

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
*Кафедра высшей математики*

Выпускная квалификационная работа  
**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА  
ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ  
УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

Работу выполнила  
студентка группы ЗМ 131  
направления 44.04.01  
Педагогическое образование  
Магистерская программа «Со-  
временные технологии матема-  
тического образования»  
Галкина Елена Юрьевна

---

подпись

«Допущена к защите в ГЭК»  
Зав. кафедрой высшей мате-  
матики

---

дата

---

подпись

Руководитель: канд. пед. наук,  
доцент, доцент кафедры высшей  
математики Латышева Любовь  
Павловна

---

подпись

Пермь  
2017

## Аннотация

79 стр., 7 ил., 9 табл., 44 библ. назв., 2 прил.

*Ключевые слова:* обучение математике, урок математики, исследовательская деятельность, знания, умения, навыки, задачи, исследовательские умения, исследовательские задания.

В работе рассмотрена проблема изучения возможностей, позволяющих так организовать учебный процесс в средней школе, чтобы внимание к вопросам специальной информационно-методической поддержки обучения учащихся на уроках математики способствовало формированию у них исследовательских умений. В результате анализа материалов из нормативных документов для системы школьного образования и отечественных психолого-педагогических изданий, а также в ходе изучения практического опыта учителей выделены основные предпосылки для создания некоторых методических разработок для проведения уроков математики в 5-9 классах с ориентацией на формирование исследовательских умений учащихся. Разработана серия заданий и задач для реализации технологии проведения уроков математики, способствующих формированию исследовательских умений учащихся в 5-9 классах средней школы, приведены технологические карты уроков, охарактеризованы и проиллюстрированы примерами общие положения использованной методики. Приведены итоги опытно-экспериментальной работы, направленной на обучение учащихся с элементами исследовательской деятельности с указанием полученных образовательных результатов по математике.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ.....	11
1.1. Теоретические основы формирования исследовательской деятельности учащихся .....	11
1.1.1. Сравнение систем традиционного и развивающего .....	11
обучения учащихся .....	11
1.1.2. Исследовательская деятельность – средство активизации познавательной деятельности .....	13
1.1.3. Исследовательские умения учащихся.....	15
1.2. Характеристика видов и место исследовательской деятельности в учебно-познавательной деятельности учащихся .....	17
1.2.1. Виды учебно-исследовательской деятельности.....	17
1.2.2. Экспериментально-исследовательские задания.....	18
1.2.3. Проектно-исследовательская деятельность.....	18
1.2.4. Исследовательские задания.....	19
ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.....	22
2.1. Возможности организации исследовательской деятельности учащихся при обучении математике .....	22
2.2. Организация учителем исследовательской деятельности учащихся в обучении математике .....	24
2.3. Этапы исследовательской деятельности учащихся при обучении математике.....	27
ГЛАВА 3. ОРГАНИЗАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ОПЫТНО-ЭКСПЕРЕМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	30
3.1. Методические рекомендации по организации исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике.....	30
3.1.1. Использование в обучении математике исследовательских заданий.....	30

3.1.2. Примеры приемов и методов организации исследовательской математической деятельности .....	35
3.1.3. Организация исследовательской деятельности учащихся в рамках математического элективного курса .....	38
3.2. Методические рекомендации по организации исследовательской деятельности учащихся во внеурочной математической деятельности .....	44
3.3. О результатах опытно-экспериментального внедрения в школьную практику обучения математике информационно-методической поддержки формирования исследовательских умений учащихся .....	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	56
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	60
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5-9 КЛАССОВ .....	65
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА .....	71

## ВВЕДЕНИЕ

Наша страна заинтересована в подготовке высококвалифицированных специалистов во всех сферах хозяйственной деятельности, что напрямую зависит от создания необходимых для достойного образования населения условий, начиная со средней школы. Созданию таких условий, в частности, способствовало введение Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) второго поколения. Вместе с тем, чтобы идти в ногу со временем, необходимо совершенствовать традиционные и внедрять новые виды деятельности в школьную жизнь. Это связано и с тем, что в любой профессиональной области человек должен обладать умениями и навыками планирования, организации и реализации исследования. Формирование их происходит в течение длительных этапов развития личности и может быть начато уже в период обучения в школе в ходе целенаправленно организованного учителем процесса решения учащимися задач определенного типа.

В педагогической практике реализуется идея Сергея Леонидовича Рубинштейна, который, характеризуя психологическую природу мыслительного процесса, указывал: «Мышление начинается с проблемы или вопроса, с удивления или недоумения, с противоречия и побуждает к деятельному исследованию». Каждому ребенку дарована от природы склонность к познанию и исследованию окружающего мира. Правильно поставленное обучение должно совершенствовать эту склонность, способствовать развитию соответствующих умений и навыков. Необходимо прививать школьникам вкус к исследованию, вооружать их методами научно-исследовательской деятельности. Поэтому в педагогическом сообществе учителей и ученых остается важным вопрос о поиске путей, методов и средств развития у школьников исследовательских умений. Идеи применения исследовательского метода обучения получили развитие в трудах Д.Б. Богоявленской [6], М.А. Данилова, Б.П. Есипова, А.В. Леонтовича [15], И.Я. Лернера [16], А.Ю. Скорняковой [30] и других исследователей.

В приобретении важных для жизни качеств большую роль может сыграть учебная дисциплина – математика. На уроках математики школьники учатся рассуждать, доказывать, находить рациональные пути выполнения заданий, делать соответствующие выводы и т. д. Математика предоставляет большие возможности для усиления внимания к развитию исследовательских умений учащихся. С появлением инновационных обучающих технологий у учителя появилась возможность достигать большей результативности в обучении учащихся. Однако это, тем не менее, оставляет за учителем математики всю сложность подбора особого рода заданий и разработки фрагментов урока, которые бы максимально способствовали формированию у учащихся исследовательских умений, в том числе приписанных стандартом второго поколения. Причем, поскольку имеющихся в учебниках заданий для воспитания соответствующих личностных качеств недостаточно, есть потребность в информационно-методической поддержке, связанной с подбором из разных источников или целенаправленным составлением таких заданий и задач, которые позволят учащимся проявлять исследовательские умения. Тем, что на данный момент разработок и конкретных методик преподавания математики, нацеленных на формирование исследовательских умений учащихся основной школы, недостаточно, обусловлена **актуальность** выбранной темы исследования.

В качестве одного из **противоречий**, наблюдаемых в современном школьном обучении, можно отметить следующее. С одной стороны, внедрение исследовательской деятельности в учебный процесс может способствовать повышению качества обучения в школе. А с другой стороны, чтобы добиться успеха в формировании исследовательских умений учащихся на уроке, необходимо создать особые условия для этого, что является довольно затруднительным без создания специальной информационной и методической поддержки процесса обучения конкретному учебному предмету, в частности, математике.

**Проблема исследования** состоит в том, каковы возможности использования специальной информационно-методической поддержки формирования исследовательских умений учащихся на уроках математики в школе, поскольку именно сформированность умений и навыков является важнейшим показателем качества обучения.

**Объектом исследования** выступает процесс обучения учащихся основной школы на уроках математики.

**Предметом исследования** является формирование исследовательских умений и навыков у учащихся 5-9 классов при обучении математике.

**Целью исследования** является изучение возможностей формирования исследовательских умений учащихся с помощью включения в урок математики различных форм учебной работы с использованием элементов специально организованной информационно-методической поддержки процесса обучения.

Анализ психолого-педагогической литературы, научных исследований, результатов изучения практики работы учителей, а также анализ результатов собственной педагогической деятельности позволил сформулировать следующую **гипотезу исследования**: внедрение в современный урок специально разработанных элементов информационно-методической поддержки процесса обучения математике в основной школе будет способствовать формированию исследовательских умений учащихся; причем включение на уроках математики и во внеурочное время использования информационно-методической поддержки формирования исследовательских умений и навыков учащихся будет способствовать:

- осознанному применению учащимися исследовательских умений в процессе математической деятельности;
- более успешному применению исследовательских умений в новой математической ситуации;
- развитию мотивационных качеств личности ученика при изучении математики.

Исходя из цели и гипотезы, определены следующие **задачи исследования**:

– Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по теме исследования.

– На основе анализа источников описать сущность понятий «исследовательские умения» и «исследовательские задания», выявить структуру данных понятий.

– Разработать и внедрить комплекс заданий, которые позволяют развивать исследовательские умения.

– Выявить динамику выраженности исследовательской позиции учащихся и уровня сформированности у них исследовательских умений и навыков.

Решение поставленных задач потребовало привлечения следующих **методов исследования**:

- *теоретические* – изучение психолого-педагогической, учебно-методической и математической литературы по теме исследования; анализ содержания современных образовательных стандартов, программ, учебников по математике для 5-9 классов, а также сборников задач по математике;

- *эмпирические* – наблюдение за деятельностью учащихся в процессе обучения; беседы с учителями и учащимися по теме исследования; организация и проведение педагогического эксперимента; анализ и обобщение результатов эксперимента;

*статистические* – математическая обработка данных, полученных в ходе проведения экспериментальной работы.

**Научная новизна** исследования состоит в следующем:

1. Выявлены возможности организации информационно-методической поддержки обучения математике в 5-9 классах, ориентированного на формирование исследовательских умений учащихся.

2. На основе анализа содержания обучения математике в 5-9 классах (обучение новым понятиям, алгоритмам, поиску решения задач и пр.) опре-

делены возможности использования математических исследовательских заданий в формировании исследовательских умений учащихся.

3. Разработаны методические рекомендации по организации исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике в ходе урочной и внеурочной работы.

**Практическая значимость** исследования заключается в том, что на основе анализа известных теоретических положений и изученного практического опыта преподавания разработаны элементы информационно-методической поддержки процесса обучения математике учащихся основной школы, ориентированные на формирование их исследовательских умений.

**На защиту выносятся** следующие положения.

1. Использование элементов специально организованной информационно-методической поддержки обучения математике является основополагающим компонентом формирования исследовательских умений учащихся.

2. Для формирования исследовательских умений учащихся в 5-9 классах могут использоваться предлагаемые автором приемы и методы организации исследовательской математической деятельности.

3. Применение разработанной методики обучения математике учащихся 5-9 классов способствует формированию исследовательских умений.

**Структура** магистерской диссертации. Работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка используемой литературы из 44 наименования и двух приложений. Объем работы составляют 64 страницы основного текста, 7 рисунков, 9 таблиц.

Во введении обоснована актуальность исследования, определены цели и задачи исследования, выдвинута гипотеза. В первой главе представлены теоретические и практические предпосылки информационно-методической поддержки формирования исследовательских умений учащихся в основной школе. Во второй главе предложена развернутая характеристика и типология исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике. Третья глава посвящена методике обучения математике, направленной на

формирование исследовательских умений учащихся, и результатам ее апробации в средней школе. В Заключении приведены основные выводы проведенного исследования.

# **ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ**

## **1.1. Теоретические основы формирования исследовательской деятельности учащихся**

### **1.1.1. Сравнение систем традиционного и развивающего обучения учащихся**

В аспекте поставленной проблемы исследования представляет интерес, прежде всего, сравнить разные по своей природе системы обучения учащихся. Как известно, в традиционной системе целью обучения является усвоение знаний, умений и навыков, а в системе развивающего обучения – общее развитие школьников, т. е. развитие ума, воли и чувств, что, в конечном счете, направлено на формирование личности учащихся.

Различие заключается и в использовании разных методов обучения. Так, при традиционном обучении чаще всего применяются объяснительно-иллюстративные методы, т. е. методы сообщения учащимся готовых знаний. При развивающем обучении преобладают так называемые деятельностно-развивающие методы, при которых знания не даются в готовом виде, а учитель организует учащихся на их добывание, открытие. Учитель в системе традиционного обучения – субъект, дающий знания, а ученик – объект обучения. В системе развивающего обучения учитель является организатором исследовательской деятельности учащихся, а школьники – активными участниками обучения [43].

Представить основные черты той и другой системы обучения и сравнить между собой основные характеристики традиционного и развивающего обучения позволяет табл. 1.

**Механизмы организации учебного процесса в традиционном и развивающемся способах обучения**

<b>Объяснительный способ обучения</b>	<b>Компоненты деятельности</b>	<b>Деятельностный способ обучения</b>
Задаётся педагогом	<b>1. Цель – модель желаемого будущего, предполагаемый результат</b>	Обеспечивается внутреннее принятие учащимися цели предстоящей деятельности
Используются внешние мотивы деятельности	<b>2. Мотивы – побудители к деятельности</b>	Опора на внутренние мотивы деятельности
Выбираются педагогом; часто используются привычные, независимо от поставленной цели	<b>3. Средства – способы, с помощью которых осуществляется деятельность</b>	Совместный с учащимися выбор разнообразных обучающих средств, адекватных цели
Организуются учителем инвариантные действия, предусмотренные	<b>4. Действия – основной элемент деятельности</b>	Вариативность действий, создание ситуации выбора в соответствии с возможностями ученика
Прослеживается внешний результат, главным образом, уровень освоения	<b>5. Результат – материальный или духовный продукт</b>	Главное внутреннее позитивные изменения в процессе
Сравнение полученного результата с общепринятыми эталонами	<b>6. Оценка – критерий достижения цели</b>	Самооценка на основе применения индивидуальных эталонов

Характерной особенностью системы развивающего обучения является то, что в основе деятельностного способа обучения лежит личностное включение школьника в процесс, когда компоненты деятельности им самим направляются и контролируются.

