

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теории и методики обучения математике

Выпускная квалификационная работа

**РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 5-6-Х
КЛАССОВ ВО ВНЕУРОЧНОЙ РАБОТЕ**

Работу выполнила:
студентка 151 группы
направления подготовки
44.03.05 Педагогическое
образование, профили
«Математика и Информатика»
Кириллова Надежда Григорьевна

подпись

«Допущена к защите в ГЭК»
Зав. кафедрой теории и методики
обучения математике

дата

подпись

Руководитель:
кандидат педагогических наук,
доцент кафедры теории и методики
обучения математике
Васильева Галина Николаевна

подпись

Пермь
2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. СУЩНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ И ЕГО РАЗВИТИЕ В ОБУЧЕНИИ.....	6
1.1. Феномен «мышление» в обучении.....	6
1.2. Математическое мышление и его компоненты	8
1.3. Характеристика математического стиля мышления	17
1.4. Задачи как средство развития математического мышления учащихся. 24	
ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.....	31
2.1. Дополнительное математическое образование школьников как современная форма внеурочной работы.....	31
2.1.1. Современные подходы к обучению в общеобразовательной школе.....	36
2.1.2. Развитие мышления с использованием игровых технологий	39
2.1.3. Организация проектной деятельности учащихся в условиях дополнительного математического образования	42
2.2. Опыт развития мышления школьников в условиях дополнительного математического образования	45
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	49
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	50
Приложение 1. Фрагменты игры «Математические барьеры»	55
Приложение 2. Тематика ученических проектов.....	56

ВВЕДЕНИЕ

Требования к современному образованию школьников ориентированы на формирование у учащихся прочного овладения основами знаний, умений и навыков, что означает их применение в учебной деятельности и реальной жизни. Выполнить поставленные задачи невозможно без максимального развития умственной активности учащегося.

Именно поставленной Федеральным государственным образовательным стандартом задачей «научить учиться» определяется исключительная роль развития математического мышления учащихся. Одна из целей математического образования — развитие умения учащихся логично и осознанно исследовать явления реального мира. Достижению этой цели может и должно способствовать решение задач с развивающей функцией, в них заложены большие возможности для развития мышления школьников.

Федеральные государственные образовательные стандарты общего образования второго поколения (ФГОС) – гарантия обеспечения планируемого уровня качества образования [26]. Среди приоритетных задач образования, обозначенных во ФГОС с позиции требований к образовательным результатам, четко обозначена задача формирования у школьника желания и умения (мотивированной способности) к самостоятельному приобретению знаний.

Стандарт второго поколения гласит о том, что в результате изучения предметной области «Математика» обучающиеся развивают математическое мышление, получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты;

овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию [26].

Формирование логического мышления – традиционно является важнейшей составляющей обучения математике. Помочь учащимся проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность, творческий потенциал – одна из основных задач современной школы. Успешная реализация этой задачи во многом зависит от сформированности у учащихся познавательных интересов. Роль математики в развитии логического мышления велика. В ней заложен высокий уровень абстракции и наиболее естественным способом изложения знаний является способ перехода от абстрактного к конкретному.

Исходя из этого, нами определена **проблема** исследования – анализ сущности математического мышления и возможностей усиления его развития во внеурочной работе.

Целью данного исследования является анализ и оценка развития математического мышления учащихся 5-6-х классов в рамках дополнительного математического образования школьников.

Объектом исследования является процесс обучения математике учащихся 5-6-х классов.

Предметом исследования – развитие математического мышления учащихся 5-6-х классов в условиях дополнительного математического образования (ДМО).

В соответствии с проблемой, целью, объектом, предметом исследования были поставлены следующие **задачи**:

- выполнить анализ психолого-педагогической, методико-математической литературы по проблеме развития математического мышления учащихся в обучении;
- выполнить анализ задач учебников математики для учащихся 5-6-х классов, ориентированных на развитие мышления школьников

– описать технологии развития математического мышления учащихся 5-6-х классов в условиях ДМО;

– провести апробацию, направленную на развитие математического мышления школьников 5-6-х классов в процессе решения задач на занятиях ДМО.

Объем работы насчитывает 54 страницы, состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы, содержащего 36 наименований, двух приложений.

В первой главе представлены результаты анализа сущности математического мышления, и его компонентов. Теоретические положения интерпретируются на примерах задач для учащихся 5-6-х классов. Приведенные примеры иллюстрируют возможности развития качеств мышления, образующих математический стиль.

Вторая глава содержит описание дополнительного математического образования школьников как современная форма внеурочной работы, также в ней представлен опыт развития математического мышления школьников в условиях дополнительного математического образования на примере конкретных задач. Проанализированы ошибочные решения учащихся. Выявлены качества мышления, образующие математический стиль, которые воспитываются при решении задач в рамках дополнительного математического образования.

В заключении описаны результаты апробации, выступления на конференциях, семинарах и публикации тезисов.

ГЛАВА 1. СУЩНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ И ЕГО РАЗВИТИЕ В ОБУЧЕНИИ

1.1. Феномен «мышление» в обучении

Между системой обучения школьников и ходом их умственного развития существует тесная взаимосвязь, подчиняющаяся определенным законам. Поиски законов этой связи являются одной из центральных проблем педагогической психологии.

