

ВВЕДЕНИЕ

Исторически сложилось так, что одной из приоритетных позиций российского образования является его направленность на общекультурное развитие обучающихся. Она находит отражение в текстах федерального закона «Об образовании в РФ», и в федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования, где говорится о том, что образовательная программа «...направлена на *формирование общей культуры*, духовно-нравственное, гражданское, социальное, личностное и интеллектуальное развитие обучающихся» [47, с. 51].

Таким образом, образование должно обеспечивать не только уровень усвоения знаний, умений, навыков, но и дать возможность развивать их общую культуру. Заметим, что воспитание личности, отличающейся целостным видением современной картины мира, готовностью к самообучению, саморазвитию, является воплощением идей культурологического подхода к процессу обучения и гуманитаризации системы образования. Последняя является одной из ведущих в модернизации российского образования и математического, в частности. Изложенное выше обуславливает *актуальность* выбранной темы.

Цель исследования: формирование общей культуры учащихся в процессе использования историко-математического материала при обучении математике.

Для её реализации необходимо решить следующие **задачи:**

- отыскать и выполнить анализ психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования;
- уяснить сущность гуманитаризации математического образования;
- выяснить понятия терминов «общая культура учащихся» и «культурологический подход в обучении»;
- выделить приёмы формирования общей культуры учащихся

средствами истории математики;

- определить формы работы с историческим материалом на уроках;
- выбрать конкретный историко-математический материал для использования его при изучении соответствующих тем.

Объект исследования: формирование общей культуры учащихся.

Предмет исследования: использование историко-математических сведений при формировании общей культуры учащихся на уроках.

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы, насчитывающей 48 источников и четырех приложений.

Во *введении* показана актуальность выбранной темы, сформулированы цель исследования и задачи для её достижения, определены предмет и объект исследования, приведена краткая структура работы.

В *первой главе*, дано понятие общей культуры, выделены её компоненты и рассмотрены основные направления изучения. Дано понятие гуманитаризации школьного образования и математического, в частности. Освещен культурологический подход в процессе обучения.

Во *второй главе* раскрыта роль истории математики в процессе формирования общей культуры школьников, выяснена значимость историко-математического материала, как условия реализации гуманитаризации образования, указаны возможности его использования на уроках, выяснены взаимосвязи историко-математических сведений с основными направлениями общей культуры учащихся.

В *заключении* подведены итоги выполненной работы, определены дальнейшие перспективы исследования в выбранном направлении.

ГЛАВА 1. ФОРМИРОВАНИЕ ОБЩЕЙ КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ В РАМКАХ ГУМАНИТАРИЗАЦИИ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

1.1. Общая культура учащихся

1.1.1. Понятие общей культуры

Вне культуры трудно представить существование человека в обществе. «Культура является определяющим условием реализации созидательного потенциала личности и общества, ... гуманистическим ориентиром и критерием развития человека и цивилизаций» – подчеркивал российский культуролог, философ, доктор филологических наук, профессор, председатель правления российского фонда культуры Д.С. Лихачев (1906–1999) в предложенном им проекте Декларации прав культуры в 1995 году [18, с. 2].

С давних времен многие философы, культурологи, историки, психологи и другие ученые размышляли, анализировали и давали разные определения понятия «культура». Используемое во всех современных языках, это слово стало впервые употребляться еще в Древнем Риме. Оно встречается в трактате о земледелии Марка Порция Катона Старшего (234–148 до н.э.) *De Agri Cultura* (ок. 160 до н. э.). Изначально слово «культура» означало возделывание почвы, позднее – воспитание, образование, развитие. Человек возделывал землю, изменял природу, придавая ей новый, «культурный», вид, тем самым, изменял общество и самого себя. Поэтому культура всегда состояла из старания человека, его успехов в труде и его стремлении усовершенствовать своё окружение.

В Европе это слово начали использовать почти на сто лет раньше, чем в России. Там первым о культуре говорил немецкий просветитель Иоганн Кристоф Аделунг (1732–1806) в книге «Опыт истории культуры человеческого рода» (1782). Спустя два года его выдающийся соотечественник, писатель и теолог, историк культуры Иоганн Готфрид

Гердер (1744–1803) выпустил первый том книги «Идеи к философии и истории человечества», который первым предложил употреблять термин «культура» во множественном числе, выделяя этим уникальность различных национальных культур. Исторически это понятие изменялось от понимания культуры, как все, что создано руками до анализа человеческой активности. Изначально культуру определяли, как все, что создано человеком. Так ставил вопрос И.Г. Гердер, хотя уже тогда было понятно, что человек может создавать вокруг себя не только хорошее окружение, но и плохое. Впоследствии появились взгляды на культуру, сравнивавшие ее с отлично действующей системой и профессиональным умением, но игнорирующие, что профессионально, т.е. очень хорошо, некоторые могут совершать чудовищные поступки, но ведь их не называют культурными. Иммануил Кант (1724–1804) – немецкий философ, родоначальник немецкой классической философии определил культуру как, нечто, предназначенное для блага человека, то есть являющееся гуманным. Он считал, что не может быть истинной культуры без гуманизма и духовности [38, с. 214]. Именно И. Кант четко разделил «культуру умения» и «культуру воспитания».

А.С. Запесоцкий (род. 1954) – доктор культурологии, профессор, действительный член РАО, член-корреспондент РАН, основываясь на анализ многих взглядов на культуру, отмечал, что существует не одна сотня определений этого понятия. Он понимал под культурой определенный набор ценностей и норм, типичных для некоего социума, закреплённый в виде обычаев, преданий, традиций и регулирующих смысл существования человека и общества [22, с. 150]. А.Г. Спиркин (1918–2004) – советский и российский философ определял *культуру* как «совокупность материальных и духовных ценностей, а также способов их создания, умение использовать для дальнейшего прогресса человечества, передавать от поколения к поколению» [38, с. 209]. К материальной культуре он относил средства производства и предметы труда и считал её мерилом покорения человеком природы. Под духовной культурой он понимал достижения наук и применение

их в жизни людей как в быту, так и на производстве (образование, медицина, искусство, нравственность и мораль, логика мышления и богатство языка). Всё это находит отражение в книгах, картинах, кино, архитектурных сооружениях, скульптурах и т.д.

Человек, как социальный индивид, – это результат культуры. Только передаваемый в обществе опыт поможет ему стать личностью. Передача социального опыта происходит во время воспитания и обучения. В.С. Степин (род. 1934) — советский и российский философ и организатор науки, академик РАН в своих публикациях говорил, что культура может иметь понимание как сложная система надбиологических программ человеческой жизни (деятельности, поведения и общения людей). Эти программы показаны разными видами знаний, предписаний, норм, навыков, идеалов, образцов деятельности и поведения, идей, верований, целей, ценностных ориентаций и т.д. В разных сочетаниях и историческом развитии они составляют накапливаемый и постоянно совершенствующийся социальный опыт. Таким образом, наряду с наследственным кодом, который закрепляет и показывает у разных поколений биологические программы (инстинкты питания, самосохранения, половой инстинкт и др.), у человека присутствует еще одна кодирующая система – социокод, передающий от человека к человеку, от поколения к поколению надбиологические программы, отвечающие за социальную сферу жизни [39, с. 26].

И.А. Зимняя (род.1931) – доктор психологических наук, профессор, академик РАО отмечала, что данное определение является общей социальной характеристикой культуры, тогда как для ее психологического толкования необходимо включение самого человека как субъекта культуры, ее присвоения и развития. Она добавляла, что это «... совокупность ценностей, норм и идеалов ..., присвоенная и используемая человеком в процессе его активной жизнедеятельности и во взаимодействии с другими людьми» [25, с. 34].

На основе такой трактовки понимания сути общей культуры человека, соединяя её социальные и психологические характеристики, остановимся на

ее определении, разработанном авторами: И.А. Зимняя, Б.Н. Боденко, Т.А. Кривченко, Н.А. Морозова, взявшими за основу личностно-деятельностный подход в обучении. Они подчеркивают, что *общая культура* человека состоит из: *а) внутренней культуры* (личностные, деятельностные, интерактивные особенности человека) и *б) образованности* как комплекса знаний, характеризующегося системностью, широтой, всесторонностью и глубиной [25, с. 15]. Такой подход в обучении означает, что прежде всего в этом процессе ставится и решается основная воспитательная задача образования – создание условий развития гармоничной, нравственно совершенной, социально активной через активизацию внутренних резервов, профессионально компетентной и саморазвивающейся личности. В процессе обучения учитывается ряд индивидуально-психологических характеристик обучающегося: мотивация, адаптация, способности, коммуникативность, уровень притязаний, самооценка, и т.д.

1.1.2. Внутренняя культура и образованность

Заметим, что за формирование и развитие внутренней культуры и за высокий уровень образованности несет ответственность не только семья и ближайшее окружение человека, но и система образования, т.е. государство. Именно поэтому в федеральном законе «Об образовании в Российской Федерации» отмечено, что «...содержание образования должно содействовать формированию и развитию личности в соответствии с принятыми в семье и обществе духовно-нравственными и социокультурными ценностями...» [47, с. 11], а также в тексте Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, где в требованиях к структуре основной образовательной программы основного общего образования говорится о том, что «...основная образовательная программа основного общего образования определяет цели, задачи, планируемые результаты, содержание и организацию образовательного процесса на ступени основного общего образования и направлена на формирование общей культуры,

духовно-нравственное, гражданское, социальное, личностное и интеллектуальное развитие обучающихся, их саморазвитие и самосовершенствование, обеспечивающие социальную успешность, развитие творческих, физических способностей, сохранение и укрепление здоровья обучающихся» [47, с. 511].

Вслед за И.А. Зимней будем полагать, что «*внутренняя культура*» – это «психологическая культура», т.е. установленное качество внутренней психической жизни человека как личности. Таким образом, «психологическая культура является основой общей культуры человека, будучи ее внутренним планом. Над понятием психологической культуры, как внутренней культуры человека, работали такие классики психологии как В. Вундт, З. Фрейд, К. Юнг, А. Маслоу, М. Коул, К.Д. Ушинский, Н.Я. Басов, Л.С. Выготский, Б.Г. Ананьев, С.Л. Рубинштейн и многие другие ученые.

Идея «общечеловеческого образования», необходимости «развития прежде всего и более всего гуманности в человеке, человека в человеке», высказанная русским педагогом, писателем, основоположником научной педагогики в России. К.Д. Ушинским (1824–1870) в монографии «О внимании» (1860) стала основной в его учении. Таковой она является и для понятия психологической культуры. К.Д. Ушинский также обосновал необходимость личностного подхода в педагогической деятельности, он считал, что никакие уставы и программы не смогут заменить личности в деле воспитания, т.к. только она может действовать на развитие и определение личности. В работах П.Ф. Каптерева, находим целый ряд важнейших свойств личности, имеющих непосредственное отношение к содержанию психологической культуры: «твердо установленный порядок в работе и отдыхе», «способность работать много и находить в работе удовольствие», «умение самому ухаживать за собой», «умение держать себя всегда с достоинством в обществе», «навык к внимательному обдумыванию дела», «способность к сдержке», «развитое самоуправление», «самоанализ», и т.д. [28, с. 112].

Итак, внутренняя культура – это сформированный комплекс личностной саморегуляции. Он состоит из таких компонентов как наблюдательность, психологическая проницательность, умение адекватно воспринимать самого себя и других людей, прогнозировать их поведение, система психологических знаний о людях и о себе, умение применять их на практике. К комплексу относится также определенный уровень развития интеллекта, способность к творчеству, богатство и действенность переживаний, развитая эмпатия, умение сопереживать, способность к идентификации, умение общаться, адекватно воспринимать и передавать информацию, самоконтроль, владение собой, умение управлять своими состояниями и своим умом, нравственная саморегуляция, умения и навыки социального взаимодействия, нормы, ценности и отношения к ним, включенные в смысловые личностные образования, мировоззрение, совесть.

Системообразующими из указанных выше являются самоконтроль, умение общаться и совокупность норм и ценностей, причем последний, ценностно-смысловой компонент играет главную роль. Так как именно он характеризует зрелость психологической культуры человека. Без нравственных убеждений и внутреннего нравственного закона, а также социально значимых смыслов культурное поведение человека будет формальным и обманчивым.

Внутренняя культура является результатом не только социализации и образования, но также большой внутренней работы человека, работы по объединению собственных жизненных увлечений и потребностей с интересами окружающего мира. Здесь полезно вспомнить первоначальное значение слова «культура», описанное в п. 1.1.1. Зрелая внутренняя культура, вероятно, – одно из наиболее гармоничных психологических образований. Она выступает социально-психологическим механизмом эффективной и продуктивной адаптации человека в социуме, условием полноценного и успешного взаимодействия личности с окружающими людьми и культурой, детерминантой психологического здоровья человека,

фактором качества любой человеческой деятельности, в том числе и образовательной.

В.П. Зинченко (1931–2014) – известный отечественный психолог, доктор психологических наук, профессор, писал: «Онтология духа зафиксирована в традициях, в языке, в искусстве, в религии, в бытийных слоях народного сознания, в народной памяти и нормах поведения» [26, с. 87]. Духовность, по его мнению, можно охарактеризовать «как практическую (не утилитарную) деятельность, тот опыт, посредством которого индивид осуществляет в самом себе преобразования, необходимые для достижения истины; как практическую деятельность по самосозиданию, самоопределению, духовному росту» [26, с. 89]. Таким образом, культура выражает высокий уровень качественного развития духовных достижений. Нематериальные объекты поддерживаются человеческим общением.

Образованность – это высокий уровень гармоничной педагогической сформированности человека, основанный на обладании научным пониманием мира и себя.

Такие качества человека, как духовность, интеллигентность, политкультурность, национальная и религиозная толерантность, творческие возможности, деятельность мобильность, выбор цивилизованного жизненного пути и поведения показывают подлинную образованность. Её проявления можно оценить по стараниям человека в самореализации, самоутверждении и индивидуальному самовыражению, активности в труде и гражданской позиции. Таким образом, образованность напрямую характеризует развитость человека, повышение его обучаемости, развитие интеллекта, разумности, разносторонних способностей, любознательности, научной пытливости, привычки думать, доходить до сути познаваемого и мотивации к работе над собой.

По мнению советского и российского психолога, доктора психологических наук, профессора М. А. Холодной (род. 1949) для того,

чтобы быть умным, недостаточно быть образованным. Она считала, что наравне со знаниями, умениями и навыками нужно формировать такие качества как интеллектуальные компетентность, инициатива, творчество, саморегуляция и уникальность склада ума. Называла эту систему показателей интеллектуального развития личности «КИТСУ». Она понимала при этом:

Компетентность – это такая организация знаний, которая обеспечивает возможность принятия эффективных решений даже в экстремальных условиях.

Инициатива – желание самостоятельного поиска новой информации, выдвижение идей, освоение других областей деятельности.

Творчество – это процесс созидания, основой которого являются оригинальность идей и использование нестандартных способов деятельности. Осваивая эту категорию, учащиеся приобретают возможность получить различные решения поставленных задач.

Саморегуляция – способность управлять своей умственной деятельностью и целенаправленно организовывать процесс самообучения.

Уникальность склада ума – индивидуальность познавательных стилей, сформированность индивидуальных предпочтений. Многие психологи считают, что усваиваемая школьником общая логика учебного материала становится рабочим орудием его ума только тогда, когда она превращается в неотъемлемую часть его собственной логики. У каждого ученика существует свой особый взгляд на мир, который не всегда соответствует множеству учебных «надо». Именно в уникальности склада ума заключен потенциал необычных решений. Сохранивший такую уникальность учащийся имеет больше возможностей для дальнейшего развития.

В стандартах ЮНЕСКО (специализированное учреждение Организации Объединённых Наций по вопросам образования, науки и культуры) прописано, что формировать совершенное представление о современной картине мира и его движении в будущее, ставить на первый план идею о единстве и самоценности всего живого, заложить научный фундамент для

оценки последствий деятельности, способствовать творческому и интеллектуальному развитию личности, должна система образования.

1.1.3. Основные линии изучения общей культуры

Как говорилось выше, определения общей культуры и внутренней, как её части, основывались на личностно-деятельностном подходе в образовании. Это предполагает выделение в содержании общей культуры три важнейших направления ее изучения. К ним относится культура личности; деятельности; социального взаимодействия человека.

Каждое из них состоит из двух пунктов. Культура личности – отношение и саморегуляция, культура деятельности – интеллектуальная и предметная деятельность, культура социального взаимодействия – поведение и общение. Эти направления можно рассматривать как самостоятельные, так и изучать их связи и взаимодействия с другими. Так, культуры отношения, интеллектуальной деятельности и саморегуляции создают внутренний, интеллектуально-аффективно-волевой, ценностно-смысловой пласт общей культуры человека. Культуры предметной деятельности, поведения и общения образуют внешнюю линию, в которой реализуются особенности внутренней.

Рассмотрим более подробно указанные выше направления. Изучение *культуры личности*, как указывалось выше, делится на два направления: отношение и саморегуляция. Под первым понимаем отношение к миру, осмысление его, знание мира и себя в нем, второе – это управление познавательными процессами и личностью (поведением, эмоциями и действиями), то есть своей целенаправленной активностью. Феномен стиля саморегуляции состоит в том, как человек планирует свои действия, в какой мере он учитывает значимые для достижения поставленных целей условия окружающей действительности, в том, как развиты процессы контроля, оценки и коррекции действий, а также насколько человек при этом самостоятелен, целеустремлен, способен учитывать изменение внешних обстоятельств.

Культура деятельности делится на интеллектуальную и практическую деятельности. Под первой понимаем умственную, мыслительную, познавательную и творческую деятельность человека, под второй – деятельность, подчиненную особенностям предметов материальной и духовной культуры; практические действия с реальными предметами материальной и духовной культуры соответственно их функциональному и культурно обусловленному назначению. Предметная деятельность направлена на усвоение способов правильного употребления этих предметов и на развитие способностей, умений и навыков.

Культура социального взаимодействия человека, в свою очередь, подразделяется на поведение и общение. Первое включает взаимодействия с окружающей средой, определяется способностью изменять свои действия под влиянием внутренних и внешних факторов. Второе – это сложный многоплановый процесс установления и развития контактов между людьми (межличностное общение) и группами (межгрупповое общение), порождаемый потребностями совместной деятельности и включающий в себя как минимум три различных процесса: коммуникацию (обмен информацией), интеракцию (обмен действиями) и социальную перцепцию (восприятие и понимание партнера).

