уроках окружающего мира / *Т.В. Вальвакова* // Теория и практика образования в современном мире : материалы V Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, июль 2014 г.). – СПб. : СатисЪ, 2014. – С. 122–124.

8. *Виленкин Н.Я.* Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 31-е изд. – М. : Мнемозина, 2013. – 280 с.

9. *Виноградова Л.В.* Методика преподавания математики в средней школе: учеб. пособие / Л.В. Виноградова. – Ростов н/Д. : Феникс, 2005. – 252 с.

10. *Гайдук Ю.М.* Математические софизмы / Ю.М. Гайдук // Математика в школе. – 1952. – № 6. – С. 83–94.

11. *Диагностика* и развитие познавательных процессов: практикум по общей психологии / Л.П. Баданина. – М. : ФЛИНТА : НОУ ВПО «МПСИ», 2012. – 264 с.

12. *Дубровина И.В.* Психология: учебник для студ. пед. учеб. заведений / И.В. Дубровина, Е.Е. Данилова, А.М. Прихожан; под ред. И.В. Дубровиной. – М. : Издательский центр «Академия», 2004. – 464 с.

13. *Зак А.З.* Как определить уровень развития мышления школьника / А.З. Зак. – М. : Знание, 1982. – 96 с.

14. *Зак А.З.* Развитие и диагностика мышления подростков и старшеклассников / А.З. Зак. – М. : Обнинск: ИГ СОЦИН, 2010. – 350 с.

15. *Зинченко. В.П.* Психологические основы педагогики. Психолого-педагогические основы построения системы развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова [Электронный ресурс] / В.П. Зинченко. – М. : Директ-Медиа, 2014 – 331 с. – Режим доступа : [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=226379](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=226379) (дата обращения: 26 января 2017 г.).

16. *Зубарева И.И.* Математика. 5 класс : учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – 14-е изд. – М. : Мнемозина, 2013. – 270 с.
17. *Ильин Е.П.* Психология творчества, креативности, одаренности / Е.П. Ильин. – СПб. : Питер, 2009. – 448 с.
18. *Калмыкова З.И.* Продуктивное мышление как основа обучаемости / З.И. Калмыкова. – М. : Педагогика, 1981. – 200 с.
19. *Когнитивная психология* / Р. Солсо. – 6-е изд. – СПб. : Питер, 2006. – 589 с.
20. *Колягин Ю.М.* Задачи в обучении математике : в 2 ч. / Ю.М. Колягин. – Ч. 1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М. : Просвещение, 1977. – 113 с.
21. *Колягин Ю.М.* Методика преподавания математики в средней школе / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян, Г.Л. Луканин, В.Я. Саннинский. – М. : Просвещение, 1980. – 258 с.
22. *Критическое мышление. Проблема мирового образования 21 века:* учеб. пособие / А.В. Тягло, Т.С. Воропай. – Харьков : Ун-т внутр. дел, 1999. – 285 с.
23. *Крутецкий В.А.* Психология: учебник для учащихся пед. училищ / В.А. Крутецкий. – М. : Просвещение, 1980. – 352 с.
24. *Кудрявцев Т.В.* Психология технического мышления / Т.В. Кудрявцев. – М. : Педагогика, 1975. – 304 с.
25. *Лаптинская С.В.* Критическое мышление как объект педагогического исследования в системе высшего юридического образования / С.В. Лаптинская // Вестник Томского госуд. пед. университета. – 2005. – №5. – С. 125–129.
26. *Мадера А.Г.* Математические софизмы. Правдоподобные рассуждения, приводящие к ошибочным рассуждениям : кн. для учащихся 7–11 кл. / А.Г. Мадера, Д.А. Мадера. – М. : Просвещение, 2003. – 112 с.

27. *Математика*. 5 класс : учеб для общеобразоват. учреждений / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – 11-е изд. – М. : Просвещение, 2012. – 272 с.

28. *Немов Р.С.* Психология: учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений : в 3 кн. / Р.С. Немов. – 4-е изд. – Кн. 1. Общие основы психологии. – М. : ВЛАДОС, 2003. – 688 с.