О каких бы проявлениях индивидуальных особенностей учащихся не шла речь, какие бы виды деятельности не исследовали, постоянно приходится обращаться к такому фундаментальному понятию как мышление. Е.И. Степанова характеризует мышление как процесс отражения существенных связей и отношений в предметах, явлениях природы и общественной жизни. Благодаря мышлению человек становится способным познавать и обнаруживать причинно-следственные связи и отношения, существующие в окружающем мире... Мышление является обобщенным и опосредованным познанием действительности [29].

Мышление возникает и остается тесно связанным с практической деятельностью человека. Благодаря мышлению человек оказывается способным уже не материально, не практически, а мысленно преобразовывать объекты и явления природы. Он может с помощью мысли действовать там, где фактически действовать не в состоянии. Именно способность человека к мыслительному процессу необычайно расширяет его практические возможности.

Опосредованность мышления заключается в том, что оно опирается на чувственное познание, содержанием которого являются ощущения, восприятия, представления. Исходя из этих данных, полученных с помощью

ощущений и восприятий, мысля, человек сопоставляет их друг с другом, анализирует, делает выводы и приходит к обобщениям, к познанию наиболее существенных сторон действительности.

Внутренние условия мышления определяются уровнем активности и степенью взаимодействия в процессе познания таких мыслительных операций, как анализ, синтез и обобщение. В качестве внешних условий мышления выступает, прежде всего, объект мышления, а также среда, в которой взаимодействуют субъект и объект.

Большой цикл исследований по психологии мышления был проведен под руководством известного психолога С.Л. Рубинштейна. Он считал, что мышление – это не совокупность реакций, а система сознательных операций, направленных на разрешение задачи посредством раскрытия объективных связей и отношений. С точки зрения С.Л. Рубинштейна, источником мышления служит проблемная ситуация, то есть конфликт между тем, что дано, и тем, чего необходимо достигнуть [28]. По мнению А.В. Брушлинского любое мышление хотя бы в минимальной степени является творческим, поскольку оно всегда есть искание существенно нового, то есть непрерывное включение познаваемого объекта в новые связи [4].

Психологическую деятельность человека, связанную с процессом мышления, называют мыслительной деятельностью. Велика роль деятельности в формировании всесторонне развитой личности, в общем развитии учащихся. И.Э. Унт считает, что основная цель обучения – развитие учащегося [36]. При этом под развитием обычно понимается умственное развитие.

Мышление человека включает в себя мыслительные операции различных видов и уровней. С.Л. Рубинштейн различает уровень мысли в зависимости от того, насколько высок уровень ее обобщений, насколько глубоко вместе с тем она переходит от явления к сущности, от одного определения сущности ко все более глубокому ее определению. Такими

разными уровнями мышления являются наглядное мышление в его элементарных формах и мышление отвлеченное, теоретическое.

Теоретическое мышление, раскрывающее закономерности своего предмета, является высоким уровнем мышления. Однако неправильно сводить мышление в целом исключительно к теоретическому мышлению в абстрактных понятиях. Мыслительные операции совершаются не только при решении теоретических проблем, но и тогда, когда, прибегая к абстрактным теоретическим построениям, с более или менее глубоким учетом объективных условий осмысленно решается любая задача, оставаясь в рамках наглядной ситуации. Существует не только отвлеченное, но и наглядное мышление, поскольку в некоторых случаях задачи разрешаются на основе оперирования в основном наглядными данными.

Наглядное мышление и мышление отвлеченно-теоретическое многообразными способами переходят друг в друга. Различие между ними относительно; оно не означает внешней полярности, но оно существенно [28].

Таким образом, в обучении уделяется особое внимание развитию мышления учащегося, так как именно оно связано со всеми другими мыслительными функциями: воображением, гибкостью ума, широтой и глубиной мысли и т.д.

1.2. Математическое мышление и его компоненты

Математическому образованию в процессах формирования мышления или умственного развития учащихся отводится особое место, потому что средства обучения математике наиболее эффективно воздействуют на многие основные компоненты целостной личности и прежде всего – на мышление.

Математическое образование учащихся представляет собой сложный процесс, основными компонентами которого являются:

- приобретение учащимися определенной системы математических фактов и идей;
- овладение определенными математическими умениями и навыками;
- развитие математического мышления.

Часто в процессе обучения математике вопрос сводят к развитию математического мышления. По мнению Л.М. Фридмана: «математическое мышление – это предельно абстрактное, теоретическое мышление, объекты которого лишены всякой вещественности и могут интерпретироваться самым произвольным образом, лишь бы при этом сохранялись заданные между ними отношения» [33, с.41].

Развитие математического мышления предполагает не столько развитие у учащихся способностей к овладению фиксированными операциями и приемами, сколько способность к обнаружению новых связей, овладение общими приемами, способными привести к решению новых задач, к овладению новыми знаниями.

Рассмотрим основные компоненты математического мышления [24].

Конкретное (предметное) мышление – это мышление в тесном взаимодействии с конкретной моделью объекта.