Вне общения невозможна человеческая деятельность. Поведение и общение людей подчиняется правилам этикета. Этикет – это совокупность норм и правил, которые регулируют взаимоотношения человека с окружающими. Это неотъемлемая часть общественной культуры (культуры поведения). Он выражается в сложной системе взаимоотношений между людьми. Сюда входят такие понятия, как: вежливое, учтивое и покровительственное обращение с представительницами прекрасного пола; чувство почтения и проявление глубокого уважения к старшему поколению; правильные формы повседневного общения с окружающими; нормы и правила ведения диалога; нахождение за обеденным столом; обхождение с гостями; выполнение требований, предъявляемых к одежде человека.

Все эти законы приличия воплощают в себе общие представления о достоинстве человека, простые требования удобства и непринужденности во взаимоотношениях людей. В целом правила поведения совпадают с общими требованиями вежливости. Однако есть и строго установленные этические нормы, имеющие неизменный характер.

Ниже предложено семь характеристик культурного человека, выделенных И.А. Зимней:

- уважение достоинства другого человека и сохранение собственного достоинства в разнообразных ситуациях социального взаимодействия (бытового, профессионального, общественного), т.е. культура личности, саморегуляции;

- адекватность человека (внешний вид, манера поведения, общение) ситуациям бытового, профессионального, общественного взаимодействия, т.е. культура быта, труда, отдыха, здорового образа жизни, общения;

- соблюдение этно-социокультурных традиций, обычаев, норм, этикета в моно- и кросскультурном взаимодействии, т.е. культура нормативного поведения, этикета, отношения, социального взаимодействия;

- актуальная готовность использования общекультурного индивидуального фонда знаний (гуманитарных, естественно-научных, экономических, политических, правовых и т.д.), сформированного содержанием образования в процессе решения задач социального взаимодействия, т.е. культура интеллектуальной и предметной деятельности, культура интеллекта;

- ненасыщаемость потребности удовлетворения и продолжения личностного социокультурного (нравственного, интеллектуального, эстетического и т.д.) развития и саморазвития, т.е. культура саморегуляции, личностного самоопределения;

- ориентировка в основных ценностно-смысловых доминантах современного мира, страны, общества; в основных направлениях истории и

сохранения культурной жизни мира, страны, (живопись, музыка, литература, архитектура и т.д.), т.е. общецивилизационная культура;

- социальная ответственность за себя, свое поведение, ответственность за благополучие других, т.е. культура социального бытия.

Если «...сила культуры в ее преемственности, в непрерывности ее внутреннего существования и развития, в ее порождающих и творческих возможностях...» [26, с. 184], то совершенно понятно, что обеспечить такую преемственность культуры в обществе в значительной мере должно именно образование, первостепенными задачами которого являются формирование, постоянное развитие и упрочивание общей культуры обучающегося.

1.2. Гуманитаризация школьного образования

1.2.1. Понятие гуманитаризации

Происходящая в мире научно-техническая революция, небывалые достижения наук, появление новой техники, внедрение современных технологий в различных сферах производства создали предпосылки технократизации, бездуховности, дегуманизации жизни, порабощения человека машиной, превращение его в некий побочный продукт или деталь механизма производственных отношений. Этот процесс особенно пагубно отражается на детях и молодежи. Мы на каждом шагу сталкиваемся с вопиющей неграмотностью и отсутствием вкуса, неумением людей применять программные школьные навыки на практике. Система образования как бы повторяет путь развития науки, где интеллект в его технократической разновидности опередил развитие сознания науки как целого. Предметные знания в школе остаются разобщёнными, логический аспект преобладает в ущерб историко-культурному. Связи между предметами устанавливаются на основе междисциплинарных научных знаний, а не через общечеловеческое содержание школьных дисциплин. В результате обучение приобретает формальный, абстрактный характер.

Воспрепятствовать этому могут и должны усилия, направленные на *гуманитаризацию образования*. Под ней понимаем систему мер, направленных на приоритетное развитие общекультурных компонентов в содержании образования и, соответственно, на формирование личностной зрелости обучаемых.

В современной ситуации структурной перестройки образования гуманитаризация является одним из важнейших условий реального пути возвращения к истокам педагогической науки и традициям российского образования, основанного на представлениях о доминировании целей развития свободной, гуманной, духовной, творческой личности, способной к самоопределению и самореализации. Именно в наши дни образование должно стать особым социальным институтом, транслирующим базовые приоритеты российской культуры, воспитывая у подрастающего поколения уважение к истинным общечеловеческим ценностям, формируя когнитивные функции и развивая необходимые социокультурные компетенции, умение креативно функционировать в различных ситуациях. сформированность практических и эстетических качеств ребенка, развитие речи, пространственного и логического мышления, интуиции, положительного отношения к искусству.

Истоки идей гуманитаризации лежат в теоретических трудах таких великих педагогов: К.Д. Ушинский, Л.Н. Толстой, С. Френе, В.А. Сухомлинский, Б.П. Юсов и др.; философов и культурологов – М.М. Бахтин, Ю.М. Лотман и других ученых.

Понятие «гуманитаризация образования» не было однозначным. В 90-х годах прошлого века гуманитаризацию образования понимали, как склонность к увеличению в нем доли гуманитарных дисциплин (В.И. Игошин, А.А. Столяр и др.), что привело к вытеснению точных наук в должном объеме, их место заняли дополнительные часы по русскому языку, обществознанию, литературе, иностранному языку и, как следствие, переизбыток на рынке труда специалистов гуманитарной направленности, дефицит строительных, инженерных, медицинских кадров. Позднее процесс гуманитаризации

образования определялся как поиск и выделение в каждом учебном предмете проявлений общечеловеческой культуры (Т.А. Иванова, В.В. Краевский, В.С. Корнилов, Т.Н. Миракова и др.). Так, Т.А. Иванова говорила: «В этом случае любой предмет, в том числе физика, математика, химия, будет реализовывать также и функцию формирования творческих способностей учащихся, их эмоциональной сферы и ценностных, по определению гуманистических, ориентаций» [27, с. 35].

Гуманитаризация предполагает усиление взаимосвязи естественного образования с гуманитарным, т.е. более понятным, близким школьнику, усиление практического и прикладного аспектов в её преподавании. Это означает, что в обучении акцент необходимо ставить на общее развитие учащегося, а именно на развитие логического мышления, речи, пространственного воображения, интуиции, чувства прекрасного. Гуманитаризация современного образования была введена для того, чтобы отойти от устаревших стандартов первого поколения, осуществить постепенный переход к новым федеральным образовательным стандартам. Она дает возможность полноценного развития для каждого ученика.

Дифференцированный подход позволяет подразделять программы по предметам на несколько уровней. Базовый вариант предлагается школьникам, которые не заинтересованы в получении по этой дисциплине углубленных знаний, и хотят ограничиться только программным минимумом. Профильный уровень направлен на школьников, планирующих после окончания учебного заведения продолжить учебу по профилю в высших образовательных заведениях. Основной принцип гуманитаризации образования – возможность выбора учеником личной образовательной траектории.

Однако, достаточное количество исследований, посвященных уровневой дифференциации, не решило в целом проблему гуманитаризации общего математического образования.

Современная дидактика значительно лучше владеет обучением умениям и знаниям, чем собственно содержательной стороной: она не даёт понимания

предмета в целом (что в равной мере относится как к техническим, так и к гуманитарным дисциплинам). Образование продолжает уводить человека всё дальше в детали конкретных методов исследования и технологических процессов, к совершенным алгоритмическим умениям и всё меньше преподаёт урок человечности, эстетического и этического отношения к окружающему миру, к людям, наконец, к самому себе.

Рассуждая над тем, что такое гуманитаризация, ведущие педагоги страны, выделяют именно поиск смысла существования для будущих поколений. Новая система должна вернуть школьникам желание учиться, помочь им в постановке жизненных целей, выделении приоритетов.

Культура выполняет важнейшую корректирующую функцию в развитии науки и техники, выступая посредником в разрешении достаточно острых противоречий между материальным и духовным. Именно в сфере культуры оказывается возможным достоверно определить ценность и судьбу того или иного технического и технологического проекта. П.А. Флоренский считал, что культура – это среда, растящая и питающая личность. Именно культура, а не общество и коллектив определяет формирование личности. Важнейшее значение таким образом, имеют характер и направленность деятельности учебных заведений, где формируется будущий гражданин.

1.2.2. Развитие взглядов на гуманитаризацию математического образования

Воспитательная роль преподавания математики не перестает быть актуальной с конца XIX века. Такие ученые математики, педагоги, методисты, как, Н.И. Лобачевский, П.С. Гурьев, Ф.И. Буссе, А.Н. Остроградский и другие ученые руководствовались принципами сознательного обучения, самостоятельности и активности учащихся, жизненности материала, воспитывающего характера обучения. Так, С.И. Шохор-Троцкий предлагал для качественного обучения ставить ученика в условия, при которых он был бы активным участником изобретения. Мысль, о том, что изучение

математических наук в школе имеет огромное значение для развития духовных и материальных успехов человечества получила подтверждение на Всероссийских съездах учителей математики, состоявшихся в 1911–1912 и 1913–1914 годах.

В середине XX века вопросы воспитания школьников на уроках математики вновь стали темой для обсуждения. А.Я. Хинчин, В.В. Репин, а позднее, А.Н. Колмогоров, Б.В. Гнеденко, А.Д. Александров, А.А. Столяр, Г.Д. Глейзер, В.Г. Болтянский и многие другие ученые уделяли большое внимание в своих работах вопросам формирования у школьников культуры мысли, научного мировоззрения, моральных качеств и эстетического воспитания. Таким образом, ясно, что хотя термин «гуманитаризация» не употреблялся, отдельные вопросы гуманитарного потенциала всегда были предметом обсуждений и исследований.

В опубликованной в 1990 году концепции развития школьного математического образования не затрагивался вопрос гуманитаризации, но он имел широкое обсуждение в статьях А.А. Столяра, А.В. Дорофеевой, Г.Д. Глейзера, Р.С. Черкасова, Г.В. Дорофеева и др.

Так, А.А. Столяр считал, что главной задачей в обучении математике является обучение детей умению рассуждать и мыслить. А.В. Дорофеева делала упор на формировании научного мировоззрения посредством истории математики. Г.В. Дорофеев раскрывал гуманитарную направленность математического образования в таких целях обучения, как:

- овладение комплексом знаний, умений и навыков;
- формирование и развитие мышления, в том числе эвристического, алгоритмического и абстрактного, математического языка;
- реализацию возможностей математики в формировании научного мировоззрения;
- ознакомление с природой научного математического знания;
- формирование и развитие морально-этических качеств личности;

- знакомство с ролью математики в развитии цивилизации.

Г.Д. Глейзер выделял следующие свойства интеллекта, формируемые посредством геометрии: геометрическая интуиция, пространственное и логическое мышление, способность к конструктивно-геометрической деятельности, владение символическим языком геометрии. Он считал, что геометрическое образование важно с различных точек зрения: логической, познавательной (школьник познает пространственные и количественные отношения окружающего мира), прикладной, исторической (на примере развития геометрии можно проследить развитие человеческой культуры), философской. В.М. Тихомиров разделял эти взгляды на роль геометрии в гуманитаризации математического образования, но добавлял единство логического и интуитивного мышления и эстетическое развитие школьников (удовлетворение от успешной интеллектуальной деятельности).

Заметный вклад в решение проблемы гуманитаризации математического образования внес XV Всероссийский семинар преподавателей педвузов (научный руководитель доктор педагогических наук, профессор А.Г. Мордкович). На нем гуманитарный потенциал математики раскрывался по следующим направлениям:

1. Математика изучает математические модели реальных процессов; математические модели описываются на математическом языке. Человек, владеющий математическим языком способен глубже проникнуть в суть реальных процессов, правильно ориентироваться в окружающей действительности.

2. Математика ум в порядок приводит. В этом направлении раскрывается влияние математики на формирование мышления и личностные черты человека.

3. Математика влияет на развитие речи.

4. Основным принципом обучения должна стать осознанность.

Выполнив обзор докладов, можно определить гуманитарный потенциал математики следующим образом:

- математика как метод познания природы и общества;
- природа математического знания;
- связь математики с другими науками и производством;
- формирование научной картины мира, гуманистического мировоззрения;
- развитие мышления, нравственное и эстетическое воспитание;
- история математики, как часть общечеловеческой культуры.

Интересен взгляд Г.И. Саранцева на проблему гуманитаризации, которую он предлагал решать на основе концепции развития личности.

Т.А. Иванова, опираясь на сущность современного образования и его глобальной цели, теории о психологической структуре личности, концепцию о гуманитарном знании и гуманитарной культуре определяла *концепцию гуманитаризации общего математического образования* как:

- гуманитарный потенциал математического образования определять исходя из психологической структуры личности;
- выявлять его с позиций философии, методологии научного поиска и истории математики, которые включают в себя предмет и методы математики, математический язык, ведущие идеи и понятия, связь с другими науками и практикой, математическое моделирование, процесс познания, практика творческой деятельности, методы научного познания, культура и стиль мышления, история математики и отражают основной гуманитарный потенциал математики;
- гуманитарную направленность содержания образования отразить как знания о человеке, природе, обществе, мышлении, способах деятельности, обеспечивающих формирование научной картины мира как основы мировоззрения; опыт коммуникативной, умственной, эмоциональной, трудовой деятельности; опыт творческой, поисковой деятельности; опыт эмоционально-ценностных отношений;

- сформировать у школьников потребность в усвоении гуманитарного потенциала математики, используя технологию личностно-ориентированного обучения;

- применять системный подход, основным элементом которого является психологическая структура личности и закономерности её развития.

Заметим, что требования последних образовательных стандартов частично отражают гуманитарный потенциал математического образования, но существует противоречие между направленностью обучения на гармоничное развитие личности и набором типовых задач, которые проверяют достигнута ли эта цель. Гуманитарная направленность математического образования также начала находить отражение и в последних поколениях учебников. Так, в основу написания учебников по геометрии, созданных авторским коллективом под руководством А.Д. Александрова, положены следующие принципы:

1. соединение живого воображения, наглядности и логики;
2. связь геометрии с реальностью;
3. основной метод изложения – геометрический, синтетический;
4. включение в курс, по возможности, элементов современной математики;
5. построение курса на определенном уровне строгости, без логических разрывов.

Первые два принципа, по мнению авторов, призваны развивать пространственное воображение, практическое понимание и логическое мышление.

Таким образом, ясно, что самая «негуманитарная» наука – математика, обладает огромным гуманитарным потенциалом, раскрывая который, при грамотном, системном его использовании, усилит развитие общекультурных компонентов в содержании образования и, соответственно, формирование личностной зрелости обучаемых.

1.2.3. Культурологический подход в обучении

Принцип гуманитаризации содержания образовательного процесса рассматривается с позиций культурологического подхода. Он позволяет предметы учебного плана наполнить содержанием, раскрывающим успехи наук как достижения разума, борьбу концепций, проявление смелости мысли, интуиции, одержимости и других проявлений воли и характера людей науки. Такой подход предполагает обращение к национальным и религиозным традициям народа, широкое использование различных видов искусств, ремесел, физической культуры.

Необходимость использования культурологического подхода к образованию обусловлена причинами, которые можно разделить на две основные группы. Первая – общественно-политические: явно выраженные успехи научно-технического прогресса, кризис цивилизации, связанный с технократическим мировоззрением, чрезмерная информатизация общества. Вторая – педагогические причины: кризис образования, проявляющийся в несоответствии сциентистских целей образования требованиям современного общества, запросам и интересам отдельной личности. Знания (как информация) уже не могут являться самоцелью, а могут служить лишь средством формирования профессионально важных качеств личности. Современная философия образования нацеливает на новые установки, которые, в отличие от установок технократического подхода, объявляют приоритетом человеческую личность, развитие ее творческого потенциала, идеи мультикультурности, развитие способности к диалогу культур. Одним из основополагающих принципов такого подхода является культуросозидающая роль образования. *Культурологический подход* понимается как совокупность методологических приёмов, обеспечивающих анализ любой сферы социальной практики, в том числе сферы образования, в разрезе культурологических понятий, таких, как культура, культурные образцы, нормы и ценности, культурная деятельность и интересы и т.д. Он изменяет

представление об основополагающих ценностях образования как исключительно информационно-знаниевых и познавательных, вводит критерии продуктивности и творчества в деятельность учителя и ученика. Функции культуры, с точки зрения которых реализуется культурологический подход и которые являются наиболее важными при рассмотрении образования как культурного процесса – это наследование и развитие систем ценностей, обеспечение условий их постоянного обновления, создания новых образцов в целях обеспечения жизни сообществ и их разнообразия; создание и обеспечение адекватных связей, взаимодействий и коммуникаций в сообществе. Культурологический подход в образовании основан на принципах культуросообразности, продуктивности, мультикультурности.

Культуросообразность – это метапринцип, согласно которому образование должно быть, с одной стороны, адекватным современной культуре, её особенностям и требованиям, а с другой – способным к социальному реконструированию, т.е. организующим новые культурные формы, а не просто транслирующим её нормы и ценности. Культуросообразными качествами взаимодействия ученика и учителя являются: доминирование ценностей над знаниями, присутствие содействия, свободы выбора, поддержки, диалога, сопереживания.

В действии принципа *продуктивности* находит выражение творческий потенциал культуры. Это принцип, определяющий направленность образования (его содержания, форм и методов) на получение реального и практического продукта (под «образовательным продуктом» понимаем творческую работу учащегося, имеющую ценность для личности, и, следовательно, общества). При продуктивном обучении школьник учится в процессе производства своего собственного продукта – произведения его культуры (и воспроизводства созданного другими), а образовательный процесс доходит до стадии конечного, целостного, завершённого, индивидуального результата, по которому можно судить о степени овладения определённым образовательным уровнем.

Принципиально иной видится роль педагога: из традиционного учителя он становится консультантом широкого профиля, мастером, наставником. Современная теория и практика образования начинает строить дидактику на личностном понимании продуктивности. Так, А.В. Хуторской широко использовал понятие «продукты образовательной деятельности», вводя в его содержание три основных показателя: внутренняя потребность ученика в самореализации; создание собственного (нового для ученика) образовательного продукта, с обязательным творческим (эвристическим) содержанием; наличие ситуации затруднения или проблемы, преодоление которой обуславливает развитие учащегося.

Мультикультурность – принцип, способствующий как сохранению и умножению всего многообразия культурных ценностей, форм деятельности в образовательных системах, так и помогающий становлению культурной идентичности обучающихся и пониманию ими неизбежности культурных различий людей. Образование по своему содержанию и формам – и национально, и мультикультурно одновременно: в культуре невозможно провести разделительную черту.