29. *Пиаже Ж.* Генезис элементарных логических структур. Классификации и сериации / Жан Пиаже, Б. Инельдер ; пер. с фр. Э. Пчелкиной. – М. : ЭКСМО Пресс, 2002. – 416 с.

30. *Податов А.П.* Математические софизмы, парадоксы и логические задачи : учеб. пособие / А.П. Податов. – Улан-Удэ : Бурятское книжное издательство, 1962. – 112 с.

31. *Психология мышления* [Электронный ресурс] / А. Ньюэлл, Дж.С. Шоу, Г.А. Саймон. – М. : Директ-Медиа, 2008 – 964 с. – Режим доступа : [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=39222](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=39222) (дата обращения: 24 декабря 2016 г.).

32. *Рубинштейн С.Л.* Основы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. – СПб. : Питер, 2009. – 713 с.

33. *Талызина Н.Ф.* Теория поэтапного формирования умственных действий и проблема развития мышления / Н.Ф. Талызина. – М. : Просвещение, 1966. – 231 с.

34. *Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования* / М-во образования и науки Рос. Федерации. – М. : Просвещение, 2011. – 48 с.

35. *Философия науки и техники*: учеб. пособие / С.И. Некрасов, Н.А. Некрасова. – Орёл : ОГУ, 2010. – 289 с.

36. *Философия*: учеб. пособие / Н.Ф. Бучило, А.Н. Чумаков. – 2-е изд. – М. : ПЕР СЭ, 2001. – 447 с.

### Методика исследования гибкости мышления

*Цель:* исследовать гибкость мышления; определить вариативность подходов. Может применяться как индивидуально, так и в группе.

*Инструкция:* вам предлагается бланк (табл. 1.1) с записанными анаграммами (наборами букв). В течение 3 минут вы должны составлять из наборов букв слова, имеющие смысл, не пропуская и не добавляя ни одной буквы. Слова могут быть только существительными. Новое слово записывайте ниже, после набора букв.

*Обработка результатов:* подсчитать количество верно составленных слов в течение 3 минут. Количество составленных слов – показатель гибкости мышления (табл. 1.2).

Таблица 1.2

#### Результаты уровня гибкости мышления

| Уровень гибкости мышления | Взрослые   | 9-11 лет   | 6-8 лет    |
|---------------------------|------------|------------|------------|
| 1. Высокий                | 26 и более | 20 и более | 15 и более |
| 2. Средний                | 21-25      | 13-19      | 10-14      |
| 3. Низкий                 | 11-20      | 7-12       | 5-9        |

## Бланк к методике исследования гибкости мышления

|     |      |       |        |         |
|-----|------|-------|--------|---------|
| ЙВО | ЯОДЛ | АИЦПТ | УАРДБЖ | ОАЕФМРС |
| ЙЛА | РУОТ | УАРГШ | УАККЖР | АИККРПС |
| АБЛ | ЕНОБ | ООСВЛ | ООАРБД | ОАИДМНЛ |
| АШР | АУКЛ | ОАЛМС | ААККЗС | ЕЕЪВДДМ |
| ОЗВ | ИАПЛ | БРЕОР | УАЪБДС | ЕЕДПМТР |
| УКБ | ААПЛ | ОТМШР | АИСЛПК | ОАЪТДРС |
| ИРМ | ОРЦБ | ОЕЛСВ | ЕУЗНКЦ | АААЛТПК |
| ОТМ | ОЕТЛ | ААШЛП | УАПРГП | ОАЕМЛСТ |
| АСД | ОЕРМ | ОЕСМТ | ОООЛТЗ | ААЪБДЕС |
| ОБЛ | ОКТС | АИЛДН | ЪОЕУЛМ | ААОСКБЛ |

### Методика исследования быстроты мышления

*Цель:* исследовать быстроту мышления, определить темп выполнения ориентировочных и операциональных компонентов мышления. Может использоваться как индивидуально, так и в группе.

*Инструкция:* вам предлагается бланк со словами (табл. 2.1), в которых пропущены буквы. По сигналу в течение 3 минут вы должны вписать недостающие буквы. Каждый прочерк означает одну пропущенную букву. Слова должны быть существительными, нарицательными, в единственном числе.