Различают две формы конкретного мышления:

- неоперативное (наблюдение, чувственное восприятие);
- оперативное (непосредственные действия с конкретной моделью объекта).

Неоперативное конкретное мышление чаще всего проявляется у дошкольников и младших школьников, которые мыслят лишь наглядными образами, воспринимая мир лишь на уровне представлений. В процессе обучения математике в среднем и старшем звене школы воздействие на неоперативное конкретное мышление учащихся проявляется при использовании различных наглядных пособий, кино и телевидения. Содействуя развитию у учащихся неоперативного конкретного мышления,

важно знать о том, что постоянное обращение к наглядным представлениям может иногда оказаться вредным.

Оперативное конкретное мышление является более действенным для подготовки детей к овладению абстрактными понятиями. Самостоятельная мыслительная деятельность выделяется именно по мере развития практической деятельности, лежащей в основе развивающейся психики ребенка. Конкретное мышление играет большую роль в образовании абстрактных понятий, в конструировании особых свойств математического мышления, развитие которых способствует познанию математических абстракций.

Абстрактное мышление тесно связано с мыслительной операцией, называемой абстрагированием. Поэтому, абстрактным мышлением называют мышление, которое характеризуется умением мысленно отвлечься от конкретного содержания изучаемого объекта в пользу его общих свойств, подлежащих изучению. Абстрактное мышление можно подразделить на аналитическое, логическое и пространственно-схематическое мышление.

Аналитическое мышление характеризуется четкостью отдельных этапов в познании, полным осознанием как его содержания, так и применяемых операций. Оно проявляется в процессе обучения через:

- аналитический способ доказательства теорем и решения задач;
- решением задач методом уравнений;
- исследование результата решения некоторой задачи и т.п.

Аналитическое мышление не выступает изолировано от других видов абстрактного мышления; на отдельных этапах мышления оно может преобладать над теми видами, с которыми оно выступает совместно. Этот вид мышления тесно связан с мыслительной операцией анализа.

Таким образом, побуждая школьников к данной математической деятельности, учитель может способствовать развитию у учащихся аналитического мышления.

Логическое мышление характеризуется умением выводить следствия из данных предпосылок, умением вычленять частные случаи, исчерпывающие данное явление, умением теоретически предсказать конкретный результат, обобщать полученные выводы. В процессе обучения математики логическое мышление проявляется, прежде всего, в индуктивных и дедуктивных выводах и доказательствах теорем; данная математическая деятельность способствует развитию у учащихся логического мышления.

Пространственно-схематическое мышление характеризуется умением мысленно конструировать пространственные образы или схематические конструкции изучаемых объектов и выполнять над ними операции, соответствующие тем, которые должны выполняться над самими объектами. С этим типом мышления тесно связана способность учащихся выразить при помощи какой-либо схемы тот или иной математический объект, операции или отношения между объектами. Схемы, которые при этом составляются, могут иметь самый разнообразный характер.

Интуитивное мышление характеризуется тем, что в нем отсутствуют четко определенные этапы. Оно имеет тенденцию основываться, прежде всего, на свернутом восприятии всей проблемы сразу. Человек достигает ответа, который может быть правильным или ошибочным, не осознавая при этом тот процесс, посредством которого он получил искомый ответ [20]. «Интуиция – особый способ познания, характеризующийся непосредственным постижением истины... К области интуиции принято относить такие явления, как внезапно найденное решение, долго не поддавшееся логическим усилиям задачи, мгновенное нахождение единственно верного способа избежать опасности» [24].

В процессе традиционного школьного обучения математике нередко основное внимание уделяется точному воспроизведению школьником получаемых им знаний. Поэтому своеобразный ответ одаренного учащегося ценится меньше, чем хорошо заученный ответ другого. Школьник учится не

столько понимать математические отношения, сколько просто применять определенные схемы или правила без понимания их значения и связи. После такого неудачного начала обучения учащиеся приходят к убеждению, что самое важное – быть «точным», хотя точность относится скорее к вычислениям, чем к математике вообще. Заметим, что значение интуиции нельзя переоценивать. Сама по себе интуиция не может обеспечить хорошего знания предмета.

Функциональное мышление характеризуется осознанием общих и частных связей и отношений между математическими объектами или их свойствами и умением их использовать. Идея функции пронизывает все явления природы, и потому математическое понятие функции является мощным инструментом познания реальной действительности.

Наиболее характерными чертами функционального мышления являются:

- представление математических объектов в движении, изменении;
- операционно-действенный подход к математическим фактам, оперирование причинно-следственными связями;
- склонность к содержательным интерпретациям математических фактов, повышенное внимание к прикладным аспектам математики.

Примером может служить следующая задача. Какая из изображенных в правой части рисунка 1 игральных костей может быть получена вращением в пространстве кости a , изображенной слева? Ответ: при мысленном вращении фигуры совпадение произойдет с первой игровой костью правой части рисунка 1.