При культурологическом подходе к образованию ее важнейшей задачей считается не просто дать обучающемуся набор норм (на уровне знаний и требований), а помочь ему осмыслить информацию, принять основные ценности как собственные жизненные ориентиры и научиться применять их на практике. В этом смысле принятие и освоение системы общечеловеческих ценностей (не усвоение знаний!) является содержанием образования. Обычно говорят о четырёх основных функциях культуры, которые проявляются во всех её процессах: преобразовательной, познавательной, коммуникативной и ценностно-ориентационной. Соответственным образом и в культурной деятельности вычленяются такие её стороны, как познание, преобразование, общение, ценностная ориентация.

Таким образом, ясно, что подлинная культура как реализация внутренней сущности человека не может не служить человеку, не быть именно гуманистической, как говорил В.С Семенов в статье «Культура и развитие человека» [36, с. 24]. Т.Н. Миракова предполагала, что гуманитаризация в широком смысле слова означает обновление средств совершенствования культуры, и доказывала, что понятия «гуманитаризация» и «культура» этимологически близки [33, с. 97]. Это позволяют сделать вывод о неразрывной связи понятий «гуманитаризация» и «культура».

ГЛАВА II. РОЛЬ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ОБЩЕЙ КУЛЬТУРЫ ШКОЛЬНИКОВ

2.1.Значение исторического материала на уроках математики

2.1.1. Историко-математические сведения как условие реализации гуманитаризации образования

Одним из принципов, на котором основывается политика государства в области образования, является гуманистический характер образования, приоритет общечеловеческих ценностей, свободного развития личности, и, следовательно, одной из основных компонент современной парадигмы математического образования является его гуманитаризация. Гуманитарный подход к математическому образованию способствует формированию математической культуры, развитию творческих способностей. В этих условиях значительно повышается необходимость создания оптимальной системы интегративного содержания образования и процесса обучения. Интеграция является в наши дни одной из определяющих тенденций познавательного процесса.

Как говорилось в п. 1.2.2, выявлять гуманитарный потенциал математических знаний следует с позиций, в том числе, истории математики, которые включают в себя предмет и методы математики, математический язык, ведущие идеи и понятия, связь с другими науками и практикой, математическое моделирование, процесс познания, практику творческой деятельности, методы научного познания, культуру и стиль мышления.

Историзация разрешает противоречия аксиологического характера между различными системами ценностей. Культурно-содержательная точка зрения на образование предполагает его исторический характер. Принцип историзма – один из принципов, на который опирается современное математическое образование. Его роль значительно возрастает при переходе

общества в информационную стадию развития. Образование должно не только формировать у школьников знания и опыт интеллектуальной деятельности, но и приобщать их к духовным и культурным ценностям. Историко-персоналистические знания, знакомство с незаурядными личностными и профессиональными качествами творцов математики, деятелей отечественного (и, в частности, регионального) математического образования позволяют повысить уровень историко-математической компетентности. Одной из важнейших функций историзации является формирование взгляда на математику и математическое образование как общекультурную ценность. Кроме того, историзация раскрывает перед учеником уникальный характер развития отечественной математики, дает повод не только для национальной рефлексии, но и для национальной гордости.

История математики является неотъемлемой составляющей гуманитарного потенциала математики вообще и школьного курса, в частности. «Под историей науки в школе понимается отражение в содержании образования единства двух процессов: истории развития конкретной науки, её идей, понятий, взглядов, проблем, теории и истории тех или иных открытий», – писала известный дидакт Л.Я. Зорина [20, с. 12].

Однако еще недооценено богатое гуманитарное содержание математики и оно, соответственно, не используется в должной мере. Мы считаем, что внедрение элементов историзма в процесс преподавания математики – яркой представительницы «негуманитарных» дисциплин – сыграет одну из главных ролей в процессе гуманитаризации образования.

Использование в преподавании элементов истории развития математики способствует достижению следующих *целей*:

- осознание значения математики в повседневной жизни человека;
- развитие понятия о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки;

- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Именно история науки занимается вопросами познания, выяснением того, как человечество продвигалось от незнания к частичному знанию, а от него к более полному и совершенному. Говоря словами И.В. Гете: «История науки – это сама наука» [32, с.1]. Обращение к фактам из прошлого дает возможность привлечь богатейший и интереснейший материал. Исторические задачи могут стать источником создания проблемных ситуаций. Чем больше будет ученик решать старинные задачи, тем богаче будет его возможность для творчества, развития глубокого и устойчивого интереса к предмету.

2.1.2. Возможности использования историко-математических сведений на уроках

О важности исторических аспектов в преподавании говорится во многих работах, специальных исследованиях, высказываниях известных ученых - математиков. В.В. Бобынин в докладах «Цели, формы и средства введения исторических элементов в курсе математики средней школы» и «Об указаниях, получаемых преподавателями математики от ее истории» на знаменитых Всероссийских съездах преподавателей математики обращал внимание на то, что рассмотрение исторического материала на уроках математики способствует:

- повышению интереса учащихся к предмету;
- углублению понимания ими фактического материала;
- расширению умственного кругозора учащихся;
- повышению их общей культуры.

Проблемы включения элементов историзма в систему обучения математике исследованы уже во многих работах как в чисто дидактическом, так и методологическом планах. Вопросы использования элементов истории математики в процессе преподавания рассмотрены в работах З.Я. Гельмана,

А.Д. Александрова, Г.Д. Глейзера, Б.В. Гнеденко, В.В. Гузеева, Л.Я. Зориной, Т.С. Поляковой, К.А. Рыбникова, В.И. Рыжика, М.Г. Ярошевского, В.М. Тихомирова, А.П. Юшкевича, и др. Этим проблемам посвящены работы В.М. Беркутова, М.А. Исаевой, Д. Икрамова, О.В Шабашовой, С.М. Насибова, Ю.С. Свистунова, У.К. Шерматовой и др.)

Отечественной школой накоплен большой опыт включения элементов историзма в преподавание школьного курса математики. Создана библиотека специальной литературы. Среди значительных книг по истории математики для школы можно назвать работы таких авторов, как И.Г. Башмакова, Б.В. Болгарский, Г.И. Глейзер, Б.В. Гнеденко, В.Н. Молодший, К.А. Рыбников, А.А. Свечников, Д.Я. Стройк, В.Д. Чистяков, А.П. Юшкевич и др. Вышли из печати сборники исторических задач:

- Г.Н. Попов. Исторические задачи по элементарной математике (1938, переиздана в 1999);
- В.Д. Чистяков. Три знаменитые задачи древности (1963);
- С.Н. Олехник, Ю.В. Нестеренко, М.К. Потапов. Старинные занимательные задачи (1988, 1996);
- И.И. Баврин, Е.А. Фрибус. Старинные задачи (1994);
- С.С. Перли, Б.С. Перли. Страницы русской истории на уроках математики: Нетрадиционный задачник (1994) и др.

Любая наука могла бы гордиться такой историей, как история математики.

Среди задач введения элементов истории в преподавание математики и средств, которыми она обладает для развития общей культуры учащихся особо выделим следующие:

1. Она развивает *научное мировоззрение*, т.к. содержит не только знания о пути, который прошла математика, формировании ее понятий и методов, но и осмысление этого пути. Показав учащимся как возникали и разрешались кризисные ситуации в науке, осознавалась их значимость в будущем, как

менялась буквенная символика и терминология, мы доказываем, что математические понятия, факты и методы развиваются и изменяются под воздействием и влиянием общества. Сведения о научных поисках, открытиях помогает увидеть по-новому то, что кажется привычным и обыденным. Исторический материал должен демонстрировать учащимся, каким может быть трудным и длительным путь ученого к доказательству утверждения в виде краткой формулировки.

2. Великий математик и философ Г.В. Лейбниц (1646–1716) подчеркивал, что история науки учит искусству открытий, то есть способствует развитию *мышления*. Нельзя считать, что основная цель преподавания вообще, и математики, в частности, состоит в том, чтобы сообщить ученику как можно больше конкретных знаний, новых понятий, теорем. «Многознание уму не научает», – говорил Гераклит.

3. Использование исторических сведений является одним из критериев интересности содержания учебного материала, служит для развития *познавательного интереса* учащихся к математике.

4. Исторические сведения служат для развития *творческих способностей* учащихся, так как включение сведений о творчестве крупных ученых, о том, как они приходили к постановке своих исследований, как находили метод решения, как формулировали окончательный результат, позволяет создать творческую атмосферу на уроках, помогает понять, что в процессе творчества нет ничего необычного, сверхъестественного, но цели достигаются в результате упорного труда.

5. Элементы истории служат средством *нравственного воспитания* учащихся, воспитания чувства гордости за достижения отечественной математики. Богатое *гуманитарное и культурное содержание* поддерживается материалами о жизни и деятельности известных ученых, внесших вклад в сокровищницу научных знаний, о том времени и общественных законах в котором они жили. *Эстетика* поддерживается красотой решения задач и строгими логическими рассуждениями при

доказательстве теорем, которые завораживают нас, также как завораживали все предшествующие поколения на протяжении тысячелетий. История науки обладает множеством впечатляющих фактов о благородных социальных и гражданских мотивах деятельности ученых. Пренебрежение этим материалом или умалчивание о нем обедняет познавательный и нравственный опыт учащихся. Лишенные конкретных доказательств о единстве науки и нравственности школьники могут считать, что существует чистая наука, далекая от реальной жизни, несвязанная с судьбами людей и общества.

Выполнять эту работу следует постепенно. Включение элементов истории должно быть оправдано содержанием конкретного материала и методически грамотно продумано.

Формирование и развитие общей культуры учащихся происходит более эффективно, если в процесс обучения систематически использовать элементы истории математики.

2.1.3. Введение историко-математических сведений и основные направления общей культуры учащихся

Заметим, что изучение культуры, как говорилось выше, проводится по трем основным планам, каждый из которых делится на два направления культуры, рассмотренные в п. 1.1.3, а им, в свою очередь, соответствуют задачи, которые мы ставим перед собой, вводя на уроки математики историко-математические сведения с учетом формирования качеств личности, рассмотренные в п. 2.1.2. и средства, которыми обладает история математики для достижения этих задач, рассмотренные в п. 2.2.1. Приведена попытка найти соответствие между ними.

Результаты исследования представим в таблице:

Связь основных направлений общей культуры и исторических сведений

Таблица

План культуры	Направление культуры	Задачи внедрения историзма	Средство истории математики
Культура личности	Отношение (к миру, наукам, себе, и др.)	Формирование научного мировоззрения	Знание и осмысление пути, который прошла математика, формирование под влиянием развития общества её понятий и методов
	Саморегуляция	Развитие самодисциплины, самоконтроля, познавательного интереса; формирование эстетического восприятия, чувства гордости за достижения отечественной и мировой науки	Сведения о научных поисках, открытиях, о трудном пути к истине, биографии ученых, факты становления науки в разных странах, красота решения задачи и логики доказательства
Культура деятельности	Интеллектуальная деятельность	Развитие мышления	Доказательство теорем, решение задач несколькими способами, в том числе и старинными
	Предметная деятельность	Развитие творческих способностей, исследовательских навыков	Работа с рисунками, моделями; знание истории возникновения инструментов и их применение
Культура социального взаимодействия	Поведение	Нравственное воспитание	Факты из биографий ученых, сведения о научных поисках, открытиях, о трудном пути к истине
	Общение	Этика в мире науки	Работа в группах, парах; умение представить результат работы и выслушать оппонента, грамотно и аргументированно выступать на публике

В распоряжении каждого учителя математики должен быть исторический материал по изучаемой теме, которым он может распорядиться по собственному усмотрению, в соответствии со своим опытом, вкусом, уровнем класса. Велико значение наличия такого материала у начинающего учителя.

2.2 Использование историко-математического материала на уроках

2.2.1. Основные формы работы на уроках математики

Успешность обучения на уроке во многом зависит от того, в какой форме организована деятельность учащихся. В философском смысле понятие «форма» трактуется как «строение, устройство, система организации, внутренняя структура, непрерывно связанная с определённым содержанием».

Выделяют три формы организации учебной деятельности. К ним относятся индивидуальная, фронтальная и групповая формы работы.

Индивидуальная работа учащихся на уроке подразумевает отдельную самостоятельную работу учащегося, подобранную в соответствии с уровнем его подготовки. Она может быть следующая:

- по карточкам;
- у доски;
- написание рефератов;
- работа с учебниками и т. д.

Выделяют два вида индивидуальных форм организации выполнения заданий: индивидуализированную и индивидуальную.

Индивидуализированная форма предполагает учебно-познавательную деятельность учащихся над выполнением специфических заданий. Сюда можно отнести работу одаренных учащихся по индивидуальному плану.

Индивидуальная – деятельность ученика по выполнению общих для всего класса заданий осуществляется без контакта с другими школьниками, но в едином для всех темпе;

Эффективное применение данной формы работы требует разноуровневого дидактического материала. Эта форма организации деятельности может быть применена на любом этапе урока, так, ее целесообразно использовать для:

- закрепления полученных знаний;
- обобщения и повторения пройденного материала;
- самостоятельного изучения нового материала и т. д.

Учитывая доступность информации в современном мире, она преобладает в выполнении домашних работ. Предпочтение индивидуальной формы организации познавательной деятельности при изучении нового материала отдается в том случае, когда его содержание вполне доступно для самостоятельного изучения.

Педагогическая ценность индивидуальной формы деятельности заключается в том, что она учитывает особенности конкретного ученика в части его образовательной подготовки и потенциальных учебных возможностей. Такая форма учит индивидуальному труду, способствует воспитанию самостоятельности, организованности учащихся. Дает каждому ученику опыт познавательной творческой деятельности. Однако, она имеет недостатки: ученик изолированно воспринимает, осмысливает и усваивает учебный материал, его усилия почти не согласуются с усилиями других, а результат этих усилий, его оценка касаются и интересуют только ученика и учителя. Индивидуальная форма несколько ограничивает общение учащихся между собой, стремление передавать свои знания другим, участвовать в коллективных достижениях.

Фронтальная форма организации познавательной деятельности предполагает одновременное выполнение общих заданий всеми учениками класса для достижения ими общей познавательной задачи. При этом педагог проводит работу со всем классом в едином темпе. Это самая распространённая в педагогической практике учителя форма работы. Ею может быть следующее:

- беседа;

- обсуждение;
- сравнение;
- диктант и т. д.

Фронтальная работа целесообразна более других форм работы в тех случаях, когда учителю стоит следить за ходом мысли учащихся. В первую очередь это изучение нового материала. Здесь она может быть эффективно организована в виде постановки и решения учебной проблемы.

Можно сформулировать следующие возможности постановки учебной проблемы на уроке:

- создание проблемной ситуации;
- подводящий диалог;
- сообщение темы урока в готовом виде, но с применением мотивирующего приема.

Правильная её постановка способствует порождению у школьников мотивации к познанию нового на уроках математики.

Эффективным при фронтальной работе также является такой прием, как объяснение (решение) с ошибками. Учитель сообщает, что в процессе объяснения (решения) он сделает несколько ошибок. Ученики по ходу рассказа учителя фиксируют ошибки, а в конце объяснения или по ходу объяснения указывают их. Такой прием используется тогда, когда учащиеся владеют методом, который применяется при объяснении.

Фронтальная работа на этапе актуализации или закрепления знаний может быть организована в виде заданий с выбором ответа для всего класса. Классу предлагаются задания и варианты ответов. У учащихся на парте есть карточки трех цветов. Ученик выбирает ответ и сигнализирует соответствующей карточкой. После каждого задания один из учеников комментирует решение. Эта форма работы проходит веселее, если на каждый вариант ответа нужно не показывать карточку, а выполнять какое-то действие. Например, хлопнуть в ладоши, взять себя за нос, закрыть глаза, встать,

присесть, сказать «ура!» и т.п.

Похожая форма работы – «Верю, не верю». Учитель говорит какое-то утверждение по теме урока. Если учащиеся соглашаются, то поднимают синюю карточку, если нет, – красную. Аналогично, карточки можно заменить на какие-то действия.

Фронтальная работа проходит интересно с использованием раздаточного материала. Она требует от педагога большого умения держать в поле зрения весь класс, видеть и организовать работу каждого школьника, терпеливо выслушивать всех учащихся, корректировать их ответы и т. д.

Достоинства фронтальной формы организации учебной деятельности заключаются в том, что она:

- воспитывает в учащихся чувство коллективизма;
- позволяет обучаемым рассуждать;
- формирует устойчивые познавательные интересы;
- учитель получает возможность влиять на весь коллектив класса;
- ритмичность в деятельности школьников на основе учета их индивидуальных особенностей.

Главным недостатком такого вида деятельности является то, что она ведет к проявлению тенденции к нивелированию учащихся, побуждению их к единому темпу работы. Такая форма не учитывает индивидуальные особенности учащихся, в результате чего ученики с более низким уровнем подготовки хуже усваивают материал, а сильные ученики не имеют возможности совершенствовать свои способности. Также, при ней нет четких критериев выставления оценки ученику.

Групповая форма организации учебной деятельности учащихся предусматривает создание небольших по составу групп в пределах одного класса. Выделяют следующие формы группового взаимодействия:

- *Парная форма учебной работы* – два ученика выполняют некоторую часть работы вместе. Форма используется для достижения любой

дидактической цели: усвоение, закрепление, проверка знаний и т.д.

Работа в парах дает ученикам время подумать, обменяться идеями с партнером и, лишь потом, озвучивать свои мысли перед классом. Она способствует развитию навыков высказываться, общаться, критически мыслить и вести дискуссию.

Так, данную работу можно применять при проведении зачетов по теории. В паре легко организовать взаимопроверку домашнего задания. Таким образом дети с интересом работают с раздаточным материалом, таким как «Математическое домино», «Математическое лото». Данная форма групповой работы проста в организации, так как дети сидят за партой в паре.

- *Кооперативно-групповая учебная деятельность* - это форма организации обучения в малых группах учащихся, объединенных общей учебной целью. При такой организации обучения учитель руководит работой каждого ученика опосредованно через задачи, которые он ставит перед группой. Выполняя часть общей для всего класса цели, группа представляет, защищает выполненное задание в процессе коллективного обсуждения. Главные итоги такого обсуждения становятся общими для всего класса и записываются всеми присутствующими на занятиях. Такую форму организации можно применять при рассмотрении разных способов решения одной и той же задачи, а также на уроках обобщающего повторения.