Таблица 2.1

#### Бланк к методике исследования быстроты мышления

|      |        |        |           |
|------|--------|--------|-----------|
| Д ЛО | П Л А  | З З ОК | С Я О ТЬ  |
| К ША | О Р Ч  | К Н А  | К С А НИК |
| С ДА | К Р ОН | С Е ЛО | У И Е Ь   |
| В ЗА | З Р О  | К Ы А  | А Е Ь ИН  |
| Н ГА | В С ОК | Т А А  | С А Ц Я   |
| М НА | С Г ОБ | К У КА | Ч Р И А   |
| Д ЛЯ | В Т А  | С А КА | К П С А   |
| К НО | П Д АК | С У А  | Т У О ТЬ  |
| Б ДА | П Р А  | С А А  | С Е О А   |
| Ч ДО | Б Л ОН | П Е А  | К Н О А   |

*Обработка результатов:* необходимо подсчитать количество правильно составленных слов в течение 3 минут и определить уровень развития в соответствии с таблицей 2.2.

Таблица 2.2

#### Результаты уровня быстроты мышления

| Уровень быстроты мышления | Количество слов |
|---------------------------|-----------------|
| Высокий                   | 31 и более      |
| Средний                   | 21 – 30         |
| Низкий                    | менее 20        |

### Методика исследования критичности мышления

Тест Эббингауза (заполнение пропущенных в тексте слов) применялся для самых разнообразных целей: выявления развития речи, продуктивности ассоциаций. Данная методика с успехом может быть использована для проверки критичности мышления. Для проведения опытов существует множество вариантов текстов: отдельные фразы, более или менее сложные рассказы. Тест предназначен для учащихся старше 7 классов.

*Цель:* исследовать критичность мышления.

*Инструкция:* Вам предлагают просмотреть текст и вписать в каждый пропуск – только одно слово так, чтобы получился связный рассказ.

*Обработка результатов:* учитываются такие показатели, как скорость подбора слов, затруднения, вызванные местом их расположения; в каких частях текста, до или после установления ключевых смысловых связей (например: холодный ветер выл как.... или начала что-то...). Выявляется критичность испытуемого: пытается ли он сопоставлять вставляемые слова с пониманием всего текста в целом. Некоторые испытуемые производят этот контроль прежде, чем заполнят пропуск, другие – исправляют и переделывают уже написанное. Однако, если испытуемый заполняет текст, а затем беззаботно отдает его экспериментатору в качестве выполненной работы, так, как это сделано в данном примере, то можно сделать вывод о снижении критичности.

Над городом низко повисли снеговые туча. Вечером началась перестрелка. Снег повалил большими пятакам хлопья. Холодный ветер выл как собака, дикий... На конце пустынной и глухой горе вдруг показалась какая-то девочка. Она медленно и с тарелкой пробиралась по столовой. Она была худа и бедно выглядела. Она подвигалась медленно вперед, валенки хлябали и тяжело ей идти. На ней было плохое одеяло с узкими рукавами, а на плечах мешок. Вдруг девочка испуганно и, наклонившись, начала что-то

кричать у себя под ногами. Наконец, она стала на ноги и своими посиневшими от озноба ручонками стала прыгать по сугробу.

### Бланк к методике исследования критичности мышления

I. Над городом низко повисли снеговые \_\_\_\_\_. Вечером началась \_\_\_\_\_. Снег повалил большими \_\_\_\_\_. Холодный ветер выл как \_\_\_\_\_ дикий \_\_\_\_\_. На конце пустынной и глухой \_\_\_\_\_ вдруг показалась какая-то девочка. Она медленно и с \_\_\_\_\_ пробиралась по \_\_\_\_\_. Она была худа и бледно \_\_\_\_\_. Она продвигалась медленно вперед, валенки сваливались с ног и \_\_\_\_\_ ей идти. На ней было плохое \_\_\_\_\_ с узкими рукавами, а на плечах \_\_\_\_\_. Вдруг девочка \_\_\_\_\_ и, наклонившись, начала что-то \_\_\_\_\_ у себя под ногами. Наконец она стала на \_\_\_\_\_ и своими посиневшими от \_\_\_\_\_ ручонками стала \_\_\_\_\_ по сугробу.