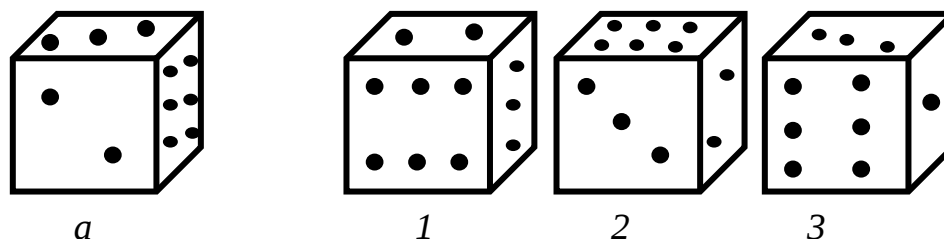


Рис. 1. Игральные кости

Функциональное мышление вплотную примыкает к мышлению, называемому диалектическим. Оно характеризуется осознанием изменчивости, двойственности, противоречивости, единства, взаимосвязи и взаимозависимости понятий и соотношений. Мыслить диалектически, кроме того, означает проявлять способность к нешаблонному, разностороннему подходу к изучению объектов и явлений, к решению возникающих при этом проблем. Ю.М. Колягин замечает, что диалектическое мышление является прежде всего естественнонаучным мышлением и поэтому по отношению к математическому мышлению не укладывается в иерархию соподчиненности. То есть можно сказать, что полноценное математическое мышление неизбежно должно быть диалектическим.

Творческое мышление включает в себя не только все выше перечисленные компоненты мышления, но и то, что называют математическим стилем мышления.

С точки зрения психологии, творческое мышление характеризуется следующим:

- продукт творческой мыслительной деятельности должен обладать новизной и определенной ценностью как для самого человека, так и для других людей;
- сам мыслительный процесс также должен отличаться новизной, проявляющийся в значительном преобразовании ранее принятых идей;
- мыслительный творческий процесс должен обладать сильной мотивацией и устойчивостью, то есть иметь место либо в течение значительного периода времени, либо проходить с большей интенсивностью [24].

Процесс обучения математике по существу является для учащихся открытием заново того, что уже известно; несмотря на это, его можно назвать субъективно творческим, хотя результаты познавательной деятельности школьника не являются новыми. Таким образом, продукт мышления может быть и не творческим, а мышление – творческим.

Как синоним к понятию творческого мышления употребляют термин продуктивное мышление. Вообще говоря, в различных источниках выделяют такие компоненты (виды) мышления как продуктивное и репродуктивное, то есть существует другая классификация видов мышления [11].

Хотя мышление как процесс обобщенного и опосредованного познания действительности всегда включает в себя элементы продуктивности, удельный вес ее в процессе мыслительной деятельности может быть различным. Там, где удельный вес продуктивности достаточно высок, говорят о продуктивном мышлении как особом виде мыслительной деятельности. В результате продуктивного мышления возникает нечто оригинальное, принципиально новое для субъекта, то есть степень новизны здесь высока. Условие возникновения такого мышления – наличие проблемной ситуации, способствующей осознанию потребности в открытии новых знаний, стимулирующей высокую активность решающего проблему субъекта. Новизна проблемы диктует новый путь ее решения: скачкообразность, включение эвристических, поисковых проб.

С психологической точки зрения нет принципиальной разницы между продуктивным мышлением ученого, открывающего объективно новые, еще не ведомые человечеству закономерности окружающего мира, и продуктивным мышлением ученика, делающего открытие нового лишь для него самого, так как в основе лежат общие психологические закономерности. Однако условия поиска новых знаний у них весьма различны, как различен и уровень мыслительной деятельности, приводящей к открытию.

Для того, чтобы как-то обозначить эти различия большинство исследователей предпочитают в отношении такого вида мышления школьников употреблять термин продуктивное мышление, а термином творческое мышление обозначать высшую ступень мыслительной деятельности, осуществляемую теми, кто открывает принципиально новые

для человечества знания, создает нечто оригинальное, не имеющее себе аналога.

Итак, продуктивное мышление характеризуется высокой новизной своего продукта, своеобразием процесса его получения и, наконец, существенным влиянием на умственное развитие. Оно является решающим звеном в умственной деятельности, так как обеспечивает реальное движение к новым знаниям.

Примером продуктивного мышления может послужить следующая задача. В пруду растет 1 лист лилии. К вечеру каждого дня число листьев удваивается. На какой день пруд будет покрыт листьями наполовину, если полностью он будет покрыт лилиями через 100 дней [12]?

Ответ: через 99 дней.

Характеризуясь меньшей продуктивностью, репродуктивное мышление, тем не менее, играет важную роль и в познавательной, и в практической деятельности человека. На основе этого вида мышления осуществляется решение задач знакомой субъекту структуры. Под влиянием восприятия и анализа условий задачи, ее данных, искомого, функциональных связей между ними актуализируются ранее сформированные системы связей, обеспечивающие правильное, логически обоснованное решение такой задачи, адекватное отражение его в слове.

Репродуктивное мышление имеет большое значение в учебной деятельности школьников. Оно обеспечивает понимание нового материала при его изложении преподавателем или в учебнике, применение знаний на практике, если при этом не требуется их существенного преобразования и т.д.