В технологии активных методов обучения есть такая форма организации групповой работы учащихся, как «Автобусная остановка». Класс делится на группы по числу разделов повторяемой темы. На стенах в разных частях кабинета развешивается такое же число ватманских листов, на которых записаны вопросы по каждому разделу, предлагаются задания для решения. Каждая группа 3–5 минут работает с одним заданием, а затем переходит к следующему. Так продолжается, пока все группы не пройдут все «автобусные остановки». Затем записи на листах обсуждаются всем классом.

- *Дифференцированно-групповая форма* предусматривает организацию работы ученических групп с различными учебными возможностями. Задачи дифференцируются по уровню сложности или по их количеству.

Данная форма хороша на уроках закрепления изученного материала в классах, где успеваемость учащихся сильно различается. Её можно организовать следующим образом. Сначала учащиеся разбиваются на группы по результатам учебных достижений. Учитель консультирует группу сильных учащихся, а средним и слабым предлагает повторить теорию по теме. Затем группа сильных учащихся работает самостоятельно. Учитель со средними и слабыми проводит разбор типовых заданий на доске. После чего средние ученики получают свою порцию заданий для самостоятельной работы в группе. А слабые учащиеся продолжают работать под руководством учителя, который может корректировать их ошибки.

- *Звеньевая форма* предусматривает организацию учебной деятельности в постоянных малых ученических группах, управляемых лидерами. Ученики работают над единственной задачей.

- *Индивидуально-групповая форма* предусматривает распределение учебной работы между членами группы, когда каждый член группы выполняет часть общей задачи группы. Результат выполнения сначала обсуждается и оценивается в группе, а затем выносится на рассмотрение всего класса и педагога.

При организации групповой работы группы могут быть *стабильными* или *временными*, *однородными* или *разнородными*. Количество учеников в группе зависит от общего количества их в классе, характера и объема знаний, наличия необходимых материалов, времени, отведенного на выполнение работы. Оптимальной считают группу из 3–5 человек. Объединение в группы может осуществлять учитель (в основном на добровольных началах, по результатам жеребьевки) или сами ученики по выбору.

Группы могут быть *гомогенными* (однородными), т.е. объединенными

по определенным признакам, например, по уровню учебных возможностей, или *гетерогенными* (разнородными) В разнородных группах, когда в одну группу входят сильные, средние и слабые ученики.

Большинство современных педагогических технологий основано на использовании именно групповой формы работы из-за преимуществ, которые она дает. Отношения между учителем и учениками при такой форме работы приобретают характер сотрудничества, потому что педагог непосредственно вмешивается в работу групп только в том случае, если у учащихся возникают вопросы, и они обращаются за помощью к учителю.

Решение конкретных учебных задач осуществляется благодаря совместным усилиям членов группы. При этом учебная деятельность не изолирует учеников друг от друга, не ограничивает их общение, взаимопомощь и сотрудничество, а наоборот, создает возможности для объединения усилий действовать согласованно и слаженно, совместно отвечать за результаты выполнения учебного задания время задачи в группе выполняются таким образом, что позволяет учитывать и оценивать индивидуальный вклад каждого члена группы.

Контакты и обмен мнениями в группе существенно активизируют деятельность всех учеников – членов группы, стимулируют развитие мышления, способствуют развитию и совершенствованию их речи, пополнению знаний, расширению индивидуального опыта.

В групповой учебной деятельности учащихся успешно формируются умения учиться, планировать, моделировать, осуществлять самоконтроль, взаимоконтроль, рефлексия и т.д. Важную роль она играет в реализации воспитательной функции обучения. В групповой учебной деятельности воспитывается взаимопонимание, взаимопомощь, коллективность, ответственность, самостоятельность, умение доказывать и отстаивать свою точку зрения, культура ведения диалога.

Недостатки данной формы организации учебной деятельности: трудности комплектования групп и организации работы в них; учащиеся в

группах не всегда в состоянии самостоятельно разобраться в сложном учебном материале и избрать самый экономный путь его изучения, что приводит к потере учебного времени.

Успех работы в группах зависит от умения учителя комплектовать группы, организовывать работу в них, постановки четких критериев оценки работы каждого и группы в целом, умения распределять свое внимание так, чтобы каждая группа и каждый ее участник чувствовали заинтересованность педагога в их успехах, в нормальных и плодотворных межличностных взаимоотношениях.

Необходимо отметить, что по отдельности каждую из трех форм организации учебной деятельности учащихся применять не рекомендуется. Только сочетание этих форм – групповой, фронтальной и индивидуальной – приносит ожидаемые положительные результаты. Это сочетание определяется учителем в зависимости от решаемых учебно-воспитательных задач на уроке, специфики содержания, его объема, уровня подготовки класса и т. п.

2.2.1.1. Формы работы с историко-математическим материалом

Важная методическая проблема заключается в создании научно-обоснованной системы работы учителя с историческим материалом на уроках математики. Она еще очень далека от своего совершенства. Необходимо найти умелое сочетание элементов истории с математическим материалом. Трудность заключается в отборе конкретного исторического материала, а также методов и форм его преподавания. Для реализации названных в п. 2.1.2. дидактических функций элементов истории на уроках математики они должны быть специально включены в программы и учебники. В идеале по каждой теме школьного курса математики нужно создать соответствующие методические разработки с указанием конкретных исторических фактов и методов их преподнесения учащимся.

Заметим, что при введении элементов историзма можно применять все формы работы на уроке математики, перечисленные в п. 2.2.1. Исторический

материал может быть использован на любом этапе урока. Иногда эти сведения полезно дать перед объяснением нового материала, иногда органически связать его с отдельными вопросами темы урока, а иногда дать как обобщение или итог изучения какого-нибудь раздела, темы курса математики.

В первом случае исторические сведения помогут лучше мотивировать важность новой темы и нового раздела, что вызовет интерес учащихся к их изучению. Однако для того, чтобы сделать более глубокие обобщения и выводы мировоззренческого характера, нужно исторические сведения сообщать при закреплении или повторении пройденной темы, главы. При этом можно выделить этапы исторического развития теории и сообщить сведения о трудах и деятельности ученых, сделавших первые шаги в разработке теории, и о тех, кто обобщив работы предшественников, создал данную теорию. Совершая исторический экскурс, останавливаясь на этапах развития теории, учитель опирается на пройденный материал и тем самым добивается более прочного усвоения теоретического материала темы.

Наиболее часто применяемыми методическими приемами при сообщении исторического материала являются следующие: *рассказ учителя, эвристическая беседа, проблемное изложение, лекция, исследовательская работа учеников*. Используемые учителем методические приемы зависят от специфики исторического материала, от целей и задач, которые ставит учитель при подаче этого материала. Среди них особое место занимает рассказ учителя, который для сообщений отдельных важных исторических сведений применяется чаще. Элементы лекционного изложения могут иметь место в старших классах.

При сообщении исторического материала может быть использован также проблемный подход. Объяснение нового материала можно начинать с постановки проблемы, которая логически вытекает из ранее пройденного и ведет к необходимости более высокой ступени познания окружающего мира. Такой подход вызывает большой интерес учащихся к математике.

В ходе урока для сообщения биографических сведений и творческой деятельности того или иного ученого привлекаются также учащиеся.

При отборе исторического материала необходимо руководствоваться программой по математике. Отобранный материал должен отражать основные сведения развития математики как науки. При его изложении должны быть учтены возраст учащихся, уровень развития их мышления, подготовка. Он должен быть не пересказан, а умело вплетен в программный материал и использован в воспитательных и образовательных целях. Объем излагаемого исторического материала, который используется на уроках, не должен быть по своему объему большим, чтобы не превращать уроки математики в уроки истории. Необходимо помнить основную цель его использования: исторический подход должен способствовать повышению интереса к математике, более глубокому ее пониманию.

Таким образом, в работе с учащимися основной школы и старших классов можно выделить следующие *формы использования* исторического материала (классификация по объему предлагаемой информации): историческая справка; исторический экскурс; историческая задача; статья (сочинение) на историческую тему; реферат, посвященный истории математики; проект по истории математики.

Среди *форм проведения* выделим: создание соответствующей проблемной ситуации; короткое сообщение ученика; доклад ученика; беседа или рассказ учителя; урок или семинар по определенной теме.

Курс математики основной школы может создать условия для того, чтобы школьники увидели, как сложилась та или иная математическая теория, в силу каких причин возникла, как и с чем связана, как работает наша наука, какими методами она изучает окружающую действительность, каковы ее возможности и ограничения. Для этого необходимо систематически наполнять наш предмет материалом из исторического развития математики.

2.2.2. Деятельность учителя при отборе сведений из истории математики

Математика и история – две неразрывные области науки. Математика, в отличие от большинства других преподаваемых в школе дисциплин имеет предметом своего изучения не непосредственно вещи, составляющие окружающий нас внешний мир, а количественные отношения и пространственные формы, свойственные этим вещам. Этой особенностью математической науки в первую очередь объясняются те хорошо известные методические трудности, которые неизбежно встают перед преподавателем математики и которых почти не знают преподаватели других наук: перед учителем математики стоит нелегкая задача – преодолеть в сознании учеников возникающее со стихийной неизбежностью представление о «сухости», формальном характере, оторванности этой науки от жизни и практики.

Но этой же особенностью математической науки в значительной мере объясняется и специфика задач, встающих перед учителем математики, который хочет использовать преподавание своей науки в воспитательных и образовательных целях. Ясно, что и здесь стоящая перед ним задача сложнее, чем в случае большинства наук, ибо научная дисциплина, занятая изучением не самих вещей, а лишь отношений между ними и потому необходима требующая поднятия на некоторую ступень абстракции, – такая дисциплина, очевидно, лишь в редких случаях способна давать учителю повод к эффективному воздействию на формирование характера и мировоззрения учащихся, на регулирование их поведения.

Чтобы учитель был готов к использованию исторического материала на уроках математики, ему необходимо сделать следующее:

- изучить математическую культуру и ее развитие у разных народов и наций, уделив особое внимание России;
- раскрыть основные закономерности развития математики;

- познакомиться с жизнеописанием и научной деятельностью ученых-математиков;
- определить содержание, объем исторических сведений, используемых в школьном курсе математике;
- познакомиться с основными принципами отбора материала из истории математики, который можно использовать на уроках.

Для подготовки к урокам с использованием исторического материала необходимо придерживаться следующей схемы:

- определить место исторического материала при изучении темы;
- установить, с какими элементами данной темы или группы тем допустимо связать использование исторического материала;
- определить место исторического материала в уроке, возможность использования его на протяжении всего урока или фрагментарно;
- отобрать из известных средств реализации те, которые могут быть использованы наиболее эффективно на данном уроке;
- наметить внеклассные занятия, на которых могут быть более полно обсуждены данные вопросы.

Каждый учитель может научиться использовать в своей работе задания историко-математического характера. Для этого ему необходимо владеть научными знаниями исторического материала и умениями включать исторический материал в тему урока. Знание прошлого науки позволяют в концентрированном виде получать представление о формировании научных понятий, возникновении научных идей, создании методов исследования, таким образом развивая общую культуру учащихся.

Нами были отобраны некоторые **задачи, беседы учителя и сведения из биографий** с указанием класса и места в тематическом плане:

Перед вами картина «Устный счет» художника Н.П. Богданова-Бельского (1868–1945). На ней изображен урок арифметики в сельской школе XIX в., в которой преподавал профессор С.А. Рачинский, покинувший

университетскую кафедру, чтобы стать народным учителем. На классной доске записана следующая задача $\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{365}$. Решите её устно.

Данная задача полезна ученикам в 5 классе после изучения квадрата числа (учат наизусть квадраты чисел до 20). Пытались заметить, что $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2 = 365$. По желанию можно подготовить рассказы о художнике Н.П. Богданове-Бельском (множество картин на школьную тематику) и о профессоре С.А. Рачинском (из какой семьи, какой наукой занимался).

В 6 классе при прохождении темы «Нахождение числа по значению его части» можно предложить задачу Бхаскары II: Из множества чистых цветков лотоса были принесены в жертву: Шиве – третью долю этого множества, Вишну – пятую и Солнцу – шестую, четвертую долю получил Бхавани, а остальные 6 цветков получил уважаемый учитель. Сколько было цветков? Полезно привести краткие сведения об авторе.

Бхаскара Акария (1114–1185), обычно называемый Бхаскарой II, чтобы отличить его от другого индийского учёного Бхаскары I (VII в.), – крупнейший индийский математик и астроном XII в. Возглавлял астрономическую обсерваторию в Удджайне. Он написал трактат «*Сиддханта-широмани*» («Венец учения»), состоящий из четырёх частей: «*Лилавати*» посвящена арифметике, «*Биждаганита*» – алгебре, «*Голадхайя*» – сферике, «*Гранхаганита*» – теории планетных движений. Бхаскара получал отрицательные корни уравнений, хотя и сомневался в их значимости. Ему принадлежит один из самых ранних проектов вечного двигателя.

Книга «*Лилавати*» в странах Азии была образцом учебника по технике вычислений. В 1816 г. она была напечатана в Калькутте и с тех пор неоднократно переиздавалась в качестве учебника математики.

Бхаскара в своем стихотворении, датированном примерно 1150 г., описывает некое колесо с прикрепленными наискось по ободу длинными, узкими сосудами, наполовину заполненными ртутью. Принцип действия этого

первого механического «перпетум мобиле» был основан на различии моментов сил тяжести, создаваемых жидкостью, перемещавшейся в сосудах, помещенных на окружности колеса.

Первый **урок алгебры** разумно начать с беседы о её возникновении:

В древнегреческой, вавилонской математике метод решения становился ясным из нескольких однотипных примеров. Первое сочинение по алгебре «Краткая книга об исчислении ал-джабр и ал-мукабала» написал арабский ученый Мухаммед ибн Муса ал-Хорезми (ок. 825). Слово «ал-джабр» означало перенос вычитаемых из одной части равенства в другую, «вал-мукабала» – уничтожение равных слагаемых в обеих частях. По мнению некоторых историков науки, операции возникли из практики взвешивания, когда в буквальном смысле «восполняли» недостающий вес или снимали одинаковые грузы (в пользу такого предположения свидетельствует и название одного из приемов решения уравнений – «весы»). Книга ал-Хорезми имеет особое значение в истории математики как руководство, по которому долгое время обучалась вся Европа. Именно под влиянием арабской математики алгебра оформилась как учение о решении уравнений. Слово стало названием науки довольно поздно – в начале XII в. в форме «алгебра и мукабала», потом просто «алгебра». В XVI в. в Италии возникло другое название «коса», от латинского «*вещь, неизвестное*», а математики называли себя «косисты», они много сделали в решениях уравнений 3-ей и 4-ой степеней, и только в XVIII столетии утвердилось окончательно *алгебра*, хотя И. Ньютон назвал свою книгу «Общая арифметика» (1707). Первая печатная книга по алгебре появилась в 1494 г., автор её – Лука Пачоли (1454–1514), монах-францисканец и друг Леонардо да Винчи. Книга содержит все сведения по арифметике, алгебре и тригонометрии конца XV в. В русский язык слово перешло из польского в Петровскую эпоху и до конца XVIII в. произносилось с ударением на втором слоге. В 1738 г. встречается и вариант «алджебра». Первая русская книга по алгебре написана инженером Н.Е. Муравьевым (1752). Однако первое место принадлежит «Универсальной арифметике» Л. Эйлера – русское издание

1768 г., немецкое – 1770 г., французский перевод – 1774 г. с приложением Ж.Л. Лагранжа. Книга переиздавалась более 30 раз в течении двух веков.

Первый **урок геометрии**, также можно начать с беседы о том, как возникла геометрия (прил.).

В 7 классе перед доказательством второго признака равенства треугольников будет уместна задача Фалеса о нахождении расстояния от берега до корабля. Перед этим кто-то из учащихся готовит рассказ о Фалесе, его жизни и вкладе в математику (прил.).

Фалес Милетский – один из древнегреческих математиков VII в. до н.э. Он считается одним из первых геометров, родоначальником греческой стихийной материалистической философии. Политик, физик, крупнейший астроном своего времени и государственный советник. Он был причислен к «семи мудрецам древности», среди которых назван первым. На статуе Фалеса в Милете красуется надпись: «Град ионийский Милет вскормил и воздвигнул Фалеса, в мудрости старшего всех, в звёзды вперяющий ум».

Ему принадлежит открытие продолжительности года и деление его на 360 дней, он первым объявил, что размер Солнца составляет $\frac{1}{720}$ своего кругового пути и вычислил его длину. Фалес первым назвал последний день месяца тридесатым, открыл Полярную звезду в созвездии «Малой медведицы» по которой моряки ориентировались в море, предсказал солнечное затмение 23 мая 585 года до н.э. и т.д. Поэтому о нём говорили: «Между семью мудрецами Фалес – мудрец-звездовидец».

Его геометрические знания были обширными. Ему принадлежат открытия, которые, конечно, нам сегодня кажутся тривиальными. Он доказал: равенство вертикальных углов; второй признак равенства треугольников; теорему о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника; теорему о том, что вписанный угол, опирающийся на диаметр, прямой; наконец, всем известную теорему, носящую его имя. Фалес впервые решил многие геометрические задачи. Предложил, в частности, способ определения

расстояния до корабля на море, вычислил высоту пирамиды Хеопса по длине, отбрасываемой ею тени, используя подобие прямоугольных треугольников. Решение этой задачи вошло в легенды и часто служит его визитной карточкой.

Из глубины веков дошли сведения, о том, что Фалес был победителем в пятиборье на одной из олимпиад и едва ли не первым болельщиком, умершим на олимпиаде, наблюдая кулачные бои, чемпионом в которой стал никому тогда ещё не известный юноша Пифагор. Умер Фалес от жары и жажды, прожив 78 лет.

Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными можно начать с решения **задачи иранского ученого XVI в. Бегаэдина**: Разделить 10 на 2 части, разность которых равна 5.

Также в этой теме можно предложить еще одну **задачу Бхаскары II**: некто сказал другу: «Дай мне 100 рупий, и я стану вдвое богаче тебя», друг ответил: «Дай мне только 10 и стану в 6 раз богаче тебя». Сколько денег у каждого?

Необходимо также рассказывать ученикам и **о происхождении математических понятий, терминов и обозначений**. Так, в 7 классе при прохождении темы «Прямоугольный треугольник»:

Гипотенуза. Термин образован от греческого «натягивать»; буквальное значение слова – «натянутая». Это название происходит, конечно, от способа построения прямоугольного египетского треугольника с помощью натягивания веревки. Евклид вместо термина гипотенуза так и писал «сторона, которая стягивает прямой угол». Еще в XIX в. было принято чертить прямоугольный треугольник таким образом, что основанием была гипотенуза.