### **1.1.2. Исследовательская деятельность – средство активизации познавательной деятельности**

Основой всех технологий развивающего обучения выступает исследовательская деятельность учащихся, под которой понимают совокупность действий поискового характера, ведущую к открытию неизвестных для учащихся фактов, теоретических знаний и способов деятельности [1]. Одной из важных задач, стоящих сегодня перед школой, следует отметить развитие теоретических и практических умений, активизацию творческой и познавательной деятельности, овладение школьниками основами естественнонаучного мировоззрения. В фундаментальных исследованиях психологов и методистов показано, что учебно-познавательная деятельность, одной из форм которой являются исследования, играет важную роль в развитии учащегося [5, 14, 17].

Леонтьев А.Н. называет деятельностью «процессы, которые характеризуются психологически тем, что то, на что направлен данный процесс в целом (его предмет), всегда совпадает с тем объективным, что побуждает субъекта к данной деятельности, т. е. «мотивом» [11]. По мнению Д.Б. Эльконина, «учебная деятельность – это деятельность, имеющая своим содержанием овладение обобщенными способами действий в сфере научных понятий, ... такая деятельность должна побуждаться адекватными мотивами» [25]. Под исследовательской деятельностью подразумевается работа обучающихся, связанная с решением ими творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным решением и предполагающая наличие основных этапов, характерных для исследования.

С точки зрения теории и практики образования, максимальный интерес представляют научные исследования. Если в науке основной целью является производство новых знаний, то в образовании задача исследовательской деятельности заключается в приобретении учениками опыта исследования как универсального способа освоения действительности, формировании способности к исследовательскому виду мышления, активизации индивидуальной позиции ученика в образовательном процессе на базе приобретения новых знаний.

Под учебно-исследовательской работой школьников подразумевается деятельность, связанная с поиском ответа на творческую, исследовательскую задачу с предварительно неизвестным решением и допускающая наличие ключевых этапов, характерных для исследования в научной области.

Согласно взгляду В.И. Андреева, особенность учебной исследовательской деятельности, в отличие от работы ученого, состоит в том, что ученик чаще всего реализовывает не весь цикл исследования, а осуществляет только единичные его компоненты [2].

И. Я. Лернер выделяет следующие элементы в виде стадий учебного исследования:

- установление либо понимание цели исследования;
- установление объекта изучения;
- изучение известного об объекте, его составляющих и взаимосвязях между ними;
- постановка проблемы, принимаемой к решению, либо понимание ее;
- определение предмета исследования;
- выдвижение гипотезы;
- создание плана исследования;
- реализация составленного плана, корректируемого согласно процессу изучения;
- проверка гипотезы, в том числе экспериментальная, если это необходимо;

- определение значения найденного решения избранной проблемы для понимания объекта в целом; определение сфер и границ применения найденного решения [12].

### **1.1.3. Исследовательские умения учащихся**

В педагогике понятие «умение» определяется как освоенный субъектом способ выполнения действия, обеспечиваемый совокупностью приобретённых знаний и навыков. Умение формируется путём упражнений и создаёт возможность выполнения действия не только в привычных, но и в изменившихся условиях.

Для того чтобы учащиеся овладели навыками исследовательской деятельности, необходимо сформировать исследовательские умения. Основываясь на работах А.И. Савенкова, под общими исследовательскими умениями и навыками будем понимать следующие умения и навыки: видеть проблемы; задавать вопросы; выдвигать гипотезы; давать определения понятиям; классифицировать; сравнивать; наблюдать; проводить эксперименты; делать выводы и умозаключения; устанавливать причинно-следственные связи; структурировать материал; работать с текстом; доказывать и защищать свои идеи [14].

Математика, как учебный предмет, обладает объективными возможностями для развития общих исследовательских умений и для становления и развития личности ученика при его включении в различные виды познавательной деятельности в учебном процессе [13, 32]. Основные виды учебных умений обозначены в работах А.В. Усовой [33] (рис. 1).

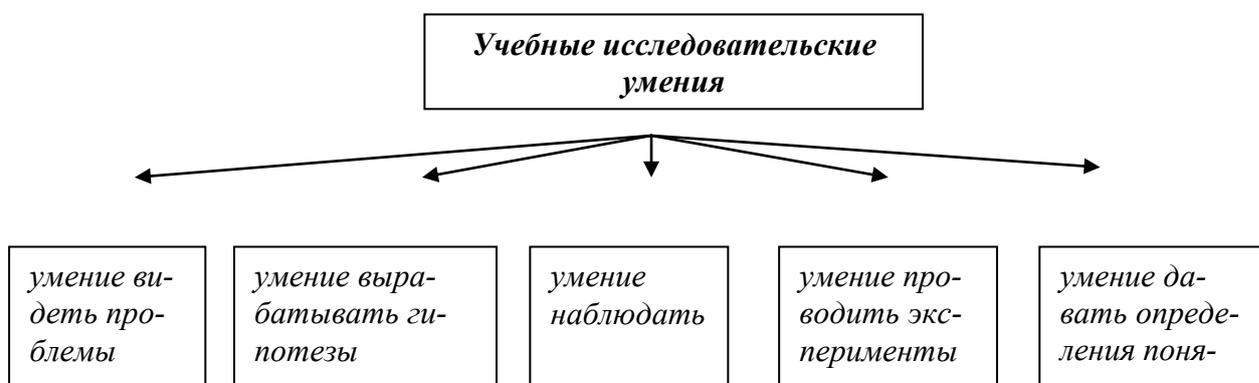
К основным познавательным умениям (умениям самостоятельно приобретать знания) относятся: а) работа с учебной и научно-популярной литературой, ресурсами Интернета, а на этой основе – умения самостоятельно приобретать и углублять знания; б) проведение наблюдения и формулировка вывода, моделирование и построение гипотезы; в) умение самостоятельно ста-

вить эксперимент и на его основе получать новые знания, объяснять явления и наблюдаемые факты на основе имеющихся теоретических знаний, предсказывать следствия из теорий.



*Рис. 1 Классификация учебных умений по А.В. Усовой*

К практическим умениям относятся умения пользоваться измерительными приборами, производить математическую обработку результатов измерений, решать различные виды учебных задач. К организационным умениям относятся умения планировать свою деятельность. К оценочным умениям относятся умения давать социально-экономическую оценку полученным значениям величин в результате решения вычислительных или экспериментальных задач, достоверности результатов измерений. Пути формирования обобщенных умений и навыков учащихся описаны в работах А.В. Усовой [33], через использование различных видов самостоятельных работ и планов обобщенного характера. В перечне учебных умений можно выделить учебные исследовательские умения (рис. 2).



*Рис. 2. Виды учебных исследовательских умений*

К умениям, которые необходимы в решении исследовательских задач, чаще всего называют следующие умения: умение видеть проблемы; умение задавать вопросы; умение выдвигать гипотезы; умение давать определение понятиям; умение классифицировать; умение наблюдать; умение проводить эксперименты; умение делать выводы и умозаключения; умение структурировать материал; умение доказывать и защищать свои идеи [3].

## **1.2. Характеристика видов и место исследовательской деятельности в учебно-познавательной деятельности учащихся**

### **1.2.1. Виды учебно-исследовательской деятельности**

В педагогической литературе и работах ведущих ученых-педагогов предлагается рассматривать разные виды учебно-исследовательской деятельности. В настоящее время общепризнано, что основными видами учебно-исследовательской деятельности учащихся являются следующие виды:

- проблемно-реферативный: аналитическое сопоставление данных различных литературных источников с целью освещения проблемы и проектирования вариантов ее решения;
- аналитико-систематизирующий: наблюдение, фиксация, анализ, синтез, систематизация количественных и качественных показателей изучаемых процессов и явлений;
- диагностико-прогностический: изучение, отслеживание, объяснение и прогнозирование качественных и количественных изменений изучаемых систем, явлений, процессов;
- изобретательно-рационализаторский: усовершенствование имеющихся, проектирование и создание новых устройств, механизмов, приборов;
- экспериментально-исследовательский: проверка предположения о подтверждении или опровержении результата;

- проектно-поисковый: поиск, разработка и защита проекта – особая форма нового, где целевой установкой являются способы деятельности, а не накопление и анализ фактических знаний [24].

### **1.2.2. Экспериментально-исследовательские задания**

Экспериментально-исследовательские задания – это такие задания, в которых на основе теоретического анализа ситуации возможно предсказание результатов исследования. Цель эксперимента – создание условий для развития исследовательского мышления и формирования навыков самостоятельной экспериментальной деятельности. Эксперимент позволяет поднять учащихся на более высокий уровень развития познавательного интереса, так как он связывает теорию с практикой, показывает применение теоретических знаний и необходимость их экспериментального подтверждения.

Формы организации учебных занятий, направленных на развитие у ребят самостоятельного экспериментирования, весьма разнообразны: творческий практикум, творческие экспериментальные задания, домашние экспериментальные задания, индивидуальное учебное исследование. Эти формы организации учебных занятий реализуются через проблемно-поисковый, экспериментально-исследовательский и исследовательские методы обучения.

### **1.2.3. Проектно-исследовательская деятельность**

Самой эффективной в плане формирования ключевых компетенций у учащихся является проектная исследовательская деятельность — деятельность по проектированию собственного исследования, предполагающая выделение целей и задач, выделение принципов отбора методик, планирование хода исследования, определение ожидаемых результатов, оценка реализуемости исследования, определение необходимых ресурсов. Она является организационной рамкой исследования [18].

Эксперимент, в данном случае, служит толчком для создания новых технологий обучения, например, метода проблемного подхода к изучению нового материала. Это дает возможность сформировать у учащихся активное восприятие темы и получить полное представление о деятельности исследователя на различных этапах его экспериментальной работы.

#### **1.2.4. Исследовательские задания**

Низкий уровень самостоятельности и познавательной активности подавляющего большинства учащихся оказывается связанным с несформированностью исследовательских умений и навыков, а также простейших представлений о способах организации элементарного исследования явлений жизни. Решение тривиальных, однотипных задач с помощью одинаковых приемов в течение длительного времени вырабатывает у учащихся привычку механически производить заученные действия. Погоня только за количеством приводит к недооценке теоретического обоснования производимых действий. Поэтому является актуальным включение исследовательских заданий уже в школьный учебный процесс. Исследовательские задания – это предъявляемые учащимся задания, содержащие проблему; решение ее требует проведения теоретического анализа, применения одного или нескольких методов научного исследования, с помощью которых учащиеся открывают ранее неизвестное для них знание.

*Познавательные задачи* – специально подобранные учебные задачи, которые не должны быть надуманными, а должны быть как бы выхваченными из окружающей действительности. Одним из составляющих элементов организации познавательной деятельности на уроке является постановка и решение проблемы. Как правило, проблемой называют сложную познавательную задачу, решение которой представляет существенный практический или теоретический интерес.

*Творческие задачи* могут носить форму загадки, могут быть составлены на основе необычного и интересного текста, могут содержать вопрос или задание, ответ на которые требует глубокого понимания изучаемого явления.

*Урок-исследование.* Математическая закономерность, изучение которой предусмотрено программой по математике, предлагается для самостоятельного наблюдения учащимися под руководством учителя.

Ход осуществляемого в процессе обучения исследования можно представить в виде такой цепочки этапов:

- обоснование темы;
- постановка целей и задач;
- определение объекта и предмета исследования;
- разработка гипотезы исследования;
- непосредственно исследование;
- результаты;
- оценка полученных результатов и выводы.

Из всего многообразия видов работ, развивающих самостоятельность ребят, можно выделить *конструкторскую*; в ней заложены широкие возможности формирования умения думать, использовать свои теоретические знания, вести исследования, работать с ручным материалом, справочной литературой.

Организация исследовательской деятельности – один из способов развить систему определенного уровня мышления, раскрыть творческие способности учащихся, осуществить обучение на новом качественном уровне.

Основным средством организации различных видов учебно-исследовательской деятельности являются задания, активизирующие познавательную деятельность. В целом в ходе решения исследовательских задач формируются исследовательские умения обучающихся.

## **Выводы первой главы**

Приведенное представление отраженных в психолого-педагогических наработках теоретических положений об исследовательской деятельности, о формировании исследовательских умений учащихся в процессе обучения в современной школе и о специфике исследовательских заданий позволяет перейти далее к анализу имеющихся в арсенале учителя потенциальных возможностей организации исследовательской деятельности учащихся при обучении математике.

## ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

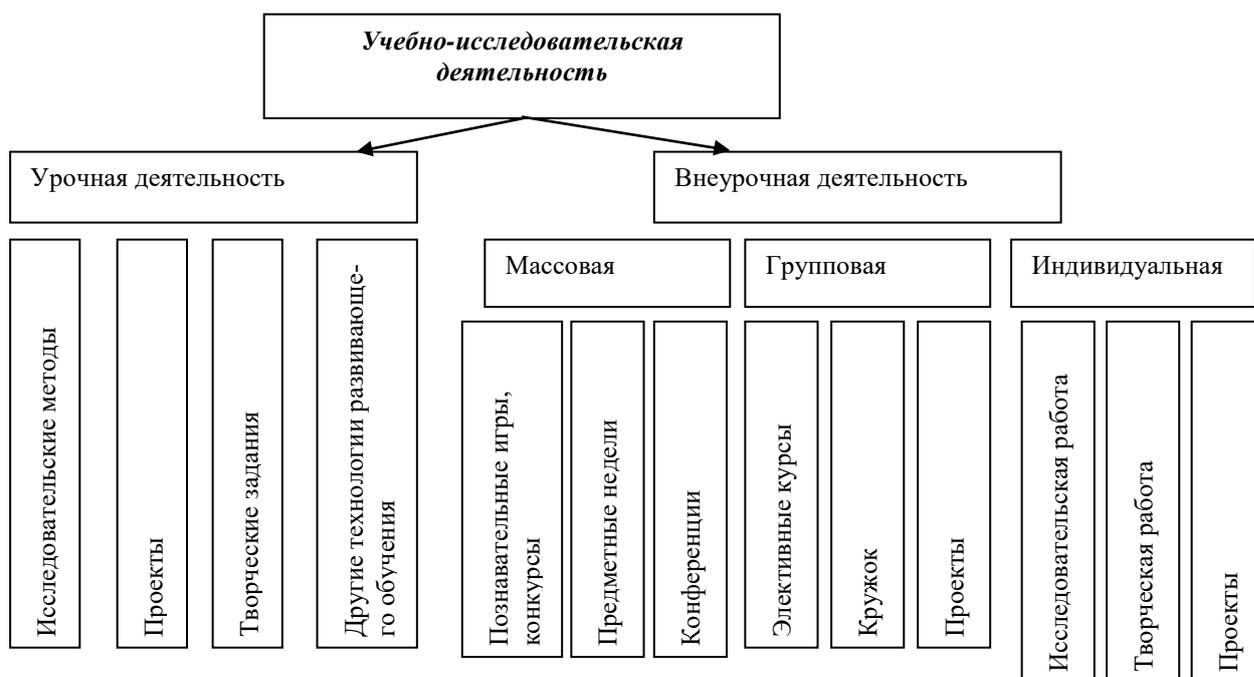
### 2.1. Возможности организации исследовательской деятельности учащихся при обучении математике

В организации исследовательской работы большое значение имеет отбор учебного материала для всех исследований, который должен строго соответствовать основным принципам дидактики: научности, систематичности, последовательности, доступности, наглядности, индивидуальному подходу к учащимся в условиях коллективной работы, развивающему обучению, связи теории с практикой.

При организации исследовательской математической деятельности решаются следующие *задачи*:

1. обучение обучающихся на примере реальных проблем и явлений, замечаемых в повседневной жизни;
2. обучение способам мышления: поиску ответов на вопросы, видению и пояснению различных ситуаций и проблем, оценочной деятельности, приемам публичного обсуждения, мастерству формулировать и отстаивать свою точку зрения, оперативно принимать и реализовывать решения;
3. использование различных источников информации, приемы ее систематизации, сравнения, анализа;
4. подкрепление знания практическими делами с применением специфических для математики методов сбора, анализа и обобщения информации [22].

Рассматриваемый вид деятельности можно организовать на различных этапах урока математики; на различных типах уроков; на элективных курсах, а также во внеурочной деятельности. Система работы с учащимися отражена на рис. 3.



*Рис. 3. Виды учебно-исследовательской деятельности*

Следует учитывать то, что деятельность по развитию исследовательских умений может реализовываться не только на уроках изучения нового материала, но и на уроках решения задач. На учебном занятии возможно использование исследовательского метода обучения, нестандартных форм занятий, домашних заданий исследовательского характера. Этому призваны способствовать современные интерактивные технологии, такие как методы проектов и проблемного обучения, а также информационные технологии.

Исследовательская деятельность учащихся многогранна и может быть организована на любом этапе обучения математике: при изучении математической теории; при решении задач; при проведении демонстрационного эксперимента. Массовая внеурочная работа – это интеллектуальные игры, олимпиады, конференции, телекоммуникационные проекты. Игры организуются в рамках предметных (математических) недель.

В идеале исследовательская деятельность должна встраиваться в классно-урочную систему так, чтобы учитель мог сам компоновать необходимые ему учебные модули из отдельных элементов, при этом они должны максимально учитывать действующие учебные программы и требования к учащимся.

## 2.2. Организация учителем исследовательской деятельности учащихся в обучении математике

При организации исследовательской деятельности необходимо уделить особое внимание правильному подбору методов, средств и приемов обучения. Среди прочих, как основной, выступает продуктивный (проблемно-поисковый, эвристический) метод, который предполагает самостоятельное усвоение знаний и способов действий, развитие творческого мышления, перенос знаний в незнакомую ситуацию, видение новой проблемы в традиционной ситуации, преобразование известных способов деятельности и самостоятельное создание новых [37].

Основными средствами, которые для достижения цели при формировании исследовательских умений может использовать учитель математики, могут выступить следующие средства:

- образец решения задачи;
- алгоритмическое предписание;
- обучение эвристическим методам решения задач на большом числе примеров;
- самостоятельное и заинтересованное решение учащимися задач, способ решения которых им не известен, но необходимый для решения которых учебный материал не выходит за рамки их знаний.

Как известно, к основным, общедидактическим приемам относят следующие: анализ, сравнение, обобщение и систематизацию, выдвижение гипотез, перенос знаний в новую ситуацию, поиск аналога для нового варианта решения проблемы, доказательство или опровержение гипотезы, планирование исследования, оформление результатов исследования. Следует отметить, что необходимо включать учащихся в исследовательскую деятельность также и при дифференцированном подходе к обучению математике.

Принято выделять следующие этапы работы учителя при организации исследований:

1. Мотивация исследовательской деятельности – очень важный этап процесса обучения, если мы хотим, чтобы оно было творческим. Целью мотивации, как этапа урока, является создание условий для возникновения у ученика вопроса или проблемы.

2. Цель исследовательской деятельности – формирование определенных исследовательских умений.

3. Программа действий: при организации образовательного процесса на основе исследовательской деятельности на первое место встает задача проектирования исследования.

Достижение решения этой задачи может быть организовано по следующей схеме:

1. Планирование деятельности обучающихся.
2. Выполнение исследований.
3. Результаты деятельности обучающихся.
4. Анализ полученных результатов.
5. Корректировка результатов.

4. Результаты исследовательской деятельности (формирование исследовательских умений) [38].

В зависимости от уровня сложности и подготовки учащихся выделяется несколько уровней обучения проведению исследования. На первом уровне преподаватель ставит проблему и намечает методы ее решения. На втором уровне преподаватель только ставит проблему, учащиеся самостоятельно находят методы ее решения. На третьем уровне учащиеся самостоятельно формулируют проблему и предлагают методы ее решения [40].

Модели организации учебно-исследовательской деятельности учащихся на различных уровнях обучения математике, снабженные комментариями важных характерных особенностей их реализации, представлены в табл. 2.

**Виды моделей организации учебно-исследовательской деятельности**

<b>Мо- дель</b>	Модель 1. «Обучение исследованию»	Модель 2. «Приглашение к исследованию»	Модель 3. «Систематическое исследование»
<b>Цель</b>	Не столько достижение результата, сколько освоение самого процесса исследования	Развитие проблемного видения, стимулирование поискового мышления	Формирование научного мышления, синтез процесса исследования и его результатов
<b>Тех- ноло- гия</b>	Учитель ставит проблему и намечает стратегию и тактику ее решения, само решение предстоит найти учащемуся. Модель реализуется как форма организации индивидуальной деятельности ученика во внеурочное время	Учитель ставит проблему, но уже метод ее решения ученики ищут самостоятельно. Модель реализуется как форма организации групповой и коллективной деятельности ученика во время урока	Постановка проблемы, поиск методов ее исследования и разработка решения осуществляется учащимся самостоятельно
<b>Шаги</b>	Шаг 1. Столкновение с проблемой. Шаг 2. Сбор данных – «верификация». Шаг 3. Сбор данных – экспериментирование. Шаг 4. Построение объяснения. Шаг 5. Анализ хода исследования	Шаг 1. Знакомство с содержанием предстоящего исследования. Шаг 2. Построение собственного понимания замысла исследования. Шаг 3. Выделение трудностей учебного познания как проблемы исследования. Шаг 4. Реализация собственного способа построения исследовательской процедуры	Шаг 1. Определение проблемы. Шаг 2. Выдвижение гипотезы. Шаг 3. Выбор источников информации. Шаг 4. Анализ и синтез данных. Шаг 5. Организация данных для ответа на поставленные вопросы и проверки гипотезы. Шаг 6. Интерпретация данных в соотнесении с социальными, экономическими и политическими процессами

### 2.3. Этапы исследовательской деятельности учащихся при обучении математике

Как известно, можно выделить следующие основные этапы учебного исследования на уроке математики:

- мотивация исследовательской деятельности;
- формулирование проблемы;
- сбор, систематизация и анализ фактического материала;
- выдвижение гипотез;
- проверка гипотез;
- доказательство или опровержение гипотез [44].

Одним из способов осуществления мотивации может служить исходная (мотивирующая) задача, которая должна обеспечить «видение» учащимися более общей проблемы, нежели той, которая отражена в условии задачи.

Этап формулирования проблемы – самый тонкий и «творческий» компонент мыслительного процесса. В идеале сформулировать проблему должен сам ученик в результате решения мотивирующей задачи. Однако в реальной школьной практике такое случается далеко не всегда: для очень многих школьников самостоятельное определение проблемы затруднено; предлагаемые ими формулировки могут оказаться неправильными. А поэтому необходим контроль со стороны учителя.

Сбор фактического материала может осуществляться при изучении соответствующей учебной или специальной литературы, либо посредством проведения экспериментов, всевозможных наблюдений, измерения физических величин и т. д. Эксперименты не должны быть хаотичными, лишены какой-либо логики. Необходимо задать их направление посредством пояснений, чертежей и т. п. Число испытаний должно быть достаточным для получения необходимого фактического материала.

Систематизацию и анализ полученного материала удобно осуществлять с помощью таблиц, схем, графиков и т. п. – они позволяют визуально определить необходимые связи, свойства, соотношения, закономерности.

На этапе выдвижения гипотез полезно прививать учащимся стремление записывать гипотезы точно и лаконично. Не нужно ограничивать число предлагаемых учащимися гипотез. Проверка гипотез позволяет укрепить веру или усомниться в истинности предложений, а может внести изменения в их формулировки. Чаще всего проверку гипотез целесообразно осуществлять посредством проведения еще одного эксперимента. При этом новый результат сопоставляется с ранее полученным результатом. Если результаты совпадают, то гипотеза подтверждается, и вероятность ее истинности возрастает. Расхождение же результатов служит основанием для отклонения гипотезы или уточнения условий ее справедливости.

На последнем этапе происходит доказательство истинности гипотез, получивших ранее подтверждение; ложность же их может быть определена с помощью контрпримеров. Поиск необходимых доказательств часто представляет большую трудность, поэтому учителю важно предусмотреть всевозможные подсказки.

При выполнении работы исследовательского характера учащиеся должны сами составлять план и этапы выполнения эксперимента, определять необходимое оборудование для выполнения работы, ставить задачи и находить пути их решения, делать выводы. Тогда это и будет исследовательской работой.

По умению выполнять самостоятельную исследовательскую математическую деятельность возможно формирование групп учащихся: 1-я группа – учащиеся, действующие продуктивно, способные включаться в самостоятельную исследовательскую деятельность, активно в ней участвовать, делать анализ материала, формулировать выводы; 2-я группа – учащиеся, способные включаться в самостоятельную исследовательскую деятельность с помощью учителя, действующие медленнее и менее продуктивно; 3-я группа – учащие-

ся, у которых недостаточно развиты познавательные способности, действующие по образцу, не способные вести самостоятельные исследования [10].

Исследовательская деятельность может быть организована двумя способами: во-первых, как компонент традиционного учебного процесса, во-вторых, как компонент педагогического проектирования более эффективного исследовательского метода обучения.

Анализ литературы по проблеме показал, что по отношению к содержанию учебного предмета исследовательская деятельность может выполнять различные функции, служить поддержкой собственной учебной деятельности ребенка. Для того чтобы внедрение исследовательского метода обучения математике происходило с наибольшей отдачей, следует, на наш взгляд, уделить внимание качеству и целесообразности его применения.

### **Выводы второй главы**

На базе общих теоретических положений удалось рассмотреть возможности и особенности организации учителем исследовательской математической деятельности учащихся, а также основные рекомендации по формированию исследовательских умений учащихся на уроках математики.

# **ГЛАВА 3. ОРГАНИЗАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ОПЫТНО-ЭКСПЕРЕМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ**

## **3.1. Методические рекомендации по организации исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике**

### **3.1.1. Использование в обучении математике исследовательских заданий**

Предыдущий анализ показал, что для формирования исследовательских умений учащихся на уроках математики имеются теоретико-практические предпосылки, складывающиеся из всего многопланового опыта преподавательской деятельности учителей математики и результатов труда научно-педагогического сообщества исследователей процесса обучения математике. Для обозначения комплекса всевозможных известных средств обучения, форм и методов организации учебной деятельности на уроке математики, которые могут способствовать развитию у обучающихся исследовательских умений, мы будем использовать термин «информационно-методическая поддержка формирования исследовательских умений учащихся». Многоаспектность этого термина позволяет в отдельных случаях выделять конкретные средства, формы, методы и приемы, которые можно рассматривать как элементы такой информационно-методической поддержки. В частности, в качестве подобных элементов могут выступать специальные задания, задачи, способы организации учебной деятельности и прочее. Рассмотрим далее подробнее примеры использования на практике подобных элементов информационно-методической поддержки в контексте проблемы нашей работы.