Возможности репродуктивного мышления, прежде всего, определяются наличием у человека исходного минимума знаний, оно, как показали исследования, легче поддается развитию, чем мышление продуктивное, и в то же время играет немалую роль в решении новых для

субъекта проблем. В этом случае, оно выступает на начальном этапе, когда человек пытается решить новую для него задачу известными для него способами и убеждается в том, что знакомые способы не обеспечивают ему успеха. Осознание этого приводит к возникновению проблемной ситуации, то есть активизирует продуктивное мышление, обеспечивающее открытие новых знаний, формирование новых систем связей, которые позднее обеспечат ему решение аналогичных задач. Для решения новой актуальной задачи в дидактике обозначены современные подходы к обучению: личностно ориентированный, деятельностный и др. [15]. Деятельностный подход в обучении ориентирует учителя на раскрытие детям личностного смысла учения, на развитие адекватного отношения школьников к учению. Поэтому мотивация учащихся на уроке математики, целеполагание в начале урока и на отдельных его этапах, реализующих тот или иной вид деятельности, является главным показателем деятельностной технологии обучения [6].

Как уже отмечалось, процесс продуктивного мышления скачкообразен, часть его осуществляется подсознательно, без адекватного отражения в слове. Сначала в слове находит выражение его результат (Ага! Нашел! Догадался!), а затем – сам путь к нему.

Осознание найденного субъектом решения, его проверка и логическое обоснование вновь осуществляются на основе репродуктивного мышления. Таким образом, реальная деятельность, процесс самостоятельного познания окружающей действительности – результат сложного переплетения, взаимодействия репродуктивного и продуктивного видов мыслительной деятельности.

1.3. Характеристика математического стиля мышления

Всякий мыслительный процесс является по своему внутреннему строению действием или актом деятельности, направленным на разрешение определенной задачи. Задача эта включает в себе цель для мыслительной деятельности человека, соотнесенную с условиями, которыми она задана. Направляясь на ту или иную цель, на решение определенной задачи, всякий реальный мыслительный акт субъекта исходит из тех или иных мотивов. Начальным моментом мыслительного процесса обычно является проблемная ситуация. Мыслить человек начинает, когда у него появляется потребность что-то понять. Мышление обычно начинается с проблемы или вопроса, с удивления или недоумения, с противоречия. Этой проблемной ситуацией определяется вовлечение личности в мыслительный процесс; он всегда направлен на разрешение какой-то задачи.

«Мышление – это движение мысли, раскрывающее связь, которая ведет от отдельного к общему и от общего к отдельному. Мышление – это опосредованное–основанное на раскрытии связей, отношений, опосредований – и обобщенное познание объективной реальности» [28, с. 249]. Мышление человека включает в себя мыслительные операции различных видов и уровней.

Такими разными уровнями мышления являются наглядное мышление в его элементарных формах и мышление отвлеченное, теоретическое. Для первого характерно то, что единство представления и понятия, единичного и общего осуществляется в нем по преимуществу в форме наглядного образа-представления; для второго так же характерно то, что единство наглядного образа-представления и понятия осуществляется в нем по преимуществу в форме общего понятия [28].

Все большее значение начинает приобретать теоретическое мышление, способность устанавливать максимальное количество смысловых связей в

окружающем мире. Школьник психологически погружен в реальности предметного мира, образно-знаковых систем. Изучаемый в школе материал становится для него условием для построения и проверки своих гипотез.

К качествам мышления, образующим математический стиль, относят гибкость, активность, широту, лаконичность, целенаправленность, оригинальность, доказательность, готовность памяти, глубину, критичность, самокритичность, ясность и точность речи и записи.

Смекалка как умение пользоваться полученными знаниями на практике, умение делать правильные выводы на основе самых незначительных фактов, как инициативность, гибкость и сообразительность характеризует математический стиль мышления.

В отечественной психологии наиболее полным исследованием считается понятие гибкости мышления, введенное Менчинской Н. А. Она выделяет три основных показателя, характеризующих гибкость мышления:

- подход к задаче, как к проблеме; целесообразное варьирование способов действия;
- легкость перестройки знаний или навыков и их систем в соответствии с измененными условиями;
- способность к переключению или легкость перехода от одного способа действия к другому.

Различие между вторым и третьим показателями заключается в том, что в одном случае имеется в виду перестройка (осуществляемая самостоятельно) сложившейся системы знаний или навыков в ответ на новые требования; в другом случае речь идет о переходе от одного хорошо известного способа действия к другому, также хорошо известному [3].

При характеристике математического мышления целесообразно обращать внимание на воспитание у учащихся так называемого математического стиля мышления.

Гибкость мышления. В современном информационном обществе полноценно реализовать себя, быть успешным могут люди, не просто обладающие системой предметных знаний, а интеллектуально развитые личности, свободно ориентирующиеся в быстро меняющемся мире, умеющие самостоятельно принимать ответственные решения в ситуации множественности выбора, анализировать причины и прогнозировать возможные последствия тех или иных событий и явлений, способные находить инновационные решения в условиях неопределенности, преодолевать консерватизм и отличающиеся мобильностью, динамизмом, конструктивностью. Все это требует развития такого важного интеллектуального качества как гибкость мышления [1].