Однако, есть сведения, что в Древнем Китае также были знакомы с прямоугольными треугольниками. Так, в книге «Математика в девяти книгах» (II в. до н.э.) гипотенузу называют *сянь*, что значит тетива, а катеты – *го*, что значит крюк, катет больший, вертикальный и *гоу* – берцовая кость, катет меньший, горизонтальный. Соответственно и прямоугольный треугольник изображали так, что его основанием был меньший катет.

Катет. От греческого «опущенный перпендикулярно, отвес». В Средние века катетом называли высоту прямоугольного треугольника, в то время как его основанием была гипотенуза. В XVII в. слово начинает употребляться в современном смысле и широко распространяется в XVIII в. В русском языке слово претерпевало множество изменений: у Л.Ф. Магницкого – катетус (1703); 1803 – кафет (очевидно, термин взят непосредственно из греческого языка); В.Я. Буняковский – катет (1839); 1896 – катет; В. Даль – катета.

2.2.3. Раскрытие историко-математического содержания на примере возникновения и развития некоторых чертёжных инструментов

Представленный ниже материал можно использовать на уроках математики в 5–6 классах с целью познакомить учеников с основными чертежными инструментами перед изучением геометрии. Для этого можно использовать все перечисленные выше формы работы на уроке.

Невозможно представить развитие человеческой культуры без умения выполнять геометрические построения. Зарождение первых пространственных образов относится к доисторическим временам. Возведение жилищ, проведение в них перегородок, изготовление посуды, шитье одежды и другие виды практической деятельности дали обобщенное понятие прямой линии, геометрических фигур, а также тел вращения и их частей. Постепенно формировалось учение и о геометрических построениях. В практической деятельности строителям, архитекторам, скульпторам, художникам часто приходилось делить линию на отрезки или круг на части, строить окружность или угол, выполнять замеры деталей или переносить их с рисунка на материал, то есть выполнять геометрические построения. Для этой цели были созданы чертежные инструменты.

Следует заметить, что ученые, начиная с Пифагора (VI–V вв. до н.э.), использовали для построений только циркуль и линейку без делений, то есть приборы, позволяющие проводить прямые линии, отрезки, окружности и их

части. История циркуля и линейки насчитывает несколько тысяч лет. Ниже представлены сведения о них, ряде усовершенствованных приборов и их применении.

Линейка. Люди давно научились проводить прямую линию при помощи веревки. Термин «*линия*», от которого возникло название «линейка», происходит от латинского *linum* – «льняная нить». Известно, что в древнем Египте уже использовали веревку с узелками для того чтобы наделить землю или восстановить участки после очередного разлива реки Нил. Специально обученные люди, называемые гарпетонаптами («натягиватели веревки»), занимались разметкой земли, помогали при строительстве храмов и т.д.

В дальнейшем уже использовались гладко обструганные дощечки – линейки. Заметим, что сначала их обстругивали с одной стороны, затем ровными стали обе, что позволило проводить параллельные линии. Впоследствии были соединены две линейки и получен наугольник.

Он помогал расчертить каменную плиту при строительстве пирамид, делить на столбцы пергаментный лист. В школах Рима на дощечке прорезали окошки-буквы, и учитель водил по ним неумелой рукой ученика. В наши дни её называют трафаретом. Есть доказательства того, что в Средние века немецкие монахи изобрели своего рода линейки. Были найдены листы с колонками и размеченными линиями, которые проводились при помощи специальных свинцовых пластинок. Во многих странах Европы линейки имели несколько иной вид. Это были железные прутья – «шильца».

Не обходились без линейки и русские писцы, называя её «правильцем». В расходных книгах московских приказов XVII века нередко встречалось название «каракса» – линейка, представлявшая раму в размер листа, на которую туго натягивали нити. Положив ее на лист бумаги, писец проводил костяной палочкой линии–строчки. Вот почему рукописи того времени удивляют нас ровностью строк и четкими интервалами между ними.

Позднее линейки стали использовать также и для различного рода измерений, ставя на них метки-рисочки. Деления на линейке (сантиметры,

миллиметры) появились после того, как в 1719 г. по предложению Парижской Академии наук за единицу длины был принят метр – одна десятиmillionная часть четверти Гринвичского меридиана. Сначала французские академики изготовили две линейки. Они были выполнены из платины и имели длину один метр, а ширину 25 миллиметров. Такие размеры сразу же получили название «республиканский метр». Позднее линейки, доступные только для ученых, изготавливались из дерева. Вскоре стали производить линейки и для студентов. И только в первом десятилетии XIX в. эта полезная вещь начала входить в обиход школ.

Иногда для удобства с разных сторон линейки отмечали различные величины измерения, например, с одной стороны – сантиметр, а с другой – дюйм. Последний – это английская единица измерения расстояния, равная 2,54 см. В Россию «республиканские линейки» попали как трофей в 1812 году. Их производство было налажено только с 1899 года благодаря инициативе Дмитрия Ивановича Менделеева (1834–1907). Именно этот великий химик поспособствовал тому, чтобы в России была внедрена метрическая система мер, и, прежде всего, линейка.

Кроме обычной линейки существует чертежный треугольник. Это наугольник, концы которого соединены линейкой, так чтобы образовался прямоугольный или равнобедренный прямоугольный треугольник. Широкое применение имеют такие треугольники с углами, равными 60° и 30° , а также по 45° .

В Западной Европе XVI века появилась потребность в сложных расчетах и вычислениях. С этой целью были изобретены логарифмы. Об этом писал Иоганн Кеплер (1571–1630) тюрингскому профессору математики и астрономии Вильгельму Шиккарду: «...некий шотландский барон, имени которого я не запомнил, выступил с блестящим достижением: он каждую задачу на умножение и деление превратил в чистое сложение и вычитание...». Этим шотландцем был математик Джон Непер (1550–1617). Его интересы были разносторонними. Работая над вопросами математики, он

одновременно занимался проблемами землеустройства, конструировал различные приспособления военного назначения и т.д. Математические труды Непера направлены на упрощение и упорядочение математики, алгебры, тригонометрии. Широко известны его «Неперовы аналогии» и «Неперово правило круговых частей» для решения сферических прямоугольных треугольников. В Эдинбурге он опубликовал трактат «Описание удивительной таблицы логарифмов» (1614), в котором привел краткие сведения о них, свойства, поместил семизначные таблицы логарифмов, а также примеры их применения. Составляя эти таблицы, он исходил из сравнения арифметической и геометрической прогрессий, причем члены первой называл логарифмами, которым во второй соответствовали определенные числа. Таблицы предназначались для нахождения логарифмов тригонометрических величин, хотя их можно было использовать и для отыскания логарифмов натуральных чисел.

В начале XVII в. английский астроном Эдмунд Гюнтер (1581–1626) предложил нанести на линейку логарифмическую шкалу и с помощью двух циркулей выполнять операции с логарифмами. В 20-е годы XVII в. английский математик Эдмунд Уингейт (1596–1656) усовершенствовал линейку Гюнтера, введя две дополнительные шкалы. Одновременно (1632) свой вариант линейки, мало чем отличавшейся от современного, опубликовал в трактате «Круги пропорций» Вильям Оутред (1574–1660). Его и считают автором первой логарифмической линейки. Сначала она была *круговой*, но в следующей книге «Дополнение к использованию инструмента, называемого Кругами Пропорций» (1633), ученый опубликовал описание *прямоугольной логарифмической линейки*. В таком виде ее применяли до середины XX в.

В 1925 г. при нанесении на планшет координатной сетки появилась еще одна линейка, которая получила название по имени её изобретателя – Фёдора Васильевича Дробышева. Впоследствии она была удлинена до 100 см и стала носить название «линейки Базеева-Лизунова» (ЛБЛ).

В наши дни такие линейки практически не используются, так как чертёжные работы выполняются с помощью компьютерной техники.

Объединив начертательные, измерительные и вычислительные функции этого инструмента, были созданы *навигационные, артиллерийские, офицерские* линейки. В медицине существует *кардиологическая линейка* для расшифровки электрокардиограмм.

Циркуль. Наблюдения за окружающим миром, вид линии раздела между небесным сводом и землей, натягивание тетивы лука и многое другое привело людей к изучению криволинейных фигур, в частности, окружности. К доисторическим временам относятся первые изображения кругов. Тогда же в Вавилоне было изобретено колесо. Первые колесницы встречаются при раскопках богатых могил конца III тысячелетия до н. э. и более позднего времени (находки в Кише, Уре и др.). Для удобства использования и повышения скорости движения колесо было усовершенствовано, что, конечно, было невозможно без циркуля.

С давних времен применялся циркуль для изготовления ножей в форме дисков и сегментов, круглых сосудов, при строительстве храмов. Слово циркуль происходит от латинского «*circulus*» – «круг», «окружность», «кружок».

Согласно древнегреческой легенде, циркуль изобрел Талос, племянник легендарного архитектора, скульптора, изобретателя столярных инструментов, первого «воздухоплавательного» аппарата Дедала. В возрасте двенадцати лет он построил гончарный круг, а также пилу. Скорее всего, Талос изготовил циркуль, соединив с помощью шарнира два одинаковых по длине стержня. Дядя понял, что ученик может превзойти его в таланте и мастерстве, а потому в подходящий момент столкнул юношу с городского вала.

В Китае были найдены рисунки с мифическими мотивами, на которых прародители китайцев держат в руках циркуль и наугольник.

Но мифы остаются мифами, а циркуль наравне с линейкой являются, пожалуй, самыми древними чертежными инструментами. Изображения

окружностей на глиняных сосудах археологи обнаруживали во всех регионах мира. Изделия протогеометрической керамики можно встретить в некоторых музеях, например, собрании Государственного музея изобразительных искусств им. А.С. Пушкина. Следует отметить, что не всегда эти узоры точные. Видимо, инструменты для нанесения концентрических окружностей на поверхность сосудов были дорогими и имелись в распоряжении не всех древних мастеров.

Но в тех случаях, когда окружности построены верно, практически всегда можно заметить в их центре отметку от острия неподвижной ножки циркуля.

Заметим, что циркули с пружинной подвижной ножкой для проведения окружностей на сферической поверхности широко использовали ученые стран ислама еще с IX–X вв. На резной посуде, ювелирных украшениях, куполах и стенах храмов древних Вавилона и Ассирийского царства (II–I вв. до н.э.) сохранились изображения очень ровных кругов. Ясно, что в этих государствах были знакомы с циркулем.

Известны три основных вида этого инструмента: веревочный, штангенциркуль и кронциркуль.

Веревочный циркуль – это веревка с отмеченными на ней (чаще всего узлами) расстояниями или с закрепленными на концах стержнями. Расстояние между соседними узлами у египтян было равно одному фараонскому локтю, то есть не было постоянным. Известно о его применении при разметке или восстановлении земельных участков. Веревочный циркуль применяется и в наше время, несмотря на свою примитивность. Его используют там, где нужно нарисовать дугу окружности большого радиуса, например, при разметке спортивных арен, где использование «жесткого» циркуля неудобно. Египтянам был знаком также циркуль-землемер – разновидность *кронциркуля*, представляющая жесткую конструкцию из трех палок, зафиксированных таким образом, что расстояние между концами двух из них постоянно. Такой землемер использовали и на Руси. Кроме этого, было изобретено много других

модификаций кронциркулей. Миниатюрными «балеринками» обычно пользуются для вычерчивания окружностей небольших радиусов.

Разметочный циркуль представляет два металлических стержня, соединенных пружинным кольцом и стопорным винтом. Первое обеспечивает рабочим концам циркуля возможность раздвигаться, расходиться в разные стороны, а второй – необходим для фиксации расстояния между стержнями. Рабочие концы стержней делают заостренными. Применяется такой циркуль при делении линий и окружностей на отрезки и дуги, соответственно, построении углов, обозначении дуг, а также при переносе линейных размеров с рисунка на материал.

Нутромером замеряют внутренний диаметр изделий и деталей, а *кронциркулем* – внешний.

Самым старым, дошедшим до нас уже не из мифов, является железный циркуль (I в.). Он был найден во Франции при раскопках древнего кургана. Множество железных и бронзовых циркулей, похожих на современные кронциркули, археологи обнаружили в пепле, засыпавшем при землетрясении в 79 г. греческий город Помпею. При раскопках в Великом Новгороде найден стальной циркуль-резец для нанесения орнаментов из мелких кружочков. Подобные узоры были широко распространены на Руси.

Штангенциркуль – это усовершенствование веревочного циркуля, применяющийся в основном в измерительной практике. С его помощью производят замеры внешних и внутренних размеров изделия, глубины отверстий и выступов. Точность измерения им выше, чем линейкой, т.к. цена деления его шкалы 0,1 мм.

Он плотнее и надежнее соприкасается с измеряемым предметом. В музеях сохранились деревянные штангенциркули сапожников, но они давали очень грубые результаты. Позднее движущуюся планку штангенциркуля стали оснащать винтом для того чтобы передвигать её медленнее и получать более точные измерения. *Микрометр* необходим в тех случаях, когда требуется особая точность определяемого размера, в первую очередь, при

измерении толщины заготовок изделий или деталей. Цена деления микрометра 0,01 мм. Современные измерительные приборы оснащают электронными приспособлениями, что дает потрясающую точность. «Скрещивание» кронциркуля и штангенциркуля – компактный инструмент для вычерчивания окружностей большого радиуса. Чехословацкие инженеры на международной машиностроительной выставке в Брно получили золотую медаль за усовершенствование чертежного инструмента. При высоте циркуля 12 сантиметров можно было строить окружности диаметром до 60 сантиметров, причем довольно точно. Для этого инструмент снабжен системой удлиняющихся рычагов с винтовыми головками.

Уже в пифагорейской гетерии существовали *пропорциональные* циркули. Они предназначались для пропорционального изменения в заранее заданном отношении размеров измеряемого или проектируемого объектов. Один из таких циркулей также был найден в Помпейских раскопках. Он позволял измерять расстояния, находящиеся в отношении «золотого сечения»: раствор разных концов, соединённых шарниром в средней части ножек, находился в таком отношении. Нашли применение и циркули с подвижным относительно концов ножек положением шарнира. Они позволяли в произвольно заданной пропорции увеличивать или уменьшать размеры чертежа или измеряемого объекта. Однако его использование неудобно тем, что концы нужных отрезков отмечались *противоположными* концами. Тогда он был усовершенствован тремя ножками. Расстояние между правой и левой парой ножек являлось постоянным и равным значению отношения «золотого сечения». По такому же принципу создавались циркули и с бóльшим количеством ножек.

Ученые стран ислама разрабатывали циркули и для построения *конических сечений*. Так, Абу Саид ал-Сиджуси (X–XI вв.), применял с этой целью *совершенный* циркуль, представив его в «Трактате об описании конических сечений». В зависимости от отношения величин углов α и β конец длинного стержня описывал на плоскости эллипс, ветвь гиперболы или

параболу. Короткая фиксированная ножка циркуля представляла ось конуса, а длинная, свободно двигающаяся в трубке, – его образующую. Поэтому при $\alpha = \beta$, вычерчивалась парабола, если $\alpha < \beta$ – ветвь гиперболы, а в случае $\alpha > \beta$ – эллипс.

Леонардо да Винчи (1452–1519) – выдающийся итальянский художник, ученый и инженер эпохи Возрождения – считал исследование источником достоверного знания. Он видел в математике образец научного доказательства. Механику, в которой математические науки применялись, он называл «раем». В математике ученый уделял внимание преобразованию равновеликих площадей и объемов, а также исследованию гиппократовых луночек. Леонардо да Винчи создал устройство, названное *параболическим* циркулем. Конструкция должна иметь две ножки: неподвижную или опорную, представлявшую ось конуса, и вращающуюся, составляющую с ней угол 45° . Она играла роль образующей, а точнее, – её отрезка от вершины конуса до линии сечения. Первая ножка имела фиксированную длину, вторая – переменную; по сути – это трубочка, в которой свободно скользил стержень, рисуя параболу. Все устройство укреплялось на треноге.

В Музее истории науки во Флоренции представлена действующая модель циркуля, изготовленная в 2001 году по эскизу Леонардо да Винчи. Парабола вычерчивалась на листе бумаги в наклонной плоскости, параллельной одной из «ног» треноги, причём в два шага: сначала одна часть, затем другая, начиная от вершины. Стержень соскальзывал вниз под тяжестью собственного веса и веса, прикреплённого на нитке груза.

Добавим, что конструкция совершенного циркуля аналогична той, которую изобрел Леонардо да Винчи, но более мобильна. Она позволяла варьировать углы между осью конуса и образующей, а также между секущей плоскостью и осью конуса. Таким образом, всегда можно наклонить опорную ножку к плоскости листа под определённым углом и выбрать раствор циркуля таким образом, чтобы начертить любое коническое сечение. Однако на

практике удобнее пользоваться стационарной моделью и изменять положение секущей плоскости.

Как видим, основные виды циркулей используются для снятия и перенесения линейных размеров (разметочный или делительный); вычерчивания окружностей диаметром: от 2 до 80 мм (чертежный кронциркуль); до 300 мм (чертежный или круговой); больше 300 мм (чертежный штангенциркуль); для изменения масштабов снимаемого размера (пропорциональный); построения конических сечений (совершенный), парабол и эллипсов (параболический).

Циркуль всегда был незаменимым помощником архитекторов и строителей. Не случайно на фасаде одного из самых древних и красивых храмов Грузии Светицховели изображена рука мастера с циркулем.

Циркуль используется не только в черчении, навигации или картографии. Ему нашлось применение и в медицине: большой и малый *толстотные циркули* для измерения поперечных размеров тела человека и размеров черепа, соответственно, а *циркуль-калипер* – для измерения толщины подкожно-жировой складки. Известен также циркуль Вебера, названный именем Эрнста Генриха Вебера (1795–1878) – немецкого психофизиолога и анатома, разработанный им для определения порога кожной чувствительности.

Кроме того, в ювелирном деле большое значение придается построению фигур с помощью циркуля, так как разметка ювелирных изделий производится тонкими царапинками, которые наносятся с помощью разметочного циркуля.

Но циркуль – не только известный всем инструмент. Этим словом названо маленькое созвездие южного полушария к западу от «Наугольника» и «Южного треугольника», рядом с α -Центавра. Кроме того, он является символом неуклонной и беспристрастной справедливости, совершенной фигурой круга с его центром, источником жизни. Наряду с квадратом циркуль определяет границы отрезков прямой. В ритуальной архитектуре он символизирует знание.