II. Однажды Генрих VI, французский \_\_\_\_\_ потерял на охоте из виду свою \_\_\_\_\_ и принужден был один \_\_\_\_\_ в Париж. На большой \_\_\_\_\_ он увидел простого \_\_\_\_\_, который \_\_\_\_\_ также в столицу. Король остановил своего \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ к мужичку с вопросом: «Зачем ты \_\_\_\_\_ в город?». «Я хочу \_\_\_\_\_ своего сына, да сверх того, мне хотелось бы \_\_\_\_\_ короля, который так любит своих \_\_\_\_\_; говорят, что он очень \_\_\_\_\_. Но как его \_\_\_\_\_ в толпе? Не будете ли вы добры \_\_\_\_\_ мне его?» «Когда народ \_\_\_\_\_ своего короля, – отвечал Генрих, – то каждый \_\_\_\_\_ шляпу; знай: кто не \_\_\_\_\_ шляпы, тот и король». Увидавши своего \_\_\_\_\_ в городе, все парижане сняли \_\_\_\_\_ только король и мужик были в шляпах. «Кто же из нас обоих \_\_\_\_\_?» – спросил мужичок с удивлением.

Задачи для внеклассного мероприятия «Своя игра»

**Задачи – шутки**

Вопрос (50 баллов). Один господин написал о себе: «Пальцев у меня двадцать пять на одной руке, столько же на другой, да на ногах десять». Что он забыл?

Ответ: Двоеточие (Один господин написал о себе: «Пальцев у меня двадцать: пять на одной руке, столько же на другой, да на ногах десять»).

Вопрос (100 баллов). Сколько в доме животных если все они, кроме двух, собаки, все, кроме двух, кошки, и все, кроме двух, попугаи?

Ответ: Три (кошка, собака, попугай).

Вопрос (150 баллов). Крыша одного дома не симметрична: один скат ее составляет с горизонталью угол 60 градусов другой – угол 70 градусов. Предположим, что петух откладывает яйцо на гребень крыши. В какую сторону упадет яйцо: в сторону более пологого или крутого ската?

Ответ: Если вам кажется, что яйцо упадет в сторону более крутого ската, то это произойдет лишь при условии, что петух отложит яйцо на гребень крыши – это возможно? (петух яйца не несет).

Вопрос (200 баллов). Представьте себе корабль со спущенной на воду веревочной лестницей вдоль борта. У лестницы 10 ступенек. Расстояние между ступеньками 30 см. Самая нижняя ступенька касается воды. Начинается прилив, который поднимает воду каждый час на 20 см. Через какое время покроется водой третья ступенька лестницы?

Ответ: Лестница поднимется вместе с кораблем.

Вопрос (250 баллов). Король пожелал сместить своего министра, не слишком обидев его. Он подозвал министра к себе и предложил выбрать один из двух листочков, пояснив, что на одном написано «Уходите», а на другом – «Останьтесь». Листок, который вытащит министр решит его судьбу. Министр догадался, что на обоих листках написано «Уходите». Помогите министру сохранить свое место.

Ответ: Министр может вытащить листок бумаги и, не глядя, сжечь его. Поскольку на оставшемся листке написано «Уходите», королю придется признать, что на уничтоженном листке значилось «Останьтесь».

**Задачи на переливания**

Вопрос (50 баллов). Имеются трехлитровая банка сока и две пустые банки: одна – литровая, другая – двухлитровая. Как разлить сок так, чтобы во всех трех банках было по одному литру?

Ответ:

|                        | 3л | 2л | 1л |  | 3л | 2л | 1л |
|------------------------|----|----|----|--|----|----|----|
| До переливания         | 3  | 0  | 0  |  | 3  | 0  | 0  |
| После 1-го переливания | 2  | 0  | 1  |  | 1  | 2  | 0  |
| После 2-го переливания | 2  | 1  | 0  |  | 1  | 1  | 1  |
| После 3-го переливания | 1  | 1  | 1  |  |    |    |    |

Вопрос (100 баллов). Имеются пятилитровая банка сока и две пустые банки: двух- и трехлитровая. Как, используя только эти банки, оставить в пятилитровой банке четыре литра сока?

Ответ:

|                        | 5л | 3л | 2л |
|------------------------|----|----|----|
| До переливания         | 5  | 0  | 0  |
| После 1-го переливания | 2  | 3  | 0  |
| После 2-го переливания | 2  | 1  | 2  |
| После 3-го переливания | 4  | 1  | 0  |

Вопрос (150 баллов). Имеются шестилитровая банка сока и две пустых банки: трех- и четырехлитровая. Как налить 1 литр сока в трехлитровую банку?

Ответ:

|                        | 6л | 4л | 3л |
|------------------------|----|----|----|
| До переливания         | 6  | 0  | 0  |
| После 1-го переливания | 2  | 4  | 0  |
| После 2-го переливания | 2  | 1  | 3  |
| После 3-го переливания | 5  | 1  | 0  |
| После 4-го переливания | 5  | 0  | 1  |

Вопрос (200 баллов). Имеются семилитровая банка сока и две пустых банки: трех и четырехлитровая. Как налить в трехлитровую банку 2 литра сока?

Ответ:

|                        | 7л | 4л | 3л |
|------------------------|----|----|----|
| До переливания         | 7  | 0  | 0  |
| После 1-го переливания | 4  | 0  | 3  |
| После 2-го переливания | 4  | 3  | 0  |
| После 3-го переливания | 1  | 3  | 3  |
| После 4-го переливания | 1  | 4  | 2  |

Вопрос (250 баллов). Имеются три бочонка вместимостью 6 ведер, 3 ведра и 7 ведер. В первом и третьем содержится соответственно 4 и 6 ведер кваса. Требуется, пользуясь только этими тремя бочонками, разделить квас между первым и третьим бочонками поровну.

Ответ:

|                        | 6л | 3л | 7л |  | 6л | 3л | 7л |
|------------------------|----|----|----|--|----|----|----|
| До переливания         | 4  | 0  | 6  |  | 4  | 0  | 6  |
| После 1-го переливания | 1  | 3  | 6  |  | 4  | 3  | 3  |
| После 2-го переливания | 1  | 2  | 7  |  | 6  | 1  | 3  |
| После 3-го переливания | 6  | 2  | 2  |  | 2  | 1  | 7  |
| После 4-го переливания | 5  | 3  | 2  |  | 2  | 3  | 5  |
| После 5-го переливания | 5  | 0  | 5  |  | 5  | 0  | 5  |

### **Логические задачи**

Вопрос (50 баллов). Сколько бегемотов может увезти пятитонная машина, если вес одного бегемота 1500 кг? Сколько крокодилов может увезти та же машина, если вес одного крокодила 175 кг?

Ответ: три бегемота, и если они уже погружены, то еще два крокодила.

Вопрос (100 баллов). Поезд отправляется из Бостона в Нью-Йорк. Через час другой поезд отправляется из Нью-Йорка в Бостон. Оба поезда идут с одной и той же скоростью. Какой из них в момент встречи будет находиться на меньшем расстоянии от Бостона?

Ответ: В момент встречи оба поезда будут находиться на одинаковом расстоянии от Бостона.

Вопрос (150 баллов). Скорый поезд вышел из Москвы в Санкт-Петербург и шёл без остановок со скоростью 60 км в час. Другой поезд вышел ему навстречу из Санкт-Петербурга и тоже шёл без остановок, но со скоростью 40 километров в час. На каком расстоянии друг от друга будут поезда за час до встречи?

Ответ: На расстоянии 100 км друг от друга.

Вопрос (200 баллов). Крестьянину нужно перевести через реку волка, козу и капусту. Но лодка такова, что в ней может поместиться только крестьянин, а с ним или только волк, или только коза, или только капуста. Если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как крестьянин перевезет свой груз?

Ответ: Ясно, что приходится начать с козы. Крестьянин, перевезя козу, возвращается и берет волка, которого перевозит на другой берег, где его и оставляет, но зато берет и везет обратно на первый берег козу. Здесь он оставляет ее и перевозит к волку капусту. Вслед за тем, возвратившись, он перевозит козу, и переправа оканчивается благополучно.

Вопрос (250 баллов). Четыре футбольных команды: итальянская команда «Милан», испанская – «Реал», российская – «Зенит», английская – «Челси» встретились в групповом этапе лиги чемпионов по футболу. Их тренировали тренеры из этих же четырех стран: итальянец Антонио, испанец Родриго, русский Николай, англичанин Марк. Известно, что национальность у всех четырех тренеров не совпадала с национальностью команд. Требуется определить тренера каждой команды, если известно:

- а) «Зенит» не тренируется у Марка и Антонио;
- б) «Милан» обещал никогда не брать Марка главным тренером.

Ответ: «Милан» - Николай, «Реал» - Марк, «Зенит» - Родриго, «Челси» - Антонио.

### **Задачи на взвешивания**

Вопрос (50 баллов). Из трех монет одна фальшивая, более легкая. Как найти ее при помощи одного взвешивания на чашечных весах?

Ответ: Положить две монеты на чашки весов. Если они окажутся в равновесии, то фальшивой будет третья монета. Если весы не будут в равновесии, то фальшивая – более легкая.

Вопрос (100 баллов). Из девяти монет одна фальшивая, более легкая. Как найти ее при помощи двух взвешиваний на чашечных весах?

Ответ: Положить по три монеты на каждую чашку весов. Если весы в равновесии, то фальшивая монета – среди трех монет, не лежащих на них. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета среди трех монет, лежащих на поднятой чашке весов. Т.о., одним взвешиванием мы определяем три монеты, среди которых находится фальшивая. Затем две из трех фальшивых монет положить а чашки весов. Если они окажутся в равновесии,

то фальшивой будет третья монета. Если весы не будут в равновесии, то фальшивая – более легкая.

Вопрос (150 баллов). Из трех монет одна фальшивая. Известно, что она отличается по весу от настоящих монет, т.е. или более легкая, или более тяжелая. Как при помощи не более двух взвешиваний на чашечных весах определить фальшивую монету?

Ответ: Положить две монеты на чашки весов. Если они в равновесии, то фальшивая третья монета. Если они не в равновесии, то надо снять более легкую монету с чашки весов и положить на ее место третью монету. Если весы будут в равновесии, то фальшивой является снятая монета. Если весы не будут в равновесии, то более тяжелая монета – фальшивая.

Вопрос (200 баллов). Имеются стандартные весы с чашечками и две гири: 10 и 2 кг. Как с их помощью взвесить 3 кг слив?

Ответ: 1 вариант: взвесить 10 кг, потом уравновесить по 5 кг. На одной чаше оставить 5 кг слив, а на вторую поставить гирю 2 кг и снимать сливы до уравновешивания. То, что сняли и будет 3 кг слив

2 вариант: сначала взвесить 12 кг, потом разделить на два и еще раз на два. Получится 3 кг слив

Вопрос (250 баллов). Как развесить 20 фунтов чая в 10 коробок по 2 фунта в каждой за девять развесов, имея только гири на 5 и на 9 фунтов? Используются обычные весы с двумя чашами

Ответ:

1. На одну чашу весов положить гирю в 5 фунтов, на другую гирю в 9 фунтов. Затем уравновесить весы, насыпав 4 фунта чая в чашу с гирей на 5 фунтов.

2. Убрать гири с чаш весов и разделить 4 фунта пополам.

3. Снять с одной чаши весов 2 фунта чая, а другие 2 фунта чая оставить на чашке весов и использовать как «эталон». Насыпать на вторую чашу весов 2 фунта чая, снять их.

4-9. На 9-ом взвешивании будет заполнено 7 коробок, на каждой чаше будет по 2 фунта чая, а также останется 2 фунта от 20 имевшихся. Таким образом, за 9 взвешиваний мы можем развесить 20 фунтов чая в коробки по 2 фунта.

### **Говорят великие**

Вопрос (50 баллов). Назовите автора слов: «Математика – царица всех наук, арифметика – царица математики».

Ответ: К.Ф. Гаусс.

Вопрос (100 баллов). Назовите автора слов: «Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит».

Ответ: М.В. Ломоносов

Вопрос (150 баллов). Назовите автора слов: «Вдохновение нужно в геометрии не меньше чем в поэзии».

Ответ: А.С. Пушкин

Вопрос (200 баллов). Назовите автора слов: «Математика – это язык, на котором говорят все точные науки».

Ответ: Н.И. Лобачевский.

Вопрос (250 баллов). Назовите автора слов: «Нельзя быть математиком, не будучи в тоже время и поэтом в душе».

Ответ: Софья Ковалевская.