В качестве примера проявления гибкости мышления может служить успешное решение школьниками таких, например, задач:

1. Два человека подошли одновременно к реке. У берега реки стояла лодка (лишь для одного человека). Тем не менее, оба сумели переправиться через речку в этой лодке. Каким образом [24]?

Решение. Они находились на разных берегах реки.

2. У семи братьев по сестре. Сколько сестер у каждого брата? У семи братьев?

Решение. В семье семь братьев и одна сестра.

Пока мысль движется в привычном направлении, учащийся не проводит должного анализа и есть возможность получить ошибочный ответ.

Активность мышления характеризуется постоянством усилий, направленных на решение некоторой проблемы, желанием всегда решить эту проблему, изучить различные подходы к ее решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменяющихся условий. Развитию этого качества мышления у учащихся благоприятствует рассмотрение различных способов решения одной и той же задачи, различные определения одного и того же математического понятия и т.п.

Так, например, отмечает Ю.М. Колягин, учащиеся проявят определенную активность мышления, если спросят учителя: «Почему на нуль делить нельзя?» Или закончат решение, найдут ответ в задаче, решение которой не завершено на уроке.

Целенаправленность мышления отличается стремлением осуществлять выбор действий при решении какой-либо проблемы, постоянно ориентируясь на поставленную этой проблемой цель, а также стремлением к поиску кратчайших путей ее решения. Наличие у школьников этого качества мышления исключительно важно при поиске плана решения математических задач, при изучении нового материала. Этому способствует специально подобранные учителем задачи, вводящие в изучение новой темы, посредством которых перед учащимися раскрывается целесообразность ее изучения и последовательность рассмотрения относящихся к ней вопросов.

Целенаправленность мышления дает возможность более экономичного решения многих задач, которые обычным способом решаются если не сложно, то слишком долго. Так, например, вычисление суммы первых ста натуральных чисел:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100.$$

Поставив цель упростить вычисление посредством применения каких-либо законов сложения, школьник без труда установит известный способ вычисления этой суммы:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = (1 + 99) + (2 + 98) + \dots + (49 + 51) + 50 + 100 = 5050.$$

Готовность памяти. Память дает возможность соблюдать принцип экономии в мышлении. В зависимости от содержания запоминаемого материала и от деятельности человека в процессе запоминания память делят на четыре вида: двигательную (моторную), эмоциональную, образную и словесно логическую; в зависимости от целей деятельности различают память произвольную и произвольную; в зависимости от времени хранения

информации различают память кратковременную, долговременную и оперативную.

Таким образом, память каждого школьника является необходимым звеном в его познавательной деятельности; в свою очередь, память зависит от характера этой деятельности: от ее целей и задач, мотивов и конкретного содержания [28].

В процессе обучения математике целесообразно развивать все указанные выше виды памяти. Так, например, указание учителя ученику, работающему на классной доске: «говори и пиши!» – весьма полезно, так как способствует одновременному развитию моторной и образной памяти (зрительной и слуховой).

Готовность памяти понимается как способность к быстрому и правильному воспроизведению необходимой информации.

Широта мышления характеризуется способностью к формированию обобщенных способов действий, имеющий широкий диапазон переноса и применения к частным, нетипичным случаям. Это качество мышления часто проявляется в готовности школьника принять во внимание новые для него факты в процессе деятельности в знакомой ему ситуации. Так, например, изучив распределительный закон умножения относительно сложения, записанный в форме $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, школьник проявит известную широту мышления, если сумеет применить этот закон в вычислении:

$$3,5 \cdot 47,6 + 52,4 \cdot 3,5.$$

Развитию этого качества мышления у учащихся способствует проведение различных классификаций изучаемых математических фактов и их обобщений.

Глубина мышления. Это качество мышления характеризуется глубоким пониманием каждого из изучаемых математических фактов в их взаимосвязи с другими фактами.

Конкретным примером проявления этого качества мышления может служить правильный ответ на следующий вопрос: «Известно, что сложению соответствует одно обратное действие – вычитание; то же самое можно сказать и об умножении. Почему же действие «возведение в степень» имеет два себе обратных: извлечение корня и логарифмирование?» Потому что, для возведения числа в степень переместительный закон не действует в отличие от сложения и умножения.

Критичность и самокритичность мышления. В процессе обучения математике воспитанию этого качества мышления у учащихся способствует постоянное обращение к различного вида проверкам, грубым прикидкам найденного (искомого) результата, а также проверке умозаключений, сделанных с помощью индукции, аналогии и интуиции. Критичность мышления можно воспитывать у школьников при выполнении специальных учебных заданий на нахождение и исправление собственных ошибок. Учителю иногда бывает полезно совместно с учащимися проследить весь ход ошибочных рассуждений до конца, чтобы натолкнуть школьников на противоречие, которое поможет им осознать ошибку.

Полезны также и некоторые специальные задачи и упражнения, способствующие пробуждению у учащихся потребности к самокритичности. Такими упражнениями являются, в частности, задачи-софизмы, а также задачи такого, например, вида:

1. Истинно или ложно утверждение: $(P \perp Q) \wedge (M \perp Q) \Rightarrow P \parallel M$, где P , Q и M – плоскости?