У китайцев этот инструмент означал правильное поведение. Циркуль – это атрибут Фо-хи, легендарного китайского императора, считавшегося бессмертным. На картинах его сестра держит в руках квадрат, а вместе они – мужской и женский принципы – гармония «инь» и «янь». У греков циркуль, наряду с глобусом, являлся символом Урании – покровительницы астрономии.

Циркуль, совмещенный с наугольником – одна из самых распространенных эмблем, символов и знаков масонов. На одной из них первый символизирует Небесный Свод, а второй – Землю. Небо в данном случае символически связано с местом, где создает план Великий Строитель Вселенной. Центральная буква «G» в одном из значений – сокращение слова «геометр».

Транспортир известен с древних времён. Понятие градуса и появление первых инструментов для измерения углов связывают с развитием цивилизации в древнем Вавилоне, хотя само слово градус имеет латинское происхождение (*gradus* – «шаг», «ступень»). Предполагают, что его появление было связано с созданием первого календаря. Вавилонские ученые заметили, что Солнце от восхода над горизонтом до заката проходит расстояние, равное 180 поперечникам своего диска. Они предположили, что и за ночь оно совершает такой же путь; 1/360 части дали название «шаг». Каждая последующая 60-я часть имела свое название. Позднее они были переведены на латынь, их стали называть «градус», «минута», «секунда» и так далее. В истории науки эти единицы измерения сохранились в важном астрономическом труде Клавдия Птолемея (ум. ок. 170) «Великие астрономические построения в XIII книгах». Впоследствии ее стали называть «Мегисте» – «Величественная», от арабского «Альмагест».

История не сохранила имени ученого, изобретшего транспортир. Возможно, в древности этот инструмент называли иначе. Современное его название происходит от французского «*transporter*», что означает «переносить». Предположительно, транспортир изобрели в древнем Вавилоне. Но там производили измерения не только им, так как прибор был неудобен

при использовании на местности и решения задач прикладного характера, а именно последние являлись предметом интереса древних геометров.

Изобретение первого инструмента, позволяющего измерять углы на местности, связывают с именем древнегреческого ученого Герона Александрийского (I в.). Его математические труды являются энциклопедией античной прикладной математики. В объемном сочинении «Метрика», состоявшем из 13 книг, изложены правила и словесные вычислительные формулы для расчетов: площадей правильных многоугольников, объёмов, усеченных конуса и пирамиды, шарового сегмента, тора, пяти видов правильных выпуклых многогранников и др. В нем доказана формула, носящая его имя, для вычисления площади треугольника по длинам трех сторон; правила решения квадратных уравнений и приближенного извлечения квадратных и кубических корней. В сочинении «О диоптре» Герон излагал правила земельной съемки, фактически используя прямоугольные координаты, там же ученый описал изобретенный им инструмент «диоптра», который позволял измерять углы на местности и решать множество прикладных задач. Он прославился как выдающийся изобретатель: изготовил много приборов и механических роботов. К ним относится, в частности, прибор для измерения длины пути, принцип действия которого аналогичен современному спидометру; автомат для продажи святой воды, водяные часы и даже механических кукол, исполняющих свои роли на протяжении шести актов в кукольном театре. Труды Герона оказали большое влияние на ученых Западной Европы вплоть до эпохи Возрождения.

Транспортир состоит из линейки (прямолинейной шкалы) и полукруга (угломерной шкалы), разделённого на градусы от 0° до 180° , а в некоторых моделях – от 0° до 360° . Они изготавливаются из стали, пластмассы, дерева и других материалов. Точность его находится в прямой пропорциональной зависимости по отношению к размеру.

Известны транспортиры *полукруговые* (180°) – наиболее ранние и простые, *круглые* (360°), *геодезические*. Последние бывают двух типов: для

построения и измерения углов на планах и картах; нанесения точек на чертежной основе по известным углам и расстояниям. Цена деления угломерной шкалы составляет $0,5^\circ$, прямолинейной – 1 мм. Имеются и более совершенные типы транспортиров, необходимые для точных построений и измерений. К их числу относятся *специальные транспортиры* с прозрачной линейкой, оснащенной угломерным нониусом, которая вращается вокруг центра.

Насколько велико значение линейки, циркуля и транспортира в развитии цивилизации можно судить по огромному количеству рисунков, представлявших работу строителей, зодчих, художников, плотников, ювелиров, а также по приборам, представленным на картинах, изображавших великих ученых. Так, на портрете Луки Пачоли (1454–1514) со своим учеником, изображены угольник и циркуль.

История возникновения и использования таких обычных и всем доступных инструментов тесно связана с формированием наук, великими открытиями и прогрессом всего человечества.

Таким образом, мы считаем, что трудно переоценить значение истории математики в формировании общей культуры учащихся и её главную роль в процессе гуманитаризации математического образования. Видим, что внедрять элементы историзма в урок, можно используя все известные формы работы на уроке математики, учитывая факты, перечисленные выше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения магистерской диссертации был выполнен обзор психолого-педагогической, методической литературы по проблемам формирования общей культуры учащихся и гуманитаризации образовательного процесса; выяснены понятия терминов «гуманитаризация школьного образования», «культура» и «культурологический подход» сделан вывод о их неразрывной связи; выделены основные средства, которыми обладает историко-математический материал, а также приемы для формирования общей культуры учащихся, выбран историко-математический материал для использования его при изучении соответствующих тем, определены формы работы с историческим материалом на уроке. Таким образом, указанные во введении задачи решены, а, следовательно, цель работы достигнута.

Проделанная работа позволяет сделать вывод о том, что систематически и правильно поставленное включение сведений из истории математики не только на уроках, а и во всех формах внеклассной работы, повышает интерес к математике, делает ее более живой и увлекательной, способствует лучшему усвоению материала, развивает мышление, научное мировоззрение и творческие способности учеников, расширяет их кругозор. Тем самым повышает общий уровень культуры учащихся.

В перспективе хотелось бы подобрать и систематизировать сведения из истории математики для использования их на уроках, соответствующие тематическому планированию. Так, по каждой теме геометрии в 7 классе. Следует продумать также элементы контроля усвоения данного материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александрова Н.В. История математических терминов, понятий, обозначений: Словарь-справочник. – М. : ЛКИ, –2008.
2. Александров А.Д. Математика и диалектика // Математика в школе, – 1972. – № 1. – С. 3–9.
3. Александров А.Д. Общий взгляд на математику // Математика, ее содержание, методы и значение, т. 1 – М. : АН СССР, – 1953. – С. 5–73.
4. Болгарский Б.В. Очерки по истории математики. – Минск : – Высшэйшая школа, – 1979.
5. Болтянский В.Г. Математическая культура и эстетика // Математика в школе, – 1982. – № 2. – С. 40–43.
6. Бурбаки Н. Очерки по истории математики: Пер. с фр. / Под ред. К.А. Рыбникова – М. : ИЛ, – 1963.
7. Бурова Н.А. Постановка курса истории математики как фактор гуманизации высшего образования. / Качество образования: проблемы оценки, управление, опыт: Тез. докл. II междунар. науч-метод. конф. – Новосибирск : НГТУ, – 1999.
8. Вейль Г. Математическое мышление. – М. : Наука, – 1989.
9. Вейль Г. О философии математики. – М. : ГТТИ, – 1934.
10. Глейзер Г.И. История математики в школе IV–VI классы. – М. : Просвещение, – 1981.
11. Глейзер Г.И. История математики в школе VII–VIII классы. – М. : Просвещение, – 1981.
12. Гнеденко Б.В. Знание истории науки – преподавателю школы // Математика в школе, – 1993. – №3. – С. 30–32.
13. Гнеденко Б.В. Математики и научное познание. – М. : Знание, – 1983.
14. Гнеденко Б.В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. – М. : Просвещение, – 1982.

15. Гнеденко Б.В., Погребысский И.Б. Об истории математики и ее значении для математики и других наук // Историко-математические исследования. Выпуск XI. – М. : Физматгиз, – 1958. – С. 441–460.
16. Гуманитарный потенциал математического образования в школе и педвузе: Тезисы докл. XV Всерос. семинара преп. мат. педвузов. – СПб, – 1996.
17. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. (Очерки по истории математики) / Пер. с франц. А.А. Бряндинской. – М. : Мир, – 1986.
18. Декларация прав культуры. – СПб. : СПбГУП, – 1996.
19. Дорофеев Г.В. Гуманитарно-ориентированный курс – основа учебного предмета «математика» в общеобразовательной школе // Математика в школе, – 1997. – № 4. – С. 59–66.
20. Жмурова И. Ю., Бесперстова А. Ю. Использование историко-математических сведений в курсе теории чисел // Молодой ученый, – 2013. – №10. – С. 503–506.
21. Жохов, А.Л. Научные основы мировоззренчески направленного обучения математике в общеобразовательной и профессиональной школе : дис. ... д-ра пед. наук – М., – 1999.
22. Запесоцкий А.С. Образование, философия, культурология, политика. – М. : Наука, – 2002.
23. Зимняя И.А. Культура. Образованность. Профессионализм специалиста. (К проблеме унифицирования требований к уровню профессиональной подготовки в структуре государственных стандартов непрерывного образования) // Проблемы качества, его нормирования и стандартов в образовании. Сб. научн. статей / Под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. Н.А. Селезневой и канд. пед. наук В.Г. Казановича. – М. : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, – 1998.
24. Зимняя И.А. Личностно-деятельностный подход в обучении русскому как иностранному // Русский язык за рубежом, – 1985. – №5. – С. 23–25.
25. Зимняя И.А., Боденко Б.Н., Кривченко Т.А., Морозова Н.А. Общая культура человека в системе требований государственного образовательного

стандарта. – М. : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, – 1999.

26. Зинченко В.П. Живое знание. – Самара : СГПУ РАО, – 1998.

27. Иванова Т.А. Теоретические основы гуманитаризации общего математического образования: дис. ... д-ра пед. наук. – Нижний Новгород, – 1998.

28. Каптерев П. Ф. Избранные педагогические сочинения. – М. : Педагогика, 1982.

29. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии / Под ред. В.А. Успенского – М. : Наука, – 1991.

30. Краевский В.В. Методология педагогики. Новый этап. – М.: Академия, – 2006.

31. Малых А.Е. Знакомство учащихся с историческими сведениями и фактами из жизни и деятельности ученых-математиков. – Кудымкар. : Окр. ИУУ, – 1989.

32. Малых А.Е. Элементы историзма в процессе обучения математике. – Кудымкар. : Окр. ИУУ, – 1986.

33. Малых А.Е., Безенкова Е.В. Из истории линейки, циркуля и транспортира // Вестник пермского университета, – 2017. – № 1. – С. 47–54.

34. Миракова Т.Н. Дидактические основы гуманитаризации школьного математического образования: дис. ... д-ра пед. наук. – М., – 2001.

35. Педагогический энциклопедический словарь / гл. ред. Б.М. Бим-Бад. – М. : Большая Российская энциклопедия, – 2008.

36. Семенов В.С. Культура и развитие человека // Вопросы философии, – 1982. – № 4. – С. 15–29.

37. Сидоренко В.Ф. Образование: образ культуры // Социально-философские проблемы образования, – 1992. – № 5. – С. 34–36.

38. Спиркин А.Г. Философия: Учебник. – М. : Гардарики. – 2009.

39. Степин В.С. Конструктивные и прогностические функции философии // Вопросы философии, – 2009. – № 1. – С. 5–10.

40. Столяр А.А. Роль математики в гуманизации образования // Математика в школе, – 1990. – №1. – С. 5–7.
41. Столяр А.А. Зачем и как мы доказываем в математике: Беседы со старшеклассниками. – Минск : Народная асвета, – 1987.
42. Успенский В.А. Апология математики или о математике как части духовной культуры // Новый мир, – 2007. – № 12. – С. 127–149.
43. Холодная М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования. – М. : Барс, – 1997.
44. Хуторской А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения. – М. : МГУ, – 2003.
45. Якиманская И.С. Знание и мышление школьника. – М. : Знание, – 1985. (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Педагогика и психология», № 9).
46. Combs A.W. Humanistic Education: Too Tender For a Tough world? // Phi Delta Kappan, – 1981. – Vol. 62. – P. 448.
47. <http://минобрнауки.рф/документы/938>
48. Nash P. A Humanistic Perspective // Theory into practice, – 1979. – Vol.18. – P. 325–326.
49. Patterson C.H. Humanistic Education. – Englewood Yliffs, – 1973.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Беседы о фактах из истории математики

1. *Первобытный «компьютер», который всегда с нами.*

Первобытные люди жили в пещерах. Они охотились, добывая себе еду. Вот вы и представьте себе, что мы с вами в пещере, горит костёр и светит. Качнулось пламя. Заплясали тени по сводам пещеры. Рисунки на стенах будто ожили. Вот бегут звери. Вот охотники подняли копья. Гонят зверя. Сегодня была большая охота. Три оленя попались в яму. Два в ловушку. Сколько же всего? Три пальца, да ещё два пальца. Целая рука. Много. Надолго хватит. Один олень – на четыре дня. Пять оленей... На сколько дней? Четыре пальца да четыре, ещё четыре... Трудно сосчитать. Не так уж и много приходилось считать первобытному человеку. Но был у него свой первобытный «компьютер» – десять пальцев на руках. Загибал человек пальцы – складывал. Разгибал – вычитал. Точно так же это делаем и мы, когда учимся считать. На пальцах считать удобно, только результат счёта хранить нельзя. Не станешь же ты целый день ходить с загнутыми пальцами. И человек догадался – для счёта можно использовать всё, что попадётся под руку. Камешки, палочки, косточки... Потом стали завязывать узелки на верёвке, делать зарубки на палках. Всё это есть не что иное как начало обозначения чисел. С приходом первых торговых операций появилась необходимость в усложнении счета, а это неудобно выполнять прежними примитивными способами и постепенно человечество пришло к письменной нумерации.

Задания ученикам:

Подготовить рассказы о нумерациях разных народов (египетская, вавилонская, индийская, китайская, славянская, грузинская и т.д.)

2. Цифра 0. Открытие нуля.

Это самая загадочная и необычная цифра, которой обозначают «отсутствие» чего-либо. Казалось бы, что о нём говорить: 0, он и есть 0 – пустышка. Недаром никчёмного человека называют «нуль без палочки». Но это не так. Если разобраться, то выйдет, что 0 – очень даже важная «персона». Как, например, написать число 10, если нет 0?

Долгие века люди не находили ответа на вопрос, как сделать так, чтобы запись цифр была простой и понятной. Считается, что нуль придумали в Индии. Там, первая древнейшая запись с нулем, датируется 873 годом, хотя есть упоминания, что в устном счете его использовали еще в V в. Обозначали его точкой, позднее – кружком, так же, как и сейчас. Но ведь мы уже привыкли к нему, а тогда это было великим открытием. Назывался он в то время просто кружком, а в древней Индии кружок – *сунья*. Арабы перевели это слово как *Ас-сифр*. Не правда ли, напоминает что-то? Правильно! Сифр – это цифра. Так уж получилось, что арабским именем нуля стали называть все остальные знаки. Все они теперь цифры, их десять: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. А само слово нуль возникло позже от латинского «*nulla figura*» – «никакой знак».

Но некоторые ученые полагают, что нуль заимствован у греков: Птолемей писал при отсутствии числа букву «омикрон» от слова «ничего».

«Трактат об арифметике» ал-Хорезми – первая книга в которой изложена десятичная система счисления и, в частности, использовался нуль, в виде маленького кружка. Трактат, написанный в первой половине IX в., известен только в латинском переводе XIII в. Первая печатная книга, содержащая «зего», издана во Флоренции в 1491 г.

В настоящее время с нулём знакомятся в 1 классе, и люди не замечают, что открытие нуля – одно из величайших событий в математике. Без нуля не было бы всей современной математики, не было бы таких достижений человеческого разума, как космические корабли, электронно-вычислительные машины и т.д.

3. Как возникла геометрия

Для первобытных людей важную роль играла форма окружающих их предметов. По форме и цвету они отличали съедобные грибы от несъедобных, пригодные для построек породы деревьев от тех, которые годятся лишь на дрова, вкусные орехи от горьких или ядовитых и т. д. Особенно вкусными казались им орехи кокосовой пальмы. Эти орехи очень похожи на шар. А добывая каменную соль, люди наталкивались на кристаллы, имевшие форму куба. Иногда в горах они находили кристаллы кварца и других минералов, из которых делали свои орудия. Так, овладевая окружающим их миром, люди знакомились с простейшими геометрическими формами. Эти формы они использовали, изготавливая каменные орудия. Уже 200 тысяч лет тому назад были изготовлены орудия сравнительно правильной геометрической формы, а потом люди научились шлифовать их. Отшлифованное орудие позволяло быстрее срубить деревья, разрезать мясо, лучше охотиться на зверей. Специальных названий для геометрических фигур сначала, конечно, не было. Говорили: «такой же, как кокосовый орех» или «такой же, как соль» и т. д.

А когда люди стали строить дома из дерева, пришлось глубже разобраться в том, какую форму следует придавать стенам и крыше, какой формы должны быть бревна и т. д. Стало ясно, например, что, не обтесав бревен, дома из них не построишь: они покатыются. А крыша должна быть наклонной, чтобы с нее стекал дождь. Люди научились вытесывать из древесных стволов прямоугольные балки. И, сами того не зная, все время занимались геометрией. Геометрией занимались женщины, изготавливая одежду; охотники, изготавливая наконечники для копий или бумеранги особо сложной формы; рыболовы, делая такие крючки из кости, чтобы рыба с них не срывалась. Только самого слова «геометрия» тогда не было, а форма тел еще не рассматривалась отдельно от других их свойств.

Давно уже люди заметили, что глина не пропускает воду. Из нее лепили горшки и другую посуду. Однако глина была очень мягкой и непрочной. Но однажды, поставив горшок в костер, древний человек обнаружил, что

посуда стала твердой и прочной. До нас дошли обломки древней глиняной посуды, по которым можно видеть, как лучше и лучше овладевал человек | различными геометрическими формами. И вот настал день, когда был изготовлен первый гончарный круг. На нем уже можно было придавать посуде округлую форму. И не случайно поэты сравнивали с гончарным кругом вращение небесного круга.