В собственной практике работы в школе мы стремимся организовать исследовательскую деятельность с использованием различных методов, приемов, заданий, позволяющих активизировать познавательный процесс на уроке. Характер заданий при исследовательском методе может быть самым разным: классные работы и домашние практические задания; задания крат-

современные и предполагающие необходимым определенным срок (неделю, месяц); решение аналитических проблем; задания групповые и индивидуальные; работы для участия в учебно-исследовательских проектах.

Итак, приведем примеры.

**Познавательная задача.** При изучении нового материала познавательная задача используется в качестве мотивирующей задачи. Через постановку познавательных задач осуществляется развитие самостоятельности и активности учащихся на уроках математики.

После изучения темы «Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника» первый урок по теме «Значения синуса, косинуса и тангенса для углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$ » можно начать со следующей задачи: «На горе находится башня, высота которой равна  $100$  м (рис. 4). Некоторый предмет  $A$  у подножия горы наблюдается сначала с вершины  $B$  под углом  $60^\circ$  к горизонту, а потом с ее основания  $C$  под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту горы».

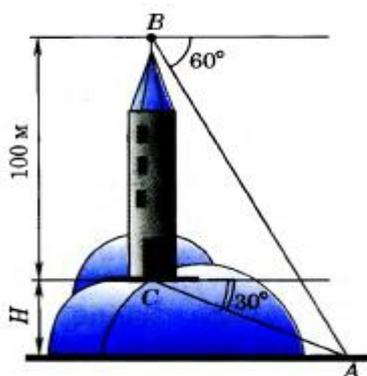


Рис. 4. Иллюстрация к задаче о башне

Примеры дополнительных заданий, связанных с такого рода задачами:

Переведите задачу на математический язык, запишите то, что дано, что требуется найти, выполните чертеж.

Составьте план решения задачи, удобный для себя.

Объясните целесообразность использования тригонометрических формул при проведении различных измерительных работ на местности.

Составьте аналогичную задачу, сюжет которой может встретиться в реальной жизни.

**Творческие задачи.** Решение творческих задач возможно на этапе закрепления знаний.

Урок закрепления полученных знаний по теме «Линейная функция» можно начать с задачи: «Ученик допустил ошибки при построении прямых:  $y = 3x$ ,  $y = \frac{1}{2}x + 2$ ,  $y = 2x - 1$ ,  $y = 3 - x$  (рис. 5). В каждом случае объясните, почему можно сразу увидеть, что прямая построена неверно».

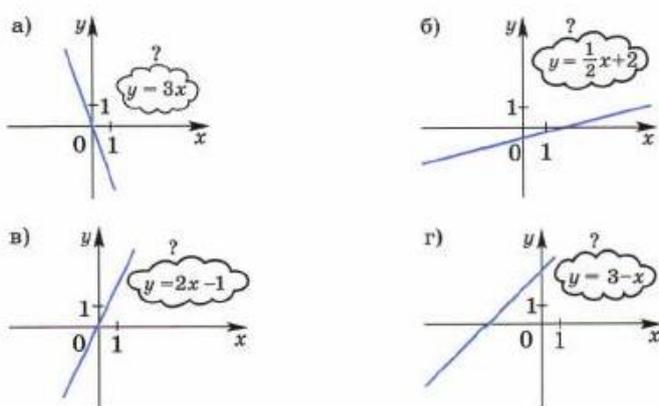


Рис. 5. Иллюстрация к задаче о прямых

Примеры дополнительных заданий, связанных с такого рода задачами:

Для каждой аналитически заданной функции постройте верный график и попробуйте предсказать причину(ы) неверного ответа ученика. Из предполагаемых причин выделите те, из-за которых вы смогли бы допустить ошибки. Предложите рекомендации самому себе, чтобы этого избежать.

Составьте алгоритм построения графика линейной функции.

По каким признакам можно сгруппировать данные функции? Составьте план классификации.

Приведите примеры линейной зависимости из жизни и оформите в виде резюме на тему: «Значимость знаний о линейной функции и умений представлять связь между аналитическим и геометрическим материалом».

Придумайте задание своему товарищу по теме «Линейная функция».

Выделите затруднения, с которыми вы столкнулись при выполнении заданий и опишите, в чем трудность лично для вас. Проработайте тему еще раз и определите, устранены ли затруднения.

**Исследовательские задания.** В ходе решения такого вида задания обучающиеся выполняют исследования, которые характеризуются следующими методологическими категориями: проблема, тема, актуальность, объект исследования, предмет исследования, цель, задачи, гипотеза.

Исследование начинается с определения проблемы, которая выделяется для особого изучения. Экспериментатор должен ответить на вопрос: «Что надо изучить из того, что раньше не было изучено?» Проблема формируется в теме исследования. Выдвижение проблемы и формулирование темы подразумевает подтверждение её актуальности. Следует дать ответ на вопрос: «Почему необходимо исследовать данную проблему». Тема уточняет проблему, очерчивает пределы исследования, конкретизирует главную идею.

Объект исследования – область исследуемых предметов или явлений. Необходимо ответить на вопрос «Что будем исследовать?», «Что рассматривается?». Предмет исследования – то, что содержит связи и отношения, которые подлежат непосредственному изучению в данном исследовании. В любом объекте можно выделить несколько предметов исследования. Предмет исследования отвечает на вопросы: «Когда?», «В связи с чем?», «В каких условиях?». Цель исследования – это обоснованное представление об общих конечных или промежуточных результатах. Цель формулируется кратко и предельно точно, выражает то основное, что намеревается сделать исследователь. Цель конкретизируется и развивается в задачах исследования. Задачи исследования представляют алгоритм действий исследовательской работы, этапы достижения цели. Задачи всегда содержат искомое, требуемое, рассчитанное на совершенствование определенных действий, приложение усилий для продвижения к цели, для разрешения проблемы. Формулировки задач начинаются с глаголов, которые показывают, что нужно сделать: выявить, проверить, провести анализ, обобщить, охарактеризовать, систематизировать.

Первая задача связана с выявлением, уточнением, обоснованием сущности и структуры изучаемого объекта исследования. Вторая задача – с анализом реального состояния предмета исследования, динамики его развития. Третья задача со способностями преобразования, моделирования, опытно-экспериментальной проверки. Четвертая задача с выявлением путей и средств повышения эффективности совершенствования исследуемого предмета, т.е. с практическими аспектами работы. Гипотеза исследования – это обоснованное предположение о том, как, каким путем, за счет чего можно получить искомый результат. Гипотеза – это предположение, при котором на основе ряда факторов делается заключение о существовании объекта, связи или причины явления, причем этот вывод нельзя считать вполне доказанным.

Более значимым моментом исследовательской деятельности считается *высказывание гипотез* и их проверка. Обучение выдвижению гипотез возможно с помощью познавательных вопросов, при этом необходимо обучать их постановке. Практика показывает, что простого требования ставить вопросы на знание понятия, явления, закона или по тексту учебника мало. Это стимулирует лишь выяснение фактического материала, иногда особенностей изучаемого. Необходимы вопросы «Почему...?», «Чем объяснить...?», свидетельствующие о понимании самого главного в теме.

Исследовательские задания могут быть *средством изучения нового материала*. Экспериментально-исследовательские задания являются основным видом творческих заданий, используемых на уроке и при объяснении нового материала, и при закреплении пройденного.

Например, в Приложении 2 приведена технологическая карта урока, посвященного изучению параллельных прямых. На таком уроке при изучении признаков параллельности прямых обучающиеся могут работать в парах. Школьники сами находят ответ на поставленный в задании вопрос, выдвигая гипотезу и проверяя ее экспериментально. В процессе работы используются рабочие листы с целью систематизации материала и экономии времени. При заполнении таблицы формируется также умение структурировать материал.

### 3.1.2. Примеры приемов и методов организации исследовательской математической деятельности

На уроках при организации исследовательской деятельности используются разнообразные методы и приемы обучения: проблемный метод, метод проектов, собственно исследовательский метод, эвристический метод, эксперимент.

С целью формирования исследовательских умений следует в ходе обучения ставить учащихся в такие ситуации, в которых они вынуждены высказывать предположения, строить догадки, т.е. создавать *проблемные* ситуации на уроке.

На уроке в 7 классе по теме «Формулы сокращенного умножения» учитель рассказывает: «Вчера по телевизору я смотрела передачу с участием экстрасенса, который произвёл на меня огромное впечатление. Я научилась быстро выполнять в уме операции над числами. Хотите, я продемонстрирую свои способности?» Получив утвердительный ответ, учитель предлагает поспорить с ним в вычислениях.

I тур. Учитель просит кого-нибудь из ребят назвать два последовательных натуральных числа. Пусть школьник назовёт 129 и 130. Теперь учитель и класс вычисляют на скорость  $130^2 - 129^2$ . Победителем, причём мгновенно, выходит учитель.

II тур. Вновь учитель обращается к одному из учеников и просит того назвать любые два числа. Пусть ученик назвал 1,43 и 2,51. Теперь класс и учитель соревнуются при вычислении значения выражения:

$$\frac{1,43^3 + 2,51^3}{1,43^2 - 1,43 \cdot 2,51 + 2,51^2} - 1,98.$$

Понятно, что учитель, пользуясь формулами сокращённого умножения, легко побеждает в соревновании. Изменяя задания, неизменно побеждая, учитель, в конце концов, добьётся от ребят фразы типа: «Вы что-то знаете!»

«Да, я действительно что-то знаю, – заявляет учитель. – Вы также узнаете это что-то на сегодняшнем уроке и сможете быстро выполнять такие вычисления».

Организацию *исследовательского метода обучения* школьников на уроках математики мы, прежде всего, видим через использование принципа цикличности. Этот принцип считается носителем логики научного познания, придерживаясь которой школьник приобщается к основам исследовательской деятельности. Этапы реализации принципа хорошо согласуются с этапами урока любого типа: урока изучения нового материала и его первичного закрепления, комбинированного урока (табл. 4), урока решения задач, урока лабораторной работы [28].

*Таблица 4*

***Соответствие этапов урока этапам логики познания***

<b>Этапы логики познания</b>	<b>Этап урока</b>
Факты	Актуализация
	Мотивация
	Целеполагание
	Первичное усвоение учебной информации
Модель	Осознание учебной информации
Следствия	Закрепление
Эксперимент	Применение
	Проверка уровня усвоения
	Рефлексия

Предлагаем использовать методику организации исследовательской деятельности учащихся на уроках математики через уроки изучения нового материала, уроки решения задач, уроки лабораторные работы, диагностические уроки, включающую в себя обозначенные ниже методы обучения. Эту методику можно применять как в основной, так и в профильной школе. В основной школе методика требует планомерного и регулярного ее внедрения.

Итогом данной работы будет устойчивый интерес и осознанное использование логики познания в профильной школе. Перспективой данной методики является формирование компетентности школьников.

*Метод проектов.* На первом этапе работы над проектом (на первом уроке) осуществляется выбор тем исследований, формирование групп, определение основополагающего и рабочих вопросов. На втором этапе – исследование литературы, отбор информации, проведение опытов, экспериментов, наблюдений, исследований с анализом, обобщением полученных результатов с формулированием выводов и формулированием на этой основе собственной точки зрения на исходную проблему проекта и способы ее решения. Для воплощения найденного способа решения проблемы проекта создается конечный продукт. Защита проекта осуществляется на обобщающем уроке по теме. Проект может осуществляться как во внеурочное время, так и во время урока.

*Эксперимент* благополучно моделирует явления, которые невозможно наблюдать непосредственно, позволяет дать заключения о степени справедливости тех или иных гипотез. Зачастую эксперимент становится источником противоречий, создает на занятиях проблемные ситуации.

В объяснение нового материала целесообразно включать *фронтальные опыты*. Фронтальные опыты учат школьников видеть и анализировать явления, способствуют развитию мышления.

*Исследовательские практические работы*, проводимые как индивидуально, так и в группах, могут проходить по следующему плану:

1. Учитель сообщает проблему, для решения которой проводится практическая работа.
2. Знания учащимся не сообщаются. Учащиеся самостоятельно их получают в процессе исследования. Средства для достижения результатов учащиеся выбирают сами, т.е. становятся активными исследователями.
3. Учитель управляет процессом исследований.

*Эвристическая беседа* может включать вопросы и частично-поисковые задания, требующие от учащихся высказываний интуитивного характера (догадки, выдвижения предположений). Такая беседа имеет исследовательский характер.

### **3.1.3. Организация исследовательской деятельности учащихся в рамках математического элективного курса**

С введением *предпрофильной* подготовки в школе увеличивается внимание к дисциплинам, которые у детей вызывают интерес и стремление изучать их на углубленном уровне. Предпрофильная подготовка по математике ведется в 8-9 классах основной школы в рамках учебного межпредметного элективного курса «Исследовательские задачи на стыке наук (математики, информатики, физики, химии)». Цель данного элективного курса – создание ориентационной и мотивационной основы для осознанного выбора естественнонаучного профиля обучения. Достигнуть данного предполагается путем знакомства учащихся с особенностями естественнонаучной исследовательской деятельности на материале достаточно простых и увлекательных задач междисциплинарного содержания. Программа включает в себя серию из пяти следующих учебных исследовательских задач.

*Задача №1.* Дана не жёстко заданная трапеция. В трапеции заданы её основания и высота. Что из ниже перечисленного можно найти по этим данным?

- 1) Длины боковых сторон.
- 2) Расстояние между серединами боковых сторон.
- 3) Длины диагоналей.
- 4) Расстояние между серединами диагоналей.
- 5) Площади треугольников, на которые трапецию разбивают диагонали.