2. Вычислить устно, каково значение x :

$$(37 - 18) - 11 = 37 - (x - 11).$$

Кроме описанных качеств, свойственных математическому стилю мышления, выделяют ясность, точность, лаконичность речи и записи, оригинальность (самостоятельность) мышления и его доказательность [24].

Таким образом, стиль мышления определяется не одной чертой, а системой характеристик и особенностей.

В дополнительном образовании школьников, в частности в математическом, необходимо использовать основные психологически ориентированные модели школьного обучения, понимая под этим следующее: содержание и формы школьного образования и дополнительного должны быть в соответствии с психологией ребенка, его правами и интересами [24]. На настоящий момент можно выделить следующие:

Модель 1. «Свободная мысль». В этой модели в максимальной мере учитывается инициатива ребенка. При наличии определенной помощи со стороны учителя ребенок тем не менее сам определяет интенсивность и продолжительность своих учебных занятий, свободно планирует собственное время, самостоятельно выбирает средства обучения.

Модель 2. «Личностная модель», основной психологической целью которой является общее развитие учащегося, в том числе развитие его познавательных, эмоционально-волевых, нравственных и эстетических возможностей. Обучение ведется на высоком уровне сложности, однако при этом создаются условия для проявления индивидуальности слабых и сильных учеников, формирование на уроке атмосферы доверительного общения, многовариантности учебного процесса.

Модель 3. «Развивающая модель». В центре внимания оказывается перестройка учебной деятельности ребенка как на уровне содержания, так и на уровне формы ее организации, с тем чтобы обеспечить появление некоторых новых психологических качеств: теоретического мышления, рефлексии, самостоятельности в решении разнообразных учебных задач и т.д.

Модель 4. «Активизирующая модель», направленная на повышение уровня познавательной активности учащихся за счет включения в учебный

процесс проблемных ситуаций, опоры на познавательные потребности и интеллектуальные умения.

Модель 5. «Формирующая модель». Предполагается, что влиять на умственное развитие ребенка – значит осуществлять целенаправленное управление процессом усвоения знаний и умений.

Модель 6. «Обогащенная модель». Ее ключевой элемент – «индивидуальный ментальный опыт». Цель – помочь ребенку выстроить свой собственный ментальный мир [34].

1.4. Задачи как средство развития математического мышления учащихся

В труде, в учении, в игре, во всякой творческой деятельности нужны человеку сообразительность, находчивость, догадка, умение рассуждать – все то, что метко определяется одним словом «смекалка» [20]. Как уже было исследовано ранее, смекалку можно воспитать и развить систематическими упражнениями, в частности решением математических задач как школьного курса, так и задач, возникающих из практики, связанных с наблюдениями окружающего нас мира вещей и событий.

1) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 8, если цифры в записи числа не повторяются [22]?

Решение. Первой цифрой числа может быть любая из четырех данных цифр, второй – любая из трех, а третьей – любая из двух оставшихся. Получается:

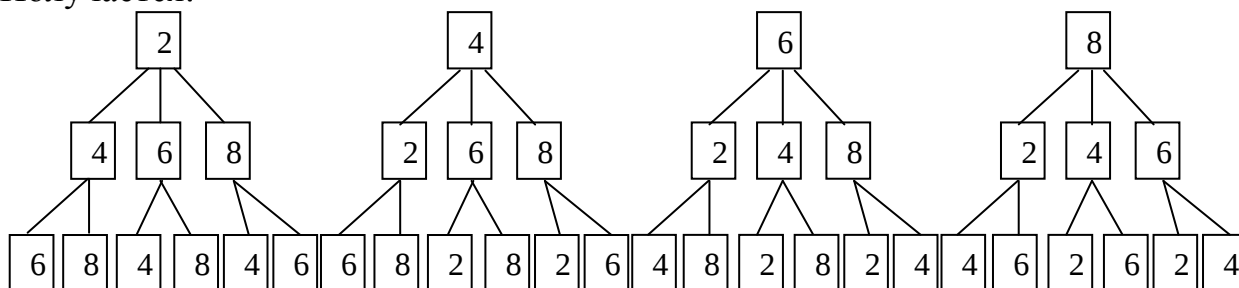


Рис. 2. Метод перебора

Всего из данных цифр (рис. 2) можно составить $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ трехзначных числа.

Задача решается методом перебора, который входит не во все программы по математике 5 класса. Следует применить смекалку. Поэтому данная задача отмечена как задача на развитие мышления. Проявляется гибкость мышления.

2) Установите правило нахождения числа, стоящего в средней клетке первой строки, и поэтому правилу вставьте пропущенное число (рис. 3):

а)

15	41	26
19		12

 б)

19	18	37
17		46

 в)

51	3	17
57		19

Рис. 3. Установление закономерностей

Решение: а) Число, стоящее в средней клетке первой строки, находится по правилу: $26 + 15 = 41$. Следовательно, искомое число, стоящее во второй строке, найдется также по правилу: $12 + 19 = 31$.

б) Число, стоящее в средней клетке первой строки, находится по правилу: $37 - 19 = 18$. Следовательно, искомое число, стоящее во второй строке, найдется также по правилу: $46 - 17 = 29$.