А когда стали строить здания из камня, пришлось перетаскивать тяжелые каменные глыбы. Для этого издавна применяли катки. И было замечено, что перекатка тяжелого камня становится легче, если для катка взято прямое дерево и от него отрезан кусок с почти одинаковой толщиной в начале и конце. Так люди познакомились с одной из важнейших фигур – цилиндром. Скалками цилиндрической формы пользовались и женщины, раскатывая белье после стирки.

Перевозить грузы на катках было довольно трудно, потому что сами древесные стволы весили много. Чтобы облегчить работу, стали вырезать из стволов тонкие круглые пластинки и с их помощью перетаскивать грузы. Так появилось первое колесо. Это было замечательным открытием.

«Колесо? Что же тут замечательного?» – подумаете вы. Но так кажется только на первый взгляд. Представьте себе на секунду, что вдруг случилось чудо и на земле исчезли все колеса. Это было бы настоящей катастрофой! Остановятся автомобили и поезда, замрут заводы и фабрики, перестанут давать ток электростанции. Словом, все пойдет кувырком! Потому что в каждой машине – от карманных часов до космической ракеты – работают десятки и сотни самых разнообразных колес.

Выходит, что неизвестный изобретатель первого колеса действительно сделал великое открытие. Воины на боевых колесницах, запряженных лошадьми, легко побеждали пеших врагов.

Но не только в процессе работы знакомились люди с геометрическими фигурами. Издавна они любили украшать себя, свою одежду, свое жилище. И многие созданные давным-давно украшения тоже имели ту или иную

геометрическую форму. Бусинки были шарообразными, браслеты и кольца имели форму окружности и т. д. Древние мастера научились придавать красивую форму бронзе и золоту, серебру и драгоценным камням. А художники, расписывавшие дворцы, находили все новые геометрические формы – многие из них дошли до наших дней.

Различной была и геометрическая форма крестьянских полей. А для того чтобы взимать налоги, надо было знать их площадь. Гончару надо было знать, какую форму следует придать кубку или амфоре, чтобы в них входило то или иное количество жидкости. Астрономы, наблюдавшие за небом и дававшие на основе этих наблюдений указания, когда начинать полевые работы, должны были научиться определять положение звезд на небе. Для этого понадобилось измерять углы. Так практическая деятельность людей привела к дальнейшему углублению знаний о формах фигур, развитию геометрии. Люди стали учиться измерять и площади, и объемы, и длины и т. д.

Математические задачи с исторической фабулой

1. В рассказе «Репетитор» великий русский писатель А.П. Чехов приводит следующую задачу: «Купец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 рублей. Спрашивается, сколько аршин он купил и того и другого, если синее сукно стоило 5 руб. за аршин, а черное – 3 рубля?»

2. Древнеримская задача. III в. до н.э. «Некто, умирая, завещал: если у моей жены родится сын, то пусть будет ему дано $\frac{2}{3}$ имения, а жене оставшая часть. Если же родится дочь, то ей $-\frac{1}{3}$, а жене $-\frac{2}{3}$. Родилась двойня – сын и дочь. Как же разделить имение?»

3. Задача из «Математики в девяти книгах». Сообща покупают курицу. Если каждый внесет по 9 денежных единиц, то останется 11, если же каждый внесет по 6, то не хватит 16. Найти количество людей и стоимость курицы».

4. Один из лучших сборников «забавных задач» был издан в начале XVII в. французом Баше де Мезириак. Вот одна из них: «Рота пехоты подходит к берегу реки, но, оказывается, что мост сломан, а брода нет. У берега два мальчика играли в челноке, но в таком маленьком, что в нем может переправиться 1 взрослый или 2 детей. Как с помощью этого челнока рота переправится на другой берег?»

5. Задача Ньютона. Трава на всем лугу растет одинаково быстро и густо. Известно, что 70 коров поели бы её в 24 дня, а 30 коров – в 60 дней. Сколько коров поели бы всю траву за 96 дней? (Предполагается, что коровы поедали траву равномерно).

6. Задача, приписываемая Эйлеру. Решив все свои сбережения поделить поровну между своими сыновьями, некто составил такое завещание: «Старший из моих сыновей должен получить 1000 рублей и $\frac{1}{8}$ часть остатка, следующий – 2000 рублей и $\frac{1}{8}$ нового остатка, третий – 3000 рублей и $\frac{1}{8}$

третьего остатка и т.д. Определить количество сыновей и размер завещаемого сбережения.»

7. Великий русский писатель Л.Н. Толстой (1828–1910) проявлял особый интерес к математике и её преподаванию, много лет преподавал начала математики в основанной им же знаменитой Яснополянской школе, написал оригинальную «Арифметику» и «Руководства для учителя». Своим гостям Лев Николаевич нередко предлагал многие интересные задачи, среди которых находится и следующая.

Задача Л.Н. Толстого. «Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они после полудня разделились: одна половина осталась на первом лугу и к вечеру его докосила, а другая перешла на второй луг, площадью вдвое меньше первого. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня оставшуюся часть работы выполнил один косец?»

8. Задача из «Арифметики» ал-Хорезми. Найти число, зная, что если отнять от него $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$, то получится 8.

Несколько задач из **арифметики Л.Ф. Магницкого**:

1. «Во едином нощенствии 24 часа, а во едином годе 365 дней, и аще хочешь ведати, в годе или седмице или в 1000 днех, часов, умножай сице». В наши дни задача звучит так. В одних сутках 24 часа, а в одном году 365 дней. Если хочешь знать, сколько часов в году или неделе, или в 1000 сутках, то умножь.

2. Спросил некто учителя: «Скажи, сколько у тебя в классе учеников, так как хочу отдать к тебе в учение своего сына». Учитель ответил: «Если придёт ещё учеников столько же, сколько я имею, и полстолько, и четверть столько и твой сын, то будет у меня учеников 100». Сколько учеников в классе?

3. Говорит дед внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на 2 части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в 3 раза». Как разделить орехи?

4. Один человек выпивает бочонок кваса за 14 дней, а вместе с женой выпивает такой же бочонок кваса за 10 дней. Нужно узнать, за сколько дней жена одна выпивает такой же бочонок кваса.

5. Пошел охотник на охоту с собакой. Идут они лесом, и вдруг собака увидела зайца. За сколько скачков собака догонит зайца, если расстояние от собаки до зайца равно 40 скачкам собаки, а расстояние, которое пробегает собака за 5 скачков, заяц пробегает за 6 скачков? (В задаче подразумевается, что скачки делаются одновременно и зайцем и собакой.)

6. На мельнице имеется три жернова. На первом из них за сутки можно смолоть 60 четвертей зерна, на втором 54 Четверти, а на третьем 48 четвертей. Некто хочет смолоть 81 четверть зерна за наименьшее время на этих трех жерновах. За какое наименьшее время можно смолоть зерно и сколько для этого на каждый жернов надо зерна насыпать?

7. У пятерых крестьян — Ивана, Петра, Якова, Михаила и Герасима — было 10 овец. Не могли они найти пастуха, чтобы пасти овец, и говорит Иван остальным: «Будем, братцы, пасти овец по очереди — по столько дней, сколько каждый из нас имеет овец». По сколько дней должен каждый крестьянин пасти овец, если известно, что у Ивана в два раза меньше овец, чем у Петра, у Якова в два раза меньше, чем у Ивана; Михаил имеет овец в два раза больше, чем Яков, а Герасим — вчетверо меньше, чем Петр?

8. Хозяин нанял работника на год и обещал ему дать 12 рублей и кафтан. Но тот, проработав только 7 месяцев, захотел уйти. При расчете он получил кафтан и 5 рублей. Сколько стоит кафтан?

Из истории происхождения некоторых математических терминов

Диаметр. Термин произошел от греческого «поперечник». У древнегреческих математиков слово употреблялось и со значением «диагональ»; им были известны диаметры конических сечений, эллипсоида вращения.

Дискриминант. Термин образован от латинского «разбирать, различать». Понятие дискриминанта квадратичной формы установлено в работах К. Гаусса, Ю. В. Дедекинда, Л. Кронекера, М. Вебера и др. Термин ввел Д.Д. Сильвестр (который называл себя «математическим Адамом за множество придуманных терминов).

Корень. От греческого «сторона». Древнегреческие математики говорили «найти сторону по данной площади квадрата» вместо современного «извлечь корень». Следуя этой традиции, раньше квадратный корень называли «стороной». В латинском языке «сторона, бок, корень» выражаются одним и тем же словом – *Radix*. От этого слова произошли термины радикал и корень, которые вошли в математику благодаря Иоганну из Севильи (1140), Роберте Честерскому (1145) и Герарду из Кремоны (1150), переводившим «Начала» Евклида с арабского на латынь.

Дж. Кардано пришел впервые к идее о кратности корня (1539). Жирар провозгласил, что уравнение степени n имеет ровно n корней с учетом кратности каждого (1629). Неясно, правда, что он думал о мнимых корнях.

Знак корня ввел автор первого учебника по алгебре на немецком языке, учитель математики в Вене Рудольф (1525). Он обозначил корень квадратный через $\sqrt{}$. Затем в 1637 г. Р. Декарт объединил знак корня с горизонтальной чертой – знаком скобок, и получился современный знак. Он вошел в употребление лишь с начала XVIII в., до этого использовались различные символы, например R , g . Знаки $\sqrt[3]{}$, $\sqrt[4]{}$ ввел И. Ньютон, усовершенствовав

обозначения Валлиса, который писал $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[4]{81}$ вместо наших $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[4]{81}$ (книга И. Ньютона «Arithmetica universalis», написанная между 1673 и 1683 гг., вышла в свет в 1707 г.). В публикациях 1720 г. уже повсеместно употребляются ньютоновы обозначения.

Миллион. Латинское *mille* означает тысяча. Слово миллион было введено впервые Марко Поло при описании богатств Китая для обозначения «большой тысячи», т.е. 1000^2 . Первоначально оно, по-видимому, являлось названием конкретной меры – 10 бочонков с золотом. В XV–XVI в.в. это слово распространилось и в других европейских странах. Французский математик Шюке в 1484 г. ввел термины биллион, триллион, квинтиллион, септиллион, секстиллион, нонниллион для обозначения степеней 1000000^2 , 1000000^3 ... 1000000^9 . Примерно с середины XVII в. во Франции числа стали разделять на периоды по три цифры в каждом. При этом биллион вместо прежнего значения 10^{12} получил значение 10^9 ; триллион, квадриллион и т.д. стали равными 10^{12} , 10^{15} ,.... Однако в Англии, Германии и некоторых других северо-европейских странах слова «биллион, триллион» и т.д. до сих пор значат 10^{12} , 10^{18} , 10^{24} ,... В русский язык слова миллион, биллион, триллион ввел Л.Ф. Магницкий (1703).

Система координат

Идея задавать положение точки на плоскости с помощью чисел зародилась в древности – прежде всего у астрономов и географов при составлении звездных и географических карт, календаря. Уже во II в. древнегреческий астроном Клавдий Птолемей пользовался широтой и долготой в качестве координат.

В XVII в. французские математики Рене Декарт и Пьер Ферма впервые открыли значение использования координат в математике.

Описание применения координат дал в книге «Геометрия» в 1637 г. Р. Декарт, поэтому прямоугольную систему координат часто называют декартовой. Слова «абсцисса», «ордината», «координаты» первым начал

использовать в конце XVII в. Готфрид Вильгельм Лейбниц.

Пропорция

Слово «пропорция» (от латинского *proportio*) означает «соразмерность», «определенное соотношение частей между собой».

Учение об отношениях и пропорциях особенно успешно развивалось в IV в. до н.э. в Древней Греции, славившейся произведениями искусства, архитектуры, развитыми ремеслами. Древнегреческие математики превратили пропорцию в весьма гибкий аппарат исследования. Пропорции могут состоять из натуральных чисел, величин. С пропорциями связывались представления о красоте, порядке и гармонии, о созвучных аккордах в музыке. Теория отношений и пропорций была подробно изложена в «Началах» Евклида (III в. до н. э.), там, в частности, приводится и доказательство основного свойства пропорции.

Слово «пропорция» ввел в употребление Цицерон в I в. до н.э., переводя на латынь платоновский термин «аналогия», который буквально означал «вновь-отношение», или, как мы говорим, «соотношение». Его подхватили Капелла (V в.) и Боэций (VI в.) для обозначения математического понятия. Однако термин «аналогия» был ещё долго в употреблении – в XIX в., например, им пользовался Гамильтон.

Современное определение впервые дал Цамберти, директор инженерной школы в Риме (XV в.). Члены пропорции назывались у греческих математиков «границы». Современную запись $A : B = C : D$ ввел Лейбниц (с 1708 г.). В ней обнаруживается явное родство с принятыми в Англии обозначениями, где в это время была в употреблении запись $A.B :: C.D$, предложенная Оутредом, и обозначение $A : B :: C : D$ английского астронома Уинга (в книгах 1649, 1651 гг.). Во французской математике, например, в это время были приняты различные модификации записи Декарта $a|b||c|d$ (1619–1621). В течении первой половины XVIII в. встречались разные обозначения, пока постепенно

символика Лейбница не одержала победу повсюду, кроме Англии, где к ней пришли только в XX в.

Проценты

Слово “процент” происходит от латинских слов *pro centum*, что буквально означает “со ста”. Проценты дают возможность легко сравнивать между собой части целого, упрощают расчеты и поэтому очень распространены. Широко начали использовать проценты в Древнем Риме, но идея процентов возникла много раньше — вавилонские ростовщики уже умели находить проценты (но они считали не “со ста”, а “с шестидесяти”, так как в Вавилоне пользовались шестидесятеричными дробями).

Знак % произошел, как предполагают, благодаря опечатке. В рукописях *pro centum* часто заменяли словом “cento” (сто) и писали его сокращенно — *cto*. В 1685 году в Париже была напечатана книга — руководство по коммерческой арифметике, где по ошибке наборщик вместо *cto* набрал %.

После этой ошибки многие математики также стали употреблять знак % для обозначения процентов, и постепенно он получил всеобщее признание.

Иногда применяют и более мелкие доли целого — тысячные, то есть десятые части процента. Их называют промилле (от латинского “с тысячи”) и обозначают ‰.

О биографиях ученых

Пифагор – один из величайших математиков Древней Греции, живший в VI в. до н.э. Как говорилось выше, он был победителем по кулачному бою в 58-ой олимпиаде, но следует добавить, что олимпийским чемпионом он был четыре раза подряд. Достоверных биографических сведений о нем мало. Известно, что родился он на острове Самос, расположенном в Эгейском море. По совету Фалеса 22 года Пифагор набирался мудрости в Египте. В Вавилон он попал не по своей воле. Во время завоевательных походов на Египет войска полководца Камбиза взяли его в плен и продали в рабство. Освободившись, Пифагор около 12 лет жил у зороастрийцев и учился арифметике, у них он перенял любовь к числам. Есть сведения, что он посетил и Индию, перенея знания браминов (жрецов) по астрономии и искусству управлять своим телом.

По возвращении в Европу он организовал Пифагорейскую гетерию. В её уставе авторство всех работ, в том числе и математических, учеников Пифагора приписывалось самому учителю. Дисциплина в школе была строгой. Главным безоговорочным аргументом в научных спорах были слова: «Сам сказал». После этого дискуссия прекращалась. Некоторые историки науки отмечают, что Пифагор составил подробный список «золотых слов» и «золотых утверждений» для своих учеников.

Излюбленной геометрической фигурой пифагорейцев была пентаграмма – пифагорейская звезда. Она служила им паролем, была символом здоровья и счастья. Фигура эта необычайно интересна. Она обладает многими свойствами. Например, сумма «конечных» углов пентаграммы равна 180 градусам. Если соединить их вершины, то получится правильный пятиугольник – пентагон. Его диагонали, пересекаясь, делятся в отношении «золотого сечения».

Конечно, гордостью пифагорейской математической мысли служила теорема Пифагора. Этому открытию сам Пифагор придавал такое огромное

значение, что как сообщила писательница Памфила (I в.), он принес в жертву богам сто быков. Пифагору принадлежит доказательство теоремы о сумме внутренних углов треугольника, первый признак равенства треугольников, ему приписывают и открытие несоизмеримых отрезков, следовательно, и первых иррациональностей. Общепризнано, что Пифагор являлся также творцом элементарных принципов построения правильных многогранников, которые он называл космическими телами (правда, следует заметить, что из пяти видов таких тел пифагорейцы знали только три – тетраэдр, гексаэдр и додекаэдр; два других – октаэдр и икосаэдр – получил впоследствии также пифагореец Теэтет в начале IV в. до н.э.).

Однако фундаментом всякого учения пифагорейцы считали число. Бог, учили они, положил числа в основу мирового порядка. Гармония, утверждали пифагорейцы, является божественной и заключается в числовых отношениях. Кто до конца изучит эту божественную числовую гармонию, станет бессмертным. Поэтому и в геометрических фигурах они стремились найти числовые гармонии – пентагон и «золотое сечение», прямоугольный треугольник и теорема Пифагора, Пифагоровы тройки и сумма n чисел натурального ряда.

Евклид (ок. 365–300 до н.э.) – древнегреческий математик, автор первых сохранившихся до нас математических трактатов. О нем нам известно очень мало. Мы знаем лишь, что он заведовал математическим отделом широко известной Александрийской библиотеки при Музейоне. Он был очень скромным человеком, никогда не старался выдвинуться вперед, не пытался поступать так, чтобы ему поклонялись. Если верить древним, это был ученый, который полностью отказался от всех земных утешений и радостей. Он был очень мягок и любезен с теми, кто хотя бы в малейшей степени способствовал развитию математики. Вот лишь два эпизода, связанные с именем Эвклида.

Рассказывают, что египетский царь Птолемей I, наслышавшись о необыкновенной мудрости Евклида и о том, что он написал известный труд «Начала», пожелал лично познакомиться с прославленным математиком и с

его не менее известным сочинением. В сопровождении придворных царь прибыл в библиотеку и попросил Евклида изложить ему содержание книг. Он милостиво выслушал доказательство первых двух теорем, которые Евклид представил ему, но в начале третьей, удивляясь тому, каких трудностей стоит усвоение истин, с ужасом воскликнул: «Неужели нет других путей для того, чтобы понять эти вещи?» На это Евклид с достоинством ответил: «Нет, в математике даже для царей нет других путей». Именно с этим эпизодом связывают слова «царский путь в науке».

Рассказывают, что один из учеников Евклида, обессиленный от попыток усвоить «Начала», обратился со слезной мольбой к своему скромному учителю: «А что я буду иметь за то, что выучу все это?» Евклид приказал одному из своих рабов: «Дай ему три обола (мелкая монета). Он заслужил их уже тем, что изучает «Начала»!» Однако, некоторые этот эпизод трактуют так, будто бы Евклид, приказав дать ученику три обола, высказал полное неуважение к нему, говоря: «Этот ученик думает не о науке, а о том, какую бы выгоду из нее иметь».