б) Боковые стороны продлили до точки пересечения. Что ещё можно найти в этой конструкции?

7) Что изменится в ответах на вопросы 1–6, если дополнительно задать один из углов трапеции?

8) Что изменится в ответах на вопросы 1–6, если дополнительно задать боковую сторону трапеции (углы трапеции не заданы)?

По опыту известно, что даже сильные школьники, решив конкретную задачу, поставленную для не жёстко заданной конструкции, не всегда понимают, что в этой конструкции можно найти (то есть что инвариантно относительно возможных изменений), а что нет. Иными словами, формальное решение классической задачи часто не даёт полного понимания ситуации.

Если после верного решения приведённой выше классической задачи на нахождение площади треугольника мы спросим учеников, можно ли в условиях этой задачи найти длину диагонали, то, скорее всего, наш вопрос будет для учеников совершенно новой задачей, так как, решая первую задачу, они не задумывались о ситуации в целом.

Приведённая выше исследовательская задача направлена как раз на полное понимание заданной геометрической конструкции. Вопросы поставлены так, чтобы ученик смог определить все её основные инварианты. Такая постановка задачи приводит к тому, что от статического взгляда на геометрическую задачу ученики должны перейти к динамическому. Если высота трапеции задана, то основания трапеции должны лежать на двух параллельных прямых, находящихся на данном расстоянии друг от друга. Если мы мысленно закрепим одно из оснований на одной параллельной прямой, то второе основание может свободно перемещаться вдоль другой прямой. Задача – выяснить, какие величины останутся неизменными при таком перемещении. В результате такой перефразировки условия на первые три пункта задачи ответы даются легко: длины боковых сторон и диагоналей, очевидно, изменяются при перемещении одного из оснований, а длина средней линии – нет.

Пункты 4) и 5) – более сложные, кроме того, результат пункта 5) противоречит нашей интуиции: несмотря на то что длины диагоналей и боковых сторон изменяются, площади треугольников остаются неизменными. Обычно этот неожиданный результат вызывает большой эмоциональный отклик. Интересно, что удивление по этому поводу возникает даже после того, как ученик первоначально решил задачу в классическом варианте, то есть нашёл конкретную площадь треугольника.

Пункт 6) позволяет школьникам самим выбирать объекты, которые являются кандидатами на инварианты данной конструкции (например, расстояние от точки пересечения продолжений сторон до оснований трапеции). Поиск ответа на вопрос этого пункта задачи ещё сложнее, чем на предыдущие, так как в нём для ученика больше свободы выбора, и поэтому больше неопределенности в поиске решения.

Пункт 7) даёт понять, от скольких параметров зависит рассмотренное нами семейство трапеций: достаточно дополнительно задать один угол, и трапеция будет задана жёстко, а значит, можно будет найти все её элементы (таким образом, это семейство зависит от одного параметра).

Наконец, пункт 8) при всём его сходстве с пунктом 7) показывает, что некоторые наборы геометрических данных могут задавать конечное множество различных объектов (в данном случае различных трапеций может быть две, если длина боковой стороны больше высоты).

Решение такой задачи на уроке может занять до двух часов учебного времени (и всё равно, скорее всего, задача будет решена не полностью). Эта «затратность по времени» естественна, ведь такая постановка задачи гораздо ближе к реальной работе учёного-исследователя, который может работать над задачей и недели, и месяцы.

Как правило, задачи такого типа вызывают у учеников повышенный интерес, дают широкий простор их интеллектуальному творчеству, рассматриваемые многообразные вопросы становятся естественным образом предметом дискуссии, индивидуального или группового исследования. Кроме того,

в решении таких задач наиболее уместно использовать различные компьютерные программы (для приведённой выше задачи – программы динамической геометрии: «Живая геометрия», «Geogebra» и др.).

*Задача №2.* На окружности отмечены 12 точек на равном расстоянии друг от друга (циферблат). Одна из точек – стартовая. Её соединяют отрезком с точкой, отстоящей от неё на  $d$  дуг по часовой стрелке (например, если  $d = 1$ , то берём соседнюю точку). Эту новую точку также соединяют отрезком с точкой, отстоящей от неё на  $d$  дуг, где  $d < 12$ . Так продолжают, пока последняя точка не совпадёт со стартовой. Получается замкнутая ломаная.

1. При каких значениях  $d$  может получиться квадрат, треугольник, отрезок?

2. При каких значениях  $d$  все 12 точек окажутся вершинами ломаной? (Например, при  $d = 1$  окажутся, а при  $d = 2$  нет.)

3. Сколько оборотов делает ломаная до замыкания? (При  $d = 1$  всего один оборот.)

4. Как изменятся ответы 1-3 пунктов, если отметили: 11 точек, 10 точек, 9 точек? Сформулируйте утверждение, обобщающее эту задачу.

5. Нет ли совпадающих ломаных? В каких случаях они совпадают? Как изменятся результаты пунктов 1-4 с учётом этого наблюдения?

*Задача №3.* Задача о времени движения тела в поле силы тяжести.

1. Гладкую шайбу массой  $m$ , лежащую на гладкой горизонтальной поверхности, толкнули со скоростью  $v_0$ . Определите время, в течение которого шайба пройдет путь  $l$ .

2. Камень массой  $m$  брошен с земли вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Определите время полета камня.

3. Камень массой  $m$  брошен с земли под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Определите время полета камня.

4. Камень массой  $m$  опущен на высоте  $h$  от поверхности земли. Определите время полета камня.

5. Камень массой  $m$  брошен на высоте  $h$  от земли вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Определите время полета камня.

6. Камень массой  $m$  брошен на высоте  $h$  от земли вертикально вниз с начальной скоростью  $v_0$ . Определите время полета камня.

7. Камень массой  $m$  брошен на высоте  $h$  от земли горизонтально с начальной скоростью  $v_0$ . Определите время полета камня.

8. Камень массой  $m$  брошен на высоте  $h$  от поверхности земли под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Определите время полета камня.

9. Камень массой  $m$  брошен на высоте  $h$  от поверхности земли под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Определите время полета камня, если горизонтально дует встречный ветер, создающий движению камня постоянную силу сопротивления.

10. Камень массой  $m$  брошен на высоте  $h$  от основания наклонной плоскости под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$  вверх наклонной плоскости, которая расположена под углом  $\beta$  к горизонту. Определите время полета камня, если горизонтально дует встречный ветер, создающий движению камня постоянную силу сопротивления.

Учебно-исследовательской задачей, способной формировать исследовательские умения, в рассматриваемом нами случае является не каждая конкретная из вышеприведенных задач, а вся система (цикл) из 10 задач, которые могут именоваться учебно-исследовательской лишь в том случае, если они составлены и поставлены учащимся по выделенной им физической ситуации с целью ее исследования, а также выполнено решение этих задач и исследование (анализ) всех решений на частные случаи и соответствие решений одних задач другим. Решение и исследование каждой из десяти задач мы не приводим, хотя подчеркнем, что именно эта деятельность учащихся позволяет построить один из самых важных этапов теоретического исследования физической ситуации. Обобщенную программу теоретического исследования с помощью системы задач можно представить, таким образом, состоящей из следующих этапов:

1. Выделение конкретной физической ситуации в учебном материале.
2. Выявление в ней объекта, явления, модели, физических величин.
3. Решение задачи 1 в общем виде на основе анализа и моделирования физической задачной ситуации.
4. Анализ полученного результата задачи 1 (исследование полученной математической формулы на частные случаи).
5. Повторение для задачи 2 пунктов 3 и 4.
6. Составление, решение и исследование последующих задач 3–10.
7. Обнаружение связей между физическими ситуациями с помощью решенных физических задач с целью обобщения физической ситуации.
8. Контроль правильности решения задач и элементы рефлексии.

*Задача №4.* Задача с производственным содержанием.

Производственная мощность цеха сборки составляет 120 изделий типа *A* и 360 изделий типа *B* в сутки. Технический контроль пропускает в сутки 200 изделий того или иного типа. Изделия типа *A* в четверо дороже изделий типа *B*. Требуется спланировать выпуск готовой продукции так, чтобы предприятию была обеспечена наибольшая прибыль.

Работа выполняется в группах из 3-4 человек. По окончании работы оформляется отчет, при этом учащиеся могут выполнить решение задачи также с использованием MS Excel.

*Задача №5.* Для каждой из задач с химическим содержанием приведите два решения: математическое и химическое.

1. Какую массу соли надо добавить к 500 грамм 10% раствора соли, чтобы раствор стал 25%?

2. Вычислить вес и процентное содержание серебра в сплаве с медью, зная, что, сплавив его с 3 килограммами чистого серебра, получают сплав, содержащий 90% серебра, а, сплавив его с 2 килограммами сплава, содержащего 90% серебра, получают сплав 84% содержания серебра. (Ответ: 2,4 килограмма и 80%).

3. В колбе содержится 57% водный раствор соли. После выпаривания 25 грамм воды раствор стал 76 процентным. Сколько ещё надо выпарить воды, чтобы содержание воды в колбе стало равным 95%. (Ответ: 15 грамм).

Решение математических задач с химическим содержанием двумя способами ориентировано не на механическое решение задач по образцу, а на исследование химического процесса и понимание сути вопроса в задаче.

Входящие в программу обучения математике исследовательские задачи допускают разный уровень выполнения, имеют ясную и интересную постановку, которая мотивирует ребят к исследованию; последовательность задач подчиняется определенной логике, основанной на постепенном усложнении исследовательских действий от задачи к задаче и учитывающей содержание программ естественнонаучных курсов; сценарий учебных занятий по выполнению исследовательских задач включает такие формы коммуникативной деятельности, как работа в группе, участие в дискуссии, презентация полученных результатов.

### **3.2. Методические рекомендации по организации исследовательской деятельности учащихся во внеурочной математической деятельности**

Вне учебных занятий обучение школьников исследовательской деятельности начинается с *мастер-класса*. В ходе мастер-классов учащиеся знакомятся с методикой проведения исследования. После просмотра мастер-класса они выполняют свою первую исследовательскую работу «Изучение различий в росте между мальчиками и девочками определенного (вашего) возраста» и оформляют отчет в виде презентации.

1. Цель: необходимо установить, есть ли разница в росте между мальчиками и девочками в определенном возрасте.

2. Сбор информации: необходимо узнать, какие существуют данные по этому вопросу в научной литературе; измерить рост всех мальчиков и девочек своего класса; измерить рост знакомых своего возраста.

3. Методика исследования (измерить рост отдельно мальчиков и девочек своего класса, составить таблицу с результатами измерений).

4. Обработка результатов и их обсуждение (посмотреть, есть ли разница между вариационными кривыми роста мальчиков и девочек; вычислить среднее арифметическое значение роста мальчиков и девочек по отдельности).

Мастер-классы «Теория решения изобретательских задач» познакомили обучающихся с методом решения творческих задач. Основные понятия ТРИЗ иллюстрировались яркими примерами изобретений и большим количеством интересных практических задач, обсуждались различные формы организации творческого процесса, подробно описывались и иллюстрировались примерами разнообразные подходы к решению изобретательских задач. Первые задачи решаются методом проб и ошибок, то есть ответы просто угадываются. В последующем, постепенно в ходе занятий, школьники привыкают к решению задач алгоритмически, то есть системно.

***Проектная работа учащихся.*** С целью формирования стремления к самообразованию учебная деятельность должна выстраиваться с учетом дифференцированного подхода к обучению. Большие возможности предоставлены программой «Intel: Обучение для будущего» в 2005 году. Метод проектов получил в последнее время широкое признание. В ходе его использования в основу образовательного процесса положена самостоятельная целенаправленная исследовательская деятельность учащихся. Несмотря на то, что исследование носит учебный характер, при его организации используются общепринятые в науке методы познания: наблюдение, опыт, аналогия, анализ и синтез.

Чтобы ученики смогли, а самое главное, желали выполнять подобную работу, необходимо всегда находиться с ними рядом, помогать, создавать познавательный стимул. При этом важно предоставлять дополнительную информацию, необходимую для работы. Современные информационные технологии позволяют по-новому использовать текстовую, звуковую, графическую

и видеоинформацию, тем самым повышая интерес к творчеству. А дальнейшее использование творческих работ стимулирует познавательную активность.

**Телекоммуникационные проекты.** Доминирующими в проекте являются следующие методы: исследовательский, творческий, ролево-игровой. Характер координации проекта – скрытый (неявный, имитирующий участника проекта). Характер контактов – проект осуществляется среди участников одного учебного заведения, региона, страны. Количество участников проекта: 5-7 человек. Продолжительность проекта: 12 дней.

Основные этапы работы над проектом:

1. Организационный. Участники проекта объединяются в команду, распределяют роли (капитан, экспериментатор, теоретик, ИТ-специалист), создают визитку команды.
2. Выбор и обсуждение главной идеи, целей и задач будущего проекта. Распределение заданий среди членов команды (вопросы викторины или теоретическая часть, исследования, проектные задания, творческие задания).
3. Обсуждение методических аспектов и организация работы учащихся.
4. Структурирование проекта с выделением подзадач для определенных групп учащихся, подбор необходимых материалов.
5. Работа над проектом. Поиск информации, отбор информации, проведение экспериментов, «мозговой штурм».
6. Подведение итогов, оформление результатов; создание презентаций, создание отчетов, отправка работ.
7. Презентация проекта. Отчет о проделанной работе на конференции.

Формы организации работы учащихся различны: индивидуальные проекты, парные проекты, групповые проекты. Проекты проводятся с использованием электронной почты, форумов.

*Исследовательская работа по краеведению.* В основе краеведческой работы лежит исследовательский метод. Работа учащихся в этом случае строится по логике проведения учебного исследования, с использованием всех методов и приемов исследования.

Исследовательские методы организации учебной деятельности приучают учащихся работать в сотрудничестве с другими людьми. Темы для исследований выбираются, как правило, значимые для самих учащихся, при этом участники проводимой исследовательской деятельности не замыкаются личностными интересами, а учатся видеть проблемы и интересы своих партнеров и понимают, что результаты их исследований являются необходимыми составляющими для анализа полученных данных и формулирования выводов.

В процессе работы прослеживаются основные этапы организации деятельности при использовании исследовательского метода.

Анализ литературы по проблеме и школьной практики позволил сделать вывод, что исследовательская деятельность отлично вписывается в классно-урочную систему и может быть организована на всех этапах как традиционного, так и инновационного урока. Можно организовать исследовательскую деятельность на различных этапах самостоятельной работы учащихся, проектной деятельности, при выполнении домашних заданий.

Проведенное нами исследование по организации исследовательского метода обучения в МАОУ «СОШ №61» г. Перми показало, что исследовательская деятельность может быть организована на всех этапах процесса обучения математике: при изучении (введении) нового материала, закреплении, повторении, контроле знаний, умений, навыков.

Работа учителя математики при организации исследовательской деятельности включает в себя несколько функций:

- 1) организация индивидуальной работы, работы в группах.
- 2) организация внутриклассной активизации и координации через выполнение школьниками творческих работ.

### **3.3. О результатах опытно-экспериментального внедрения в школьную практику обучения математике информационно-методической поддержки формирования исследовательских умений учащихся**

Исследовательский метод обучения применим на всех ступенях обучения с учетом возрастных возможностей и подготовки учащихся. Этот метод используется в трех направлениях: включение элемента поиска во все задания учащихся, раскрытие учителем познавательного процесса, осуществляемого учащимися при доказательстве того или иного положения, организация целостного исследования, осуществляемого учащимися самостоятельно, но под руководством и наблюдением учителя (доклады, сообщения, проекты, основанные на самостоятельном поиске, анализе, обобщении фактов).

*1 этап:* 2014-2015 уч. год. Для того чтобы убедиться в эффективности осуществления вышесказанного, нами проводилась опытно-экспериментальная работа с учащимися средней школы на уроках математики. На начальном этапе пятиклассникам был предложен краткий ориентированный тест (КОТ) В.Н. Бузина, Э.Ф. Вындерлика [2]. Назначение теста (содержащего 50 вопросов, на выполнение которых дается 15 минут) заключается в определении интегрального показателя общих способностей.

Данная методика выделяет для характеристики следующие параметры:

- Способности обобщения и анализа материала устанавливаются на основе выполнения заданий на пословицы. Эти задания требуют абстрагирования от конкретной фразы и перехода в область интерпретации смыслов, установления их пересечений и нового возврата к конкретным фразам.

- Гибкость мышления как компонент общих способностей также определяется по выполнению заданий на пословицы. Если ассоциации испытуемого носят хаотический характер, то можно говорить о ригидности мышления.

- Инертность мышления и переключаемость – это важные характеристики общих способностей к обучаемости. Для их диагностики предусмотре-

но специальное расположение заданий в данном тесте. Чередование различных типов заданий в тесте может затруднять их выполнение лицами с инертными связями прошлого опыта. Такие лица с трудом меняют избранный способ работы, не склонны менять ход своих суждений, переключаться с одного вида деятельности на другой. Их интеллектуальные процессы малоподвижны, темп работы замедлен.

- Эмоциональные компоненты мышления и отвлекаемость выявляются по специальным заданиям, которые могут снижать показатель теста у испытуемых. Эмоционально реагирующие испытуемые начинают улыбаться и обращаться к экспериментатору вместо того, чтобы быть направленными на объект, то есть на задачу.

- Скорость и точность восприятия, распределение и концентрация внимания определяются заданиями, которые выявляют способность в сжатые сроки работать с самым разнообразным материалом, выделять основное содержание, сопоставлять цифры, знаки и т. п.

- Употребление языка, грамотность может быть проанализирована на основании выполнения заданий на умение пользоваться языком, причем одна из задач предполагает элементарные знания иностранного языка (в пределах алфавита).

- Ориентировка устанавливается благодаря анализу стратегии выбора испытуемым задач для решения. Одни испытуемые решают все задачи подряд. Другие – только те, которые для них легки и решаются ими быстро. Определение легкости решения очень индивидуально. Здесь к тому же проявляются склонности тестируемых. Некоторые из них просматривают напечатанные на данном листе теста задания и выбирают сначала задачи математические, имеющие числовое содержание, а другие, пользуясь этой стратегией, предпочитают задачи вербальные.

- Пространственное воображение характеризуется по решению четырех задач, предполагающих операции в двумерном пространстве.

Перечисленное позволяет констатировать, что методика КОТ может быть использована для изучения относительно большого количества компонентов общих способностей. С ее помощью достаточно надежно прогнозируются обучаемость и деловые качества человека.

В результате проведенного тестирования по упомянутой методике и наблюдения выявились определенные, характерные для большинства учащихся особенности: бедный словарный запас, неумение анализировать, вычленять основные свойства и качества анализируемого предмета исследования, устанавливать причинно-следственные, временные и другие отношения между объектами и явлениями. Одновременно с этим были отмечены проблемы с развитием воображения и владением способами решения творческих задач. Для того чтобы нивелировать перечисленные негативные обстоятельства, была специальным образом организована исследовательская деятельность учащихся как на уроках, так и во внеурочное время.

*2 этап:* 2015-2017 уч. года. На втором этапе был реализован непосредственный выход учащихся на исследовательский уровень.

В экспериментальном классе исследовательская деятельность организовывалась на различных этапах урока: при объяснении нового материала, закреплении, контроле знаний, проверке домашнего задания, на уроках различных типов и во внеурочной деятельности.

На уроках систематически включались задания исследовательского характера. Примерами таких заданий могут служить приведенные ниже задания.

*Пример 1.* К уроку математики учащимся предлагается провести опрос учеников 8-го класса, выяснив, сколько времени на выполнение домашнего задания (ВДЗ) по определенному учебному предмету тратит каждый ученик этого класса, и какую оценку он имеет за четверть. Следует вычислить, сколько времени в среднем тратит на выполнение соответствующего домашнего задания ученик, имеющий за четверть оценку «3», «4», «5». На основе этого рекомендуется оформить данные в таблице (табл. 5) и сделать выводы.

Таблица 5

**Среднее время учащихся разной степени успешности на ВДЗ по предметам**

Оценка	Русский язык (мин.)	Литература (мин.)	Математика (мин.)	История (мин.)
«3»				
«4»				
«5»				

*Пример 2.* Учащимся предлагается учебная задача проблемного характера: «Цена товара была равна  $A$ . Затем цена повысилась на 10 %. В новом году она снизилась на 10 %. Изменилась ли первоначальная цена товара?». Учащиеся, не раздумывая, дают ответ, что цена товара не изменилась. Тогда учитель призывает их к размышлению: «Давайте посчитаем. Предположим, что цена товара была 100 рублей. После повышения на 10%, цена товара стала 110 рублей. А после понижения на 10% она стала равна 99 рублей». Возникает проблемная ситуация, побуждающая к развитию исследовательских умений и навыков.

*Пример 3.* В качестве иллюстрации учебного исследования можно привести фрагмент урока геометрии по теме «Теорема Пифагора». В качестве мотивирующей (исходной) задачи можно взять следующие сюжетные задачи:

1. «Велосипедист и пешеход отправились одновременно из одного населённого пункта в противоположных направлениях. Пешеход пошёл на восток со скоростью 5 км/ч, а велосипедист поехал на запад со скоростью 12 км/ч. Какое расстояние будет между ними через час?» Ученики без труда отвечают: 17 км.

2. «Велосипедист и пешеход отправились одновременно из одного населённого пункта в разных направлениях. Пешеход пошёл на юг со скоростью 5 км/ч, а велосипедист поехал на запад со скоростью 12 км/ч. Какое

расстояние будет между ними через час?» Можем ли мы ответить на этот вопрос?

При решении второй задачи возникла проблема: можно ли, зная две стороны прямоугольного треугольника, найти третью сторону? Существует ли какое-нибудь соотношение (связь) между сторонами прямоугольного треугольника? Анализируя математическую модель этой практической задачи, учащиеся формулируют проблему – нужно найти гипотенузу прямоугольного треугольника по двум известным катетам. Для решения этой проблемы можно организовать практическую работу исследовательского характера, предложив учащимся задание по рядам: построить прямоугольные треугольники с катетами 12 и 5; 6 и 8; 8 и 15 см и измерить гипотенузу. Результаты заносятся в таблицу (табл. 6) и делаются выводы.

*Таблица 6*

***Результаты измерения длин сторон прямоугольного треугольника***

	1 ряд	2 ряд	3 ряд
Катет а	12	6	8
Катет b	5	8	15
Гипотенуза с	13	10	17

Затем учащимся предлагается выразить формулой зависимость между длинами катетов и гипотенузы в прямоугольных треугольниках. После попыток ребят ответить на данный вопрос учитель дает историческую справку, непосредственно связанную с ответом.

*Пример 4.* При изучении темы «Сумма углов треугольника» в качестве исходного задания можно предложить такой вопрос: «В каком треугольнике, по вашему мнению, сумма внутренних углов больше – в остроугольном, прямоугольном или тупоугольном?». Как это можно проверить? Практика показывает, что почти в каждом классе найдутся несколько человек, которые, зная, что тупой угол всегда больше острого, по аналогии скажут, что сумма внутренних углов тупоугольного треугольника больше,

чем остроугольного. Далее им предлагается на практике проверить свое утверждение. Дети предлагают измерить углы треугольников, затем найти сумму углов каждого из треугольников, сравнить результаты. Для достижения поставленной цели и получения ответа на проблемный вопрос предлагается детям выполнить исследование. Работа идет в парах.

Другие примеры исследовательских заданий даны в Приложении 1.

Кроме выполнения исследовательских заданий учащиеся экспериментального класса принимали участие в конкурсах исследовательских работ и проектов.

*3 этап:* 2017-2018 уч. год. Заключительный этап (подведение итогов).

На этом этапе был проведен анализ динамики обученности учащихся математике, а в качестве соответствующих характеристик были выделены показатели: уровень успеваемости и уровень качества знаний. Кроме того, в качестве одной из важной характеристик процесса обучения математике рассматривался уровень мотивации учащихся в изучении математики.

Анализ показал, что уровень успеваемости – стабильный на протяжении нескольких лет и составляет 100%, качество знаний характеризуется 59% (табл. 7; рис. 6).

*Таблица 7*

***Динамика уровня обученности учащихся 8а класса по математике за четыре года***

	2014-2015	2015-2016	2016-2017	2017-2018
Уровень успеваемости	100%	100%	100%	100%
Уровень качества знаний	62%	62%	74%	76%

Проводимые психологической службой исследования уровня познавательной активности, мотивации, креативности мышления учащихся свидетельствует о целесообразности применения проектно-исследовательской деятельности при обучении математике (табл. 8, рис. 7).



*Рис. 6. Диаграмма динамики уровня обученности учащихся 8а класса по математике за четыре года*

*Таблица 8*

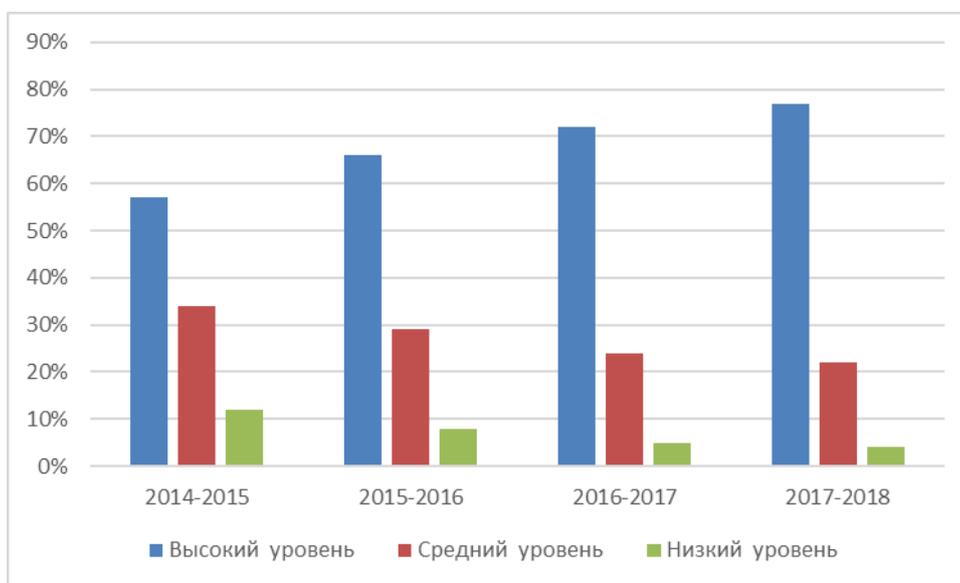
***Динамика уровня мотивации учащихся в изучении математики***

	2014-2015	2015-2016	2016-2017	2017-2018
Высокий уровень	57%	66%	72%	77%
Средний уровень	34%	29%	24%	22%
Низкий уровень	12%	8%	5%	4%

Наши наблюдения в ходе экспериментальной работы показали, что большинство учащихся в результате применения исследовательского метода обучения приобретают определенные качества личности:

- учатся самостоятельно, критически мыслить, видеть возникающие в реальном мире трудности и искать пути рационального их преодоления;
- гибко адаптируются в меняющихся жизненных ситуациях, самостоятельно приобретая необходимые знания, умело применяют их на практике для решения проблем;
- коммуникабельны, контактны в различных социальных группах, умеют работать сообща, предотвращая конфликтные ситуации и умеют выходить из них;

- грамотно работают с информацией и осваивают новые информационные технологии;
- могут самостоятельно трудиться над развитием собственной нравственности, интеллекта, культурного уровня.



*Рис. 7. Диаграмма динамики уровня мотивации учащихся в изучении математики*

Анализ полученных в экспериментальной работе результатов показал, что исследовательская деятельность повышает познавательную мотивацию, что приводит, в свою очередь, к повышению успеваемости; позволяет учащимся проявить себя в полной мере на таких занятиях.

### **Выводы третьей главы**

На базе общего подхода к рассмотрению возможности использования информационно-методической поддержки формирования исследовательских умений учащихся разработаны, апробированы в практической экспериментальной работе элементы такой поддержки, убедительно показавшие результативность.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Система школьного образования нуждается в совершенствовании, обусловленном потребностью общества в творчески мыслящих, умеющих находить нестандартные решения учениках. Поэтому проведенное нами исследование представило определенный интерес. Результаты теоретико-практической работы подтвердили важность решения остающейся актуальной проблемы формирования исследовательских умений и навыков учащихся. Среди известных подходов к ее решению определенное место, на наш взгляд, можно отвести идеям, связанным с элементами специально-организованной информационно-методической поддержки формирования исследовательских умений учащихся на уроках математики в основной школе.

В ходе работы над темой исследования наряду с другими были решены следующие задачи:

– Разработан и внедрен в практику обучения комплекс заданий по математике для учащихся 5-9 классов, позволяющих развивать исследовательские умения.

– Приведены примеры скорректированных заданий, полученных на основе предлагаемых в учебниках, с целью усиления их творческой и исследовательской направленности.

– Выявлены динамика выраженности исследовательской позиции учащихся и уровень сформированности у них исследовательских умений и навыков.

Полученные результаты показали, что поставленные задачи исследования полностью решены, и обозначенная выше гипотеза нашла определенное подтверждение.

В ходе исследования нами установлено, что работа над учебным исследованием позволяет выстроить бесконфликтную педагогику, вместе с уча-

щимися вновь и вновь пережить вдохновение творчества, превратить образовательный процесс из скучной «принудиловки» в результативную созидательную творческую деятельность.

Используя в своей работе методы проектов, исследований и ИКТ в течение нескольких лет, мы увидели, как меняется отношение ребят к одному из самых сложных предметов школьной программы. За скучными формулами и теоремами под нашим руководством ученики открыли для себя целый удивительный мир. Ребята поняли, что математика существует не только на бумаге, она присутствует в архитектуре, в живописи, в музыке, в окружающей нас природе.

Таким образом, заключаем, что особая информационно-методическая поддержка процесса обучения математике открывает определенные резервы, позволяющие добиваться развития исследовательских умений учащихся.

Перспективы дальнейшего исследования по обозначенной проблеме состоят, в частности, в поисках новых форм и средств соответствующей информационной и методической поддержки формирования исследовательских умений учащихся средней школы.

Материалы проведенного исследования были отражены в докладах на следующих конференциях:

1. Районная научно-практическая конференция учителей – 2015 «Развитие профессиональной компетентности учителя в процессе введения ФГОС» (г. Пермь, Департамент образования Пермского края, 2015 г.).
2. Всероссийская научно-практическая конференция молодых ученых с международным участием «Математика и междисциплинарные исследования – 2016», посвященная 100-летию Пермского государственного национально-исследовательского университета (г. Пермь, ПГНИУ, март 2016 г.).
3. Межрегиональная научно-практическая конференция студентов математических факультетов «Вопросы математики, ее истории и методики

преподавания в учебно-исследовательских работах» (г. Пермь, ПГГПУ, апрель 2016 г.).

4. Всероссийская научно-практическая конференция молодых ученых с международным участием «Математика и междисциплинарные исследования – 2016», посвященная 100-летию Пермского государственного национального исследовательского университета (г. Пермь, ПГНИУ, март 2016 г.).

5. Межрегиональная научно-практическая конференция студентов математических факультетов «Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах» (г. Пермь, ПГГПУ, апрель 2017 г.).

По материалам исследования опубликованы следующие работы:

1. *Галкина Е.Ю.* Пример информационно-методической поддержки развития исследовательских умений учащихся на уроках математики [Текст] / Е.Ю. Галкина (Науч. рук. Латышева Л.П.) // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. межрегион. науч.- практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: Ю.В. Корзнякова, И.В. Косолапова; под общ. ред. Ю.В. Корзняковой; Перм. гос. гуманитар.-пед. ун-т. – Пермь, 2016. – Вып. 9. С. 34-35.

2. *Галкина Е.Ю.* Исследовательские умения учащихся на уроках математики [Текст] / Е.Ю. Галкина // Научные преобразования в эпоху глобализации: сборник статей Международной научно-практической конференции (20 мая 2016 г., г. Курган). В 4 ч. Ч. 2 / – Уфа: АЭТЕРНА, 2016. С. 37-40.

3. *Галкина Е.Ю.* Опыт формирования исследовательских умений учащихся на уроках математики [Текст] / Е.Ю. Галкина // Современный учитель дисциплин естественнонаучного цикла: Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (17 февраля 2017 г., г. Ишим). / – Ишим: Изд-во ИПИ им. П.П. Ершова (филиал) ТюмГУ, 2017. С. 94-98.

4. *Галкина Е.Ю.* О недетерминированных заданиях в формировании исследовательских умений учащихся [Текст] / Е.Ю. Галкина (Науч. рук. Латы-

шева Л.П.) // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. всероссийской. науч.- практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: И.В. Косолапова; А.Ю. Скорнякова, под общ. ред. А.Ю. Скорняковой; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2017. – Вып. 10. С. 25-27.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики [Текст] / Ж. Адамар ; пер. с франц. М.А. Шаталовой. – М.: Советское радио, 1970. – 342 с.
2. Актуальные вопросы формирования интереса в обучении: учеб. пособие [Текст] / под ред. Г. И. Щукиной. – М.: Просвещение, 1984. – 176 с.
3. Андреев В.И. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности: основы педагогики творчества [Текст] / В.И. Андреев. – Казанский университет, 1988. – 238 с.
4. Андреев В.И. Педагогика: учеб. курс для творческого развития [Текст] / В.И. Андреев. – 2-е изд. – Казань: Центр инновационных технологий, 2000. – 608 с.
5. Баранова Т.И. Исследовательский метод обучения в теории и практике общеобразовательной школы РСФСР: автореф. ... канд. пед наук / Т.И. Баранова. – М., 1974. – 163 с.
6. Богоявленская Д.Б. Исследовательская деятельность как путь развития творческих способностей [Текст] / Д.Б. Богоявленская. – М.: Просвещение, 2006. – 320 с.
7. Браверман Э.М. Учимся и учим думать и создавать. Создаем исследования и проекты, задачи и тесты, конспекты и тезисы, рефераты, рецензии, эссе, рекламы и игры, справочники; изобретаем. Советы изучающим и преподающим физику... и не только. Практическое пособие для учащихся и педагогов школ, колледжей, лицеев. – М.: Илекса, 2011. – 192 с.; с ил. (Серия "Развивающее учение". Кн. 3.).
8. Букреева И.А. Учебно-исследовательская деятельность школьников как один из методов формирования ключевых компетенций [Электронный ресурс]: / Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/43/5286/> (дата обращения 13.03.17).

9. Выготский Л.С. Педагогическая психология [Текст] / Л.С. Выготский. – М.: Педагогика – Пресс, 1999. – 536 с.
10. Гладышева Н.К. Нурминский И.И. Статистические закономерности формирования знаний и умений учащихся [Текст] / Н.К. Гладышева, И.И. Нурминский. – М., 1991. – 127 с.
11. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире [Текст] / Б.В. Гнеденко. – М.: Просвещение, 1985. – 192 с.
12. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения [Текст] / В.В. Давыдов. – М.: Интор, 1996. – 544 с.
13. Демидова С.И. Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике (формирование умений самостоятельной работы): сб. статей [Текст] / С.И. Демидова, Л.О. Денищева. – М.: Просвещение, 1985. – 191 с. : ил. – (Б-ка учителя математики).
14. Леонтьев А.А. Психология общения [Текст] / А.А. Леонтьев. – М.: Смысл, 1997. – 351 с.
15. Леонтович А.В. Учебно-исследовательская деятельность школьников как модель педагогической технологии [Текст] / А.В. Леонтович. – М., 1999. – 167 с.
16. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения [Текст] / И.Я. Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.
17. Лернер И. Я. Проблемное обучение [Текст] / И.Я. Лернер. – М.: Знание, 1974. – 207 с.
18. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении [Текст] / А.М. Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 392 с.
19. Махмутов М.И. Проблемное обучение: Основные вопросы теории [Текст] / М.И. Махмутов. – М.: Педагогика, 1975. – 370 с.
20. Пехлецкий И.Д. Компоненты индивидуального стиля преподавания: спецкурс – практикум [Текст] / И.Д. Пехлецкий. – Пермь: Пермский государственный педагогический институт, 1990. – 138 с.

21. Полат Е.С. Как рождается проект. [Текст] / Е.С. Полат. – М., 2003. – 296 с.
22. Предпрофильная подготовка учащихся 9-х классов общеобразовательных учреждений. Итоги эксперимента и перспективы дальнейшего развития [Текст] / В.В. Абатурова, Н.П. Дерзкова, А.А. Пинский : под общ. ред. В.В. Абатуровой. – М.: Альянс-Пресс, 2004. – 160 с.
23. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5-9 классы: проект [Текст] / А.А. Кузнецов, М.В. Рыжаков, А.М. Кондаков [и др.]. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 67 с. – (Стандарты второго поколения).
24. Психолого-педагогический словарь для учителей и руководителей образовательных учреждений [Текст]. – М.: Просвещение, 1998. – 308 с.
25. Рассказова Ж.В. Исследовательская деятельность младших школьников как компонент процесса обучения в условиях образовательной организации [Электронный ресурс]: / Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/63/10001/> (дата обращения 10.08.17).
26. Российская педагогическая энциклопедия: в 2 т. [Текст] / гл. ред. В.В. Давыдов. – М.: Большая рос. энциклопедия, 1993. – 608 с.
27. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии [Текст] / С.Л. Рубинштейн. – М.: Педагогика, 1946. – 643 с.
28. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе [Текст] / Г.И. Саранцев. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.
29. Синенко В. Я. Методология и практика школьного образования: учеб. пособие [Текст] / В. Я. Синенко. – Новосибирск : Изд-во НИПКиПРО, 2008. – 324 с.
30. Скорнякова А.Ю. Формирование исследовательских компетенций в обучении математике будущих бакалавров педагогического образования с использованием информационно-коммуникационной среды: дис. канд. пед. наук: 13. 00. 02 [Текст] / А.Ю. Скорнякова. – Ярославль, 2013.

31. Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников [Текст] / Н.Ф. Талызина. – М.: Просвещение, 1988. – 175 с.
32. Туманова Е.Б. Учебное творчество – необходимая часть общекультурного развития учащихся [Электронный ресурс]: / Режим доступа: <http://www.teacherjournal.ru/> (дата обращения 15.04.16).
33. Усова А.В. Формирование учебно-познавательных умений у учащихся в процессе изучения предметов естественного цикла: пособие для студентов [Текст] / А.В. Усова. – Челябинск : Изд-во ЧГПУ, 2002. – 167 с.
34. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования [Текст] / М-во образования и науки Рос. Федерации. – М.: Просвещение, 2010. – 31 с.
35. Федеральный государственный образовательный стандарт общего основного образования [Текст]. – М.: Просвещение, 2011. – 48 с.
36. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи [Текст] / Л.М. Фридман. – М.; Воронеж : МОДЭК, 1999. – 240 с.
37. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: учеб. пособие [Текст] / Л.М. Фридман. – М.: Едиториал УРСС, 2009. – 224 с.
38. Фролова Е.Ю. Исследовательская деятельность учащихся на уроках математики [Электронный ресурс]: / Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/113/29264/> (дата обращения 01.11.17).
39. Фундаментальное ядро содержания общего образования [Текст] / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. – 4-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2011. – 79 с. – (Стандарты второго поколения).
40. Хекхаузен Х. Мотивация и деятельность – 2-е изд. [Текст] / Х. Хекхаузен, – СПб.: Питер; М.: Смысл, 2003. – 160 с.

41. Хуторской А.В. Проблемы и технологии образовательного целеполагания. [Электронный ресурс] – URL: <http://www.eidos.ru/journal/2006/0822-1.htm>.

42. Чередов И.М. Формы учебной работы в средней школе: кн. для учителя [Текст] / И.М. Чередов. – М.: Просвещение, 1988. – 157 с.

43. Чечель И.Д. Управление исследовательской деятельностью педагога и учащегося в современной школе [Текст] / И.Д. Чечель. – М.: Сентябрь, 1998. – 140с.

44. Эльконин Д.Б. Психология игры [Текст] / Д.Б. Эльконин. – 2-е изд. – М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1999. – 360 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5-9 КЛАССОВ

**Пример 1.** Исследование площади прямоугольника данного периметра (геометрия, 7 класс). Задание: периметр прямоугольника 24 см, а его основание  $x$  см. Задайте формулой зависимость площади  $S$  от  $x$ . Заполните таблицу и ответьте на вопросы:

$x$	2	3	4	5	5,5	5,8	6	6,1	6,2	6,5	7	8	9	10
$S$														

- ✓ при каком значении  $x$  получился прямоугольник наибольшей площади  $S$ ?
- ✓ каково наибольшее значение  $S$ ?
- ✓ выбрать два значения  $x$  и вычислить  $S$ , удалось ли получить значение  $S$ , большее, чем ранее?
- ✓ какую гипотезу можно высказать о форме прямоугольника наибольшей  $S$ , имеющего данный периметр?

**Пример 2.** Исследование зависимости между отрезками пересекающихся хорд (геометрия, 8 класс). Задание: построить окружность радиуса 50 мм. Отметить точку  $K$  на расстоянии 40 мм от центра. Обозначив длину одного из отрезков хорды, проходящей через точку  $K$ , через  $x$  (мм), а другого –  $y$  (мм), построить хорды, для которых в таблице указано значение:

$x$	10	12	16	20	24	26	28	30	32	36	40
$y$											

- ✓ вычислить произведение  $xу$  в каждом случае;
- ✓ есть ли какая-нибудь закономерность?
- ✓ сформулировать гипотезу;
- ✓ какую длину имеет наименьшая из хорд?
- ✓ каковы длины отрезков этой хорды?
- ✓ построить график зависимости  $y(x)$ .

**Пример 3.** Исследование зависимости времени движения от маршрута.

Задание: Из пункта  $A$  в пункт  $B$  можно попасть, проехав 10 км по шоссе до пункта  $B_1$ , а затем 4 км по грунтовой дороге  $B_1B$ . По шоссе скорость движения равна 15 м/с, по дороге 12 м/с, а по целине 10 м/с.

Сколько времени потребуется вездеходу на путь  $AB$  по маршруту  $AB_1B$ ?

Может ли вездеход быстрее достичь пункта  $B$ , если свернет на целину?

Заполнить таблицу зависимости времени движения  $t$ (сек) вездехода от расстояния  $x$ (м) от точки  $C$ , в которой вездеход сворачивает с шоссе, до точки  $B_1$ .

$x$ , м	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000
$t$ , сек							

Найти с точностью до 100 м, на каком расстоянии от  $B_1$ , должен свернуть с шоссе вездеход, чтобы время, затраченное на путь  $AB$ , было наименьшим.

**Пример 4.** При изучении комбинаторики учащимся целесообразно предложить практическую работу. По окончании деловой встречи специалисты обменялись визитными карточками (каждый вручил свою карточку каждому). Сколько всего визитных карточек было роздано, если во встрече участвовали: а) 2 человека; б) 3 человека?

Проблема. Как вычислить число визитных карточек, если обмениваются  $n$  человек?

Пробы.

Номер пробы	Число человек	Число карточек
1.	2	2
2.	3	6
3.	4	12
4.	5	20

Таблица результатов.

Проба	1	2	3	4
Число чело- век	2	3	4	5
Число карто- чек	2	6	12	20

Гипотезы.

Гипотеза 1. $x_2 = 2$ $x_3 = 6 = 2 + 4$ $x_4 = 12 = 6 + 6$ $x_5 = 20 = 12 + 8$ $x_n = x_{n-1} + (2n - 2)$	Гипотеза 2. $x_2 = 2 = 2 \cdot 1$ $x_3 = 6 = 3 \cdot 2$ $x_4 = 12 = 4 \cdot 3$ $x_5 = 20 = 5 \cdot 4$ $x_n = n(n - 1)$
Гипотеза 3. $x_2 = 2 = 1^2 + 1$ $x_3 = 6 = 2^2 + 2$ $x_4 = 12 = 3^2 + 3$ $x_5 = 20 = 4^2 + 4$ $x_n = (n - 1)^2 + (n - 1)$	Гипотеза 4. $x_4 = 12 = 2^3 + 4$ $x_5 = 20 = 2^4 + 4$ $x_n = 2^{n-1} + 4$

5. Проверка гипотезы.

Пусть  $n=6$ , тогда

а) фактическое число карточек равно 30;

б) число карточек, согласно гипотезе

1) 30; 2) 30; 3) 30; 4) 36.

*Заключение:* гипотезы 1, 2, 3 подтвердились, гипотеза 4 не подтвердилась.

6. Доказательство.

а) гипотеза 1 равносильна гипотезе 2;

б) гипотеза 3 равносильна гипотезе 2:  $(n - 1)^2 + (n - 1) = n^2 - n = n(n - 1)$ .

в) докажем гипотезу 2.

Пусть имеется  $n$  человек. Согласно правилу произведения, каждый отдаст какое-то количество карточек, число которых равно числу человек минус один, так как себе человек карточку не дает, поэтому получится  $n(n-1)$  карточек.

*Вывод:* гипотезы 1, 2, 3 доказаны, гипотеза 4 опровергнута.

**Пример 5.** Тема: Треугольные числа.

1. Задача. Рассмотреть построение треугольных чисел. Изобразить и подсчитать число «камешков» четвертого по порядку треугольного числа.
2. Проблема. Как вычислить любое  $n$ -е по порядку треугольное число?
3. Пробы.

Номер пробы	Вид числа	Номер числа
1.		1
2.		2
3.		3
4.		4

4. Таблица результатов.

Пробы	1	2	3	4
Номер числа	1	2	3	4
Число «камешков»	1	3	6	10

5. Гипотезы.

<p>Гипотеза 1.</p> $x_1 = 1 = 1$ $x_2 = 3 = 1 + 2$ $x_3 = 6 = 3 + 3$ $x_4 = 10 = 6 + 4$ $x_n = x_{n-1} + n$	Гипотеза 2.
---	-------------

	$x_1 = 1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$ $x_2 = 3 = \frac{2 \cdot 3}{2}$ $x_3 = 6 = \frac{3 \cdot 4}{2}$ $x_4 = 10 = \frac{4 \cdot 5}{2}$ $x_n = \frac{n(n+1)}{2}$
<p>Гипотеза 3.</p> $x_1 = 1 = 1$ $x_2 = 3 = 1 + 2$ $x_3 = 6 = 1 + 2 + 3$ $x_4 = 10 = 1 + 2 + 3 + 4$ $x_n = 1 + 2 + \dots + n$	<p>Гипотеза 4.</p> $x_3 = 6 = 2^2 + 2$ $x_4 = 10 = 2^3 + 2$ $x_{n+3} = 2^{n+2} + 2$

6. Проверка гипотезы.

Пусть  $n=5$ , тогда

- а) фактическое число «камешков» равно 15;
- б) число «камешков» согласно гипотезе
  - 1) 15;    2) 15;    3) 15;    4) 18.

*Заключение:* гипотезы 1, 2, 3 подтвердились, гипотеза 4 не подтвердилась.

7. Доказательство.

а) гипотеза 1 равносильна гипотезе 3:  $x_n = x_{n-1} + n = 1 + 2 + \dots + (n-1) + n$ ;

б) гипотеза 2 равносильна гипотезе 3:  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

в) докажем гипотезу 3.

Число «камешков» треугольных чисел равно

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1 + 2 = 3$$

$$x_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$x_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$x_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

.....

$$x_{n-1} = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)$$

$$x_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n$$

*Вывод:* гипотезы 1, 2, 3 доказаны, гипотеза 4 опровергнута.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

Урок по теме: «Признаки параллельности прямых».

Задачи урока:

- Подвести учащихся к осознанию потребности определять параллельность прямых.
- Научить выбирать последовательность действий по выполнению проблемного задания (задания-исследования) на уроке.
- Организовать практическую работу, направленную на формулировку гипотез, раскрывающих признаки параллельности прямых.
- Формировать умение осуществлять логическое рассуждение при выводе признаков параллельности прямых, устанавливать причинно-следственные связи зависимости величин углов и свойств прямых.
- Научить использовать правильно речевые средства в ходе коммуникации на уроке (монологическая речь, работа в паре).
- Развивать умение проводить самооценку выполненной работы на основе плана решения исследовательской задачи.

Реализация представленного в перечисленных задачах основного замысла урока может быть прослежена в приведенной в табл. 9 технологической карте данного урока.

**Технологическая карта урока по теме «Признаки параллельности прямых»**

<b>Этапы урока</b>	<b>Содержание учебного материала. Деятельность учителя</b>	<b>Деятельность обучающихся</b>	<b>Формирование УУД</b>	<b>Комментарии</b>
Мотивационный	<p>Урок начнем со стихотворения, но одного слова в нем не хватает. Укажите, какое слово подходит по смыслу: Мы – ... прямые, и нам уже – не пересечься...</p> <p>Какая дикая забава, такое странное соседство! Конечно рядом, только руки никак не могут дотянуть-</p>	<p>Слушают речь учителя, психологический настрой на продуктивную работу. Подбирают подходящее слово и отвечают на вопрос</p>	<p>Формирование положительной мотивации, развитие коммуникативных умений</p>	<p>Учитель проверяет готовность класса к уроку</p>

Этапы урока	Содержание учебного материала. Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формирование УУД	Комментарии
	<p>ся, нам никогда не пересечься, и никогда не прикоснуться!</p> <p>Спасибо, действительно, пропущено слово «параллельные». С какими прямыми будем работать на уроке?</p>			
Устная работа	<p>Для того чтобы у нас все получалось, вспомним основные понятия. Закончите предложение... Прямая <i>m</i> называется секущей по</p>	Обучающиеся отвечают на вопросы	Коррекция знаний обучающихся	Самопроверка знаний

Этапы урока	Содержание учебного материала. Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формирование УУД	Комментарии
	<p>отношению к прямым <math>a</math> и <math>b</math>, если ... При пересечении двух прямых секущей образуется ... неразвернутых углов. Параллельными называются прямые...</p>			
Мотивация исследовательской деятельности	<p>Посмотрите на изображение. Как расположены прямые? Как проходят рельсы? Как натянуты электропровода? Как построены до-</p>	<p>Обучающиеся отвечают на вопросы и отмечают значимость данной темы, исходя из жизненных ситуаций</p>	<p>Анализ с целью выделения 1 этапа исследовательской деятельности</p>	<p>Фиксируется 1 этап исследовательской деятельности</p>

Этапы урока	Содержание учебного материала. Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формирование УУД	Комментарии
	ма? Насколько важно, чтобы сохранялась параллельность в жизни? Что можно сказать об этом вопросе?			
Постановка проблемы	Эта тема является значимой в жизни. Поэтому важно на уроке геометрии научиться устанавливать параллельность. Посмотрите на карточки. Параллельны ли прямые? Какой вывод	Учащиеся приходят к выводу: не всегда на глаз можно установить параллельность	Постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера	Проблему обучающиеся записывают в тетрадь

Этапы урока	Содержание учебного материала. Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формирование УУД	Комментарии
	можно сделать? С какой проблемой мы столкнулись?			
Сбор, систематизация и анализ фактического материала	С чего начнем работу над этой проблемой? Для того чтобы собрать, систематизировать и проанализировать информацию, заготовлена таблица. Поработайте с ней в парах. 1 ряд измеряет накрест лежащие углы, 2 ряд – соответственные,	Обучающиеся измеряют углы, систематизируют и анализируют полученные данные	Анализ, синтез, сравнение полученных результатов измерения	Практическая работа на измерение углов при пересечении двух прямых секущей

Этапы урока	Содержание учебного материала. Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формирование УУД	Комментарии
	3 ряд – односторонние			
Выдвижение гипотез	<p>Что особенное заметили?</p> <p>Какое предположение можно сформулировать?</p> <p>Какие гипотезы выдвинули?</p>	<p>Путем изменений учащиеся приходят к формулировке гипотез</p>	<p>Выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью</p>	<p>Фиксируются полученные гипотезы</p>
Проверка гипотез	<p>Вернемся к карточкам и проверим верность выдвинутых гипотез. Выберем карточки, в отношении которых были сомнения</p>	<p>Учащиеся убеждаются в верности гипотез</p>		<p>Учащиеся убеждаются в верности гипотез</p>
Доказательство или опровержение	<p>Подведем промежуточный итог ра-</p>	<p>Учащиеся выполняют доказатель-</p>	<p>Самооценка</p>	<p>В тетрадях фиксируется условие и за-</p>

Этапы урока	Содержание учебного материала. Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формирование УУД	Комментарии
гипотез	боты. Какие шаги были выполнены в ходе данного исследования? Что осталось сделать на заключительном этапе?	ство признаков параллельности прямых с помощью учителя		ключение теорем
Рефлексия	На основе программы VOTUM проводится тестирование учащихся. Поставьте напротив каждого этапа «+», если все было выполнено, или «-», если остались еще вопросы		Рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности	Тест состоит из вопросов, направленных на понимание этапов исследования

<b>Этапы урока</b>	<b>Содержание учебного материала. Деятельность учителя</b>	<b>Деятельность обучающихся</b>	<b>Формирование УУД</b>	<b>Комментарии</b>
Завершение урока	Учитель благодарит обучающихся за плодотворную совместную работу на уроке	Психологический настрой на подведение итогов урока	Формирование положительной мотивации	