в) Число, стоящее в средней клетке первой строки, находится по правилу: $51 : 17 = 3$. Следовательно, искомое число, стоящее во второй строке найдется также по правилу: $57 : 19 = 3$.

Задача на установление закономерности. Проявляется активность и гибкость мышления.

3) Попробуйте догадаться, как Карл Гаусс складывал числа от 1 до 100.

1 способ. Решение Карла Гаусса.

1. Необходимо подсчитать количество пар чисел в последовательности от 1 до 100. Получаем 50 пар.

2. Складываем первое и последнее числа всей последовательности. В нашем случае это 1 и 100. Получаем 101.

3. Умножаем количество пар чисел в последовательности на полученную в пункте 2 сумму. Получаем 5050. Таким образом, сумма натуральных чисел от 1 до 100 равна 5050. Простая формула: сумма чисел от 1 до $n = n \cdot (n + 1) : 2$

Задача на сообразительность. Проявляется целенаправленность мышления.

4) Какое число пропущено?

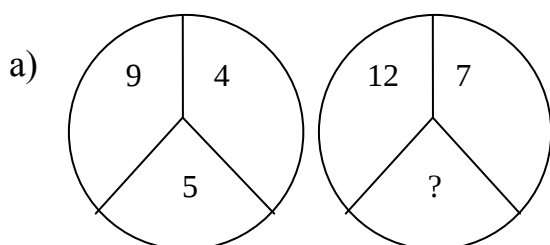


Рис. 4. Закономерность

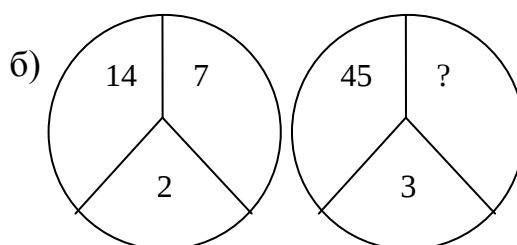


Рис. 5. Закономерность

Решение. а) Заметив, закономерность на рисунке 4 слева: $9 - 4 = 5$, видно, что справа пропущенное число $12 - 7 = 5$; б) На рисунке 5 слева $14 : 2 = 7$, справа найдем $45 : 3 = 15$.

Задача на установление закономерности. Проявляется активность и гибкость мышления.

5) Придумайте способ, с помощью которого можно быстро и просто вычислить значение выражения: $39 - 37 + 35 - 33 + 31 - 29 + 27 - 25 + 23 - 21 + 19 - 17 + 15 - 13 + 11 - 9 + 7 - 5 + 3 - 1$.

Решение. $(39 - 29) + (-37 + 27) + (35 - 25) + (-33 + 23) + (31 - 21) + (19 - 9) + (-17 + 7) + (15 - 5) + (-13 + 3) + (11 - 1) = 20$.

Задача на сообразительность. Проявляется целенаправленность мышления.

6) Сосчитайте, сколько четверок и сколько пятерок на рисунке 6, но только по особому правилу – считать нужно подряд и четверки, и пятерки: «Первая четверка, первая пятерка, вторая четверка, третья четверка, вторая

пятерка и т.д.». Если сразу не удастся сосчитать, возвращайтесь к этому заданию еще и еще раз.

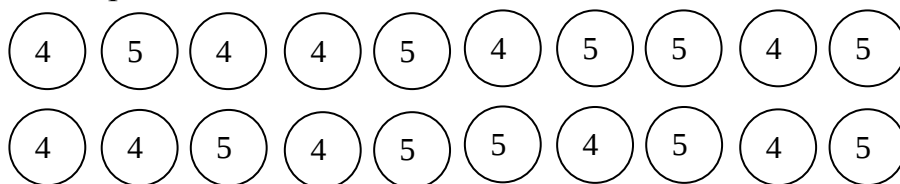


Рис. 6. Пятерки и четверки

Ответ: 10 четверок, 9 пятерок.

Задача на внимательность и выносливость. Проявляется критичность и самокритичность мышления.

7) Найдите в таблице (рис. 7) все числа по порядку от 2 до 50. Это упражнение полезно выполнить несколько раз; можно соревноваться с товарищем: кто быстрее отыщет все числа?

9	45	14	25	34	3	31
20	43	30	7	18	40	12
37	24	2	47	10	27	39
6	41	33	15	49	22	8
29	21	48	36	17	13	44
16	50	11	26	4	38	28
35	32	46	19	42	23	5

Рис. 7.

13	43	30	5	41	24	9
38	21	49	19	16	35	47
7	33	27	11	44	3	32
25	17	46	6	20	37	14
34	4	23	12	50	29	42
15	48	36	40	26	8	39
28	10	22	45	2	31	18

Таблица

Задача на внимательность и соперничество. Проявляется критичность и самокритичность мышления.

8) Существуют такие тройки чисел a , b , c , что $a^2 + b^2 = c^2$. Например, $6^2 + 8^2 = 10^2$. Обладают ли таким свойством тройки чисел:

а) 7, 24, 25; б) 20, 21, 29?

Решение. а) $7^2 + 24^2 = 25^2$; б) $20^2 + 21^2 = 29^2$;

49 $576 = 625$. $400 + 441 = 841$.

Ответ. Обладают