Имя Евклида широко известно благодаря его труду «Начала», состоящему из 13 книг: первые 6 книг посвящены планиметрии; следующие 4 – учению о числе; последние – стереометрии. В «Началах» Евклид дал полный свод математических знаний своих предшественников, системно изложив все достижения греческой математики, что дало возможность дальнейшему развитию данной науки. До XIX в. в школах всего мира геометрия преподавалась по «Началам» Евклида. Изложение и методы доказательства многих теорем в современных учебниках те же, что и в «Началах».

Диофант (III в. н.э.) – древнегреческий математик из Александрии. О его жизни почти ничего неизвестно. Главный труд Диофанта «Арифметика» состоял из 13 книг, из них сохранились только 6. в них содержатся 189 задач с решениями. В его «Арифметике» много задач, сводящихся к неопределенным уравнениям. Для обозначения неизвестных Диофант применял буквенные обозначения. Он решал уравнения в рациональных положительных числах и

фактически уже пользовался правилом умножения отрицательных чисел, выражая его по-своему. Его именем названы разделы математики – теория диофантовых уравнений, и теория диофантовых приближений.

Мухаммед ибн Муса ал-Хорезми (780–850) – узбекский математик, астроном и географ. До нас дошли его пять математических работ. Среди них два трактата (арифметический и алгебраический), сыгравшие значительную роль в развитии мировой науки. Арифметический труд Хорезми, содержащий индийскую позиционную десятичную нумерацию, сыграл огромную роль в распространении новой системы счисления среди европейских ученых. Но самое большое значение имел труд «Китаб ал-джабр ал-мукабала», который явился первым в мировой литературе самостоятельным сочинением по алгебре. Хорезми алгебру рассматривает как искусство решения уравнений. Изложения материала словесное. От слова «ал-джабр» («восстановление») произошло название «алгебра». Слова «ал-джабр» и «вал-мукабала» («противопоставление») указывают, что уравнения, содержащиеся в сочинении, решаются с помощью этих двух приемов. В трактате по алгебре рассматриваются также вопросы, касающиеся геометрии. Для числа π Хорезми дает три значения: $22/7$, $\sqrt{10}$ и 3,1416. Именем ал-Хорезми сначала называли арифметику того времени, основывающуюся на десятичной системе счисления. Слово «алгоритм» возникло в результате искажения имени Хорезми. Слово «алгоритм» широко употребляется в математике в настоящее время как точное предписание о выполнении в определенном порядке системы операций, выполняемых по строго установленным правилам.

Джемшид Гиясэддин ал-Каши (XIV–XV в.в.) – среднеазиатский математик и астроном, работал в Самаркандской обсерватории Улугбека. В своей книге «Ключ арифметики» (1427) он впервые изложил учение о десятичных дробях и действиях над ними. Для отделения целой части числа от дробной он употреблял вертикальную черту или записывал их разными чернилами. Каши в своих трудах применял равенство $a=1$. Он дал правило

извлечения корня любой степени из целых чисел, вычислил значение чисел π с 16 знаками.

Виет Франсуа (1540–1603) родился в городе Фонтене ле-Конт провинции Пуату, недалеко от знаменитой крепости Ла-Рошель.

Получив юридическое образование, он с девятнадцати лет успешно занимался адвокатской практикой в родном городе. Как адвокат Виет пользовался у населения авторитетом и уважением. Он был широко образованным человеком. Знал астрономию и математику, и все свободное время отдавал этим наукам. Главной страстью Виета была математика. Он глубоко изучил сочинения классиков Архимеда и Диофанта, ближайших предшественников Дж. Кардано, Р. Бомбелли, С. Стевина и других. Виета они не только восхищали, в них он видел большой изъясн, заключающийся в трудности понимания из-за словесной символики: почти все действия и знаки записывались словами, не было намека на те удобные, почти автоматические правила, которыми мы сейчас пользуемся. Нельзя было записывать и, следовательно, начать в общем виде алгебраические сравнения или какие-нибудь другие алгебраические выражения. Каждый вид уравнения с числовыми коэффициентами решался по особому правилу. Поэтому необходимо было доказать, что существуют такие общие действия над всеми числами, которые от этих самих чисел не зависят. Виет и его последователи установили, что не имеет значения, будет ли рассматриваемое число количеством предметов или длиной отрезка. Главное, что с этими числами можно производить алгебраические действия и в результате снова получать числа того же рода. Значит, их можно обозначать какими-либо отвлеченными знаками. Виет это и сделал. Он не только ввел свое буквенное исчисление, но сделал принципиально новое открытие, поставив перед собой цель изучать не числа, а действия над ними. Такой способ записи позволил Виету сделать важные открытия при изучении общих свойств алгебраических уравнений. Не случайно за это Виета называют "отцом" алгебры, основоположником буквенной символики. Из других его открытий следует отметить выражение

для синусов и косинусов кратных дуг через $\sin x$ и $\cos x$. Эти знания тригонометрии Виет с успехом применял как в алгебре при решении алгебраических уравнений, так и в геометрии, например, при решении с помощью циркуля и линейки знаменитой задачи Аполлония Пергского (III в. до н.э.) о построении круга, касательного к трем данным кругам. Гордясь найденным решением, Виет называл себя Аполлонием Гальским (Галлией во времена древнего Рима называли современную Францию). Нельзя сказать, что во Франции о Виете ничего не знали. Громкую славу он получил при Генрихе III, во время франко-испанской войны. Испанские инквизиторы изобрели очень сложную тайнопись (шифр), которая все время изменялась и дополнялась. Благодаря такому шифру воинствующая и сильная в то время Испания могла свободно переписываться с противниками французского короля даже внутри Франции, и эта переписка всё время оставалась неразгаданной. После бесплодных попыток найти ключ к шифру король обратился к Виету. Рассказывают, что Виет две недели подряд дни и ночи просидев за работой, все же нашел ключ к испанскому шифру. После этого неожиданно для испанцев Франция стала выигрывать одно сражение за другим. Испанцы долго недоумевали. Наконец им стало известно, что шифр для французов уже не секрет и что виновник его расшифровки – Ф. Виет. Будучи уверенными в невозможности разгадать их способ тайнописи людьми, они обвинили Францию перед папой римским и инквизицией в кознях дьявола, а Виет был обвинен в союзе с дьяволом и приговорен к сожжению на костре. К счастью для науки, он не был выдан инквизиции. В конце XVI столетия голландский математик Андриан ван Роумен, известный, пожалуй, тем, что вычислил число π с восемнадцатью верными знаками, решил бросить вызов всем математикам мира. Он разослал во все европейские страны уравнение 45-й степени:

$$x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - 12300x^{39} + \dots + 95634x^5 - 3795x^3 + 45x = a$$

французским математикам он решил это уравнение не посылать, считая, что

там нет способных справиться с задачей: Р. Декарт в то время еще не родился, Пьера Рамуса в 1572 г. убили в Варфоломеевскую ночь, о других математиках не было слышно. Так французские математики не смогли принять вызов. Больше всего было ущемлено самолюбие Генриха IV. – «И все же у меня есть математик!» - воскликнул король. – «Позовите Виета!» В приемную короля вошел пятидесятитрехлетний седоволосый советник короля Франсуа Виет. Он тут же, в присутствии короля, министров и гостей, нашел один корень предложенного уравнения. Виет увидел, что, a есть сторона правильного 15-угольника, вписанного в круг радиуса 1, а по коэффициентам второго и последнего членов заключил, что x есть хорда $1/45$ этой дуги, как оно и было на самом деле. Король ликовал, все поздравляли придворного советника. На следующий день Виет нашел еще 22 корня уравнения. Этим он и ограничился, так как остальные 22 корня – отрицательные, а Виет не признавал ни отрицательных, ни мнимых корней. После такого успеха составитель злополучного уравнения А. Роумен стал ревностным почитателем его. В последние годы жизни Виет занимал важные посты при дворе короля Франции. В мемуарах некоторых придворных Франции есть указание, что Виет был женат, что у него была дочь, единственная наследница имения, по которому Виет звался сеньор де ла Биготье. В придворных новостях маркиз Летуаль писал: «...14 февраля 1603 г. господин Виет, рекетмейстер, человек большого ума и рассуждения и один из самых ученых математиков века умер ... в Париже. Ему было более шестидесяти лет». Подозревают, что Виет был убит. Несмотря на огромное желание и упорные занятия, книгу, которую назвал «Искусство анализа, или Новая алгебра». Виет всё же не завершил. Но главное было написано. И это главное определило развитие всей математики Нового времени.

Декарт Рене (1596–1650) – французский философ, математик, физик, физиолог, один из создателей высшей математики. Родился в местечке Лаэ в дворянской семье. Воспитывался и получил образование в колледже для детей аристократических семейств. Вначале был на военной службе, а затем, оставив

военную карьеру, занимался наукой, особенно математикой. В математике его привлекла достоверность выводов, поэтому он указывал на математику как образец для других наук. За свои прогрессивные взгляды Декарт подвергался гонениям католической церкви Франции, а затем протестантских богословов Голландии, где он поселился в 1629 г.

Основные его сочинения: «Правила для руководства разумом» (1628), «Трактат о свете» (1633), «Рассуждение о методе» (1637), «Метафорические рассуждения о первой философии» (1641), «Начала философии» (1644), «Пристрастия души» (1649). Математические труды Декарта собраны в его книге «Геометрия» (1637). В этом труде он дал основы новой аналитической геометрии и алгебры, создав метод координат. Он первым ввел в математику понятия переменной величины и функции. Для переменных и неизвестных Декарт принял обозначения x , y , z и т.д., для буквенных коэффициентов – a , b , c и x^2 , y^5 , a^7 – для степеней и другие. Декартом положено начало исследованию важных свойств алгебраических уравнений. Его труды оказали решающее влияние на дальнейшее развитие математики.

Магницкий Леонтий Филиппович (1669–1739) – русский математик и педагог. Родился в Осташковской слободе Тверской губернии. Фамилию ему присвоил Петр I, сказав: «Отныне быть тебе Магницким, так как ты своей арифметикой как магнитом притягиваешь!» О жизни Магницкого мало известно. Сведения о его образовании весьма противоречивы. Есть предположения, что в математике он был самоучкой и достиг вершин математических знаний упорным трудом. Педагогическая деятельность Л.Ф. Магницкого прошла в Московской навигацкой школе.

Л.Ф. Магницкий сыграл большую роль в создании русской математической литературы. Ему было поручено написать учебник по изучению математики в навигацкой школе. Книга Л.Ф. Магницкого «Арифметика, сиречь наука числительная» была издана в 1703 г. на славянском языке. Однако ее содержание далеко выходило за рамки названия. Наряду с пространным изложением арифметики в книге содержатся элементы

алгебры, геометрии, тригонометрии, астрономии и навигации с необходимыми таблицами и задачами. Эта книга была энциклопедией математики того времени. Не одно поколение русских людей училось по этой книге, М.В. Ломоносов называл эту книгу «вратами своей учености». Л.Ф. Магницким были написаны еще несколько практических пособий. В 1703 г. он принимал участие в издании первой в России таблицы под названием «Таблицы логарифмов, синусов и тангенсов к научению миролюбивых тщателей».

Лобачевский Николай Иванович (1792–1856) – русский математик, создатель неевклидовой геометрии. Родился в Нижнем Новгороде в семье мелкого чиновника. С 1802 г. учился в Казанской гимназии, в 1807 г. стал студентом Казанского университета. С этого момента вся жизнь Лобачевского была тесно связана с Казанским университетом.

Еще на 1 курсе Н.И. Лобачевский обратил на себя внимание профессора М.Ф. Бартельса (учителя К. Гаусса) своими необыкновенными способностями к математике. Он с огромным энтузиазмом изучал труды выдающихся математиков. Благодаря способностям и упорному труду Н.И. Лобачевский быстро продвигался на научно-педагогическом поприще. В 1811 г. он получил звание магистра и был оставлен в университете. В 1814 г. получил звание адъюнкта чистой математики. В июле 1816 г. его утверждают экстраординарным профессором. В 1820–1821 и 1823–1825 годах Н.И. Лобачевский работает деканом физико-математического факультета, а с 1827 по 1846 г. – ректором Казанского университета. Он положил начало процветанию и славе Казанского университета. Административную деятельность Н.И. Лобачевский плодотворно совмещал с педагогической и научной, с подготовкой учебных пособий по геометрии и алгебре. Лобачевский внес много нового в развитие математики, физики и астрономии.

В первые годы профессорской деятельности Лобачевский, как и многие ученые до него, пытался доказать пятый постулат Евклида. Однако он приходит к выводу, что этого сделать нельзя. В 1826 г. заменив пятую аксиому

прямо противоположной ей, Лобачевский создал новую геометрию, которая была названа неевклидовой геометрией Лобачевского. Новую геометрическую систему он изложил в своих трудах «О началах геометрии», «Новые начала геометрии», «Пангеометрия». Он пришел к выводу, что могут существовать разные геометрии, отличающиеся от Евклидовой, друг другу не противоречащие. Однако геометрия Лобачевского не находила признания даже крупными математиками того времени. Она была встречена даже с иронией. Убежденный в правильности своих идей, Лобачевский искал подтверждения своей теории в механике и астрономии. Он твердо верил в применимость своей теории к реальному физическому пространству. Лобачевский, как один «из превосходнейших математиков русского государства», в 1842 г. был избран членом-корреспондентом Геттингенского общества наук. Это было единственное официальное признание его научных заслуг при жизни. Н.И. Лобачевский умер 24 февраля 1856 г. в Казани непризнанным. Но уже в 70-х годах прошлого столетия его получили признание и нашли развитие в трудах Б. Римана, А. Кэли, Ф. Клейна, Д. Гильберта и других.

Чебышев Пафнутий Львович (1821–1894) – русский математик и механик. Родился в селе Окатове Калужской области. В 1837 г. поступил на математическое отделение Московского университета. Еще будучи студентом, он получил серебряную медаль за работу «Вычисление корней уравнения». В 1845 г. защитил магистерскую диссертацию. В 1849 г. после защиты докторской диссертации получает звание профессора. В Петербургском университете он проработал 35 лет.

Научные работы П.Л. Чебышева относятся в основном к теории чисел, теории вероятностей и математическому анализу. Мировую славу ему принесли исследования по теории чисел. Он, впервые после Евклида, существенно развил теорию простых чисел. Многие свои исследования по математике Чебышев соединял с вопросами естествознания и техники. Им созданы более 40 механизмов, среди которых автоматический арифмометр для

умножения и деления чисел. Многие механизмы Чебышева демонстрировались на выставках в Париже (1878 г.) и Чикаго (1893 г.). Исследования П.Л. Чебышева получили признание во всем мире. Он был избран членом 25 иностранных и отечественных академий и научных обществ. Чебышев создал новую математическую школу, носящую его имя. Воспитанниками этой школы являются такие выдающиеся, как У.И. Золотарев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов, В.А. Стеклов, А.Н. Крылов и многие другие.

Ковалевская Софья Васильевна (1850-1891) – выдающийся математик, первая русская женщина, ставшая всемирно известной ученой. Родилась она в Москве, в семье артиллерийского генерала В. Корвин-Круковского, образование получила у домашнего учителя. На мировоззрение С.В. Ковалевской большое влияние оказала сестра Анюта, впоследствии ставшая участницей Парижской коммуны. Пятнадцатилетней девочкой, Софья брала уроки высшей математики у известного в Петербурге преподавателя А.Н. Страннолюбского. Как известно, доступ женщинам в университеты в то время в России был запрещен. Для поездки за границу требовалось, чтобы женщина была замужем. В 1868 г. Софья Васильевна, чтобы иметь возможность уехать за границу и заниматься там наукой, вступает в брак с В.А. Ковалевским, впоследствии известным палеонтологом. В 1869 г. Она с мужем уехала в Гейдельберг, где ей удалось поступить в университет. Но она стремилась в Берлинский университет. Там работал выдающийся немецкий математик Карл Вейерштрасс. В 1870 г. С.В. Ковалевская переезжает в Берлин. Так как в Берлинский университет женщин также не принимали, Ковалевская решила брать частные уроки у Вейерштрасса. Восхищенный ее исключительными способностями, Вейерштрасс согласился заниматься с нею. В период учебы у Вейерштрасса С.В. Ковалевская много и упорно работает. За это время она написала три научных труда, за что ей было присвоено звание доктора философии «с наивысшей похвалой».

В июле 1874 г. С.В. Ковалевская вернулась в Россию и поселилась в Петербурге. Здесь она поддерживала контакты с известными учеными П.Л. Чебышевым, Д.И. Менделеевым, А.Г. Столетовым и другими. Но на родине она не могла применить свои знания, так как доступ на кафедры в российских университетах для женщин был закрыт. Ковалевская занялась литературой и публицистикой, писала научно-популярные статьи в газеты, театральные рецензии, написала несколько романов.

В 1883 г., по приглашению профессора М. Миттаг-Леффлера С.В. Ковалевская читает лекции в Стокгольмском университете сначала в должности доцента, а затем в должности профессора. В 1888 г. она написала свой основной научный труд – «Задача о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки». За эту работу Ковалевской была присуждена премия Парижской академии наук. В 1889 г. за дополнительные исследования по той же проблеме она получила премию Шведской академии наук. Научные результаты С.В. Ковалевской оказали большое влияние на ход исследования многих крупных ученых, и она получила мировое признание. Благодаря стараниям П.Л. Чебышева и других ученых С.В. Ковалевская была избрана членом-корреспондентом Петербургской академии наук. Это было исключительным событием для дореволюционной России. С.В. Ковалевская умерла от воспаления легких в полном расцвете творческих сил в Стокгольме в возрасте 41 года.

Крылов Алексей Николаевич (1863–1945) - советский математик, механик и кораблестроитель, академик, Герой Социалистического Труда. Родился в селе Висяга (ныне поселок Крылово Чувашской АССР). В 1884 г. А.Н. Крылов блестяще окончил морское училище, а в 1890 – морскую академию, где был оставлен для подготовки к профессорскому званию. Он внес существенный вклад в развитие математики и в научное решение многих сложных задач кораблестроения, создал научную теорию приближенных вычислений. Им сформулировано правило записи приближенного числа, носящее его имя. В научных трудах А.Н. Крылова сделаны важнейшие

технические открытия по применению математической теории в решении практических и технических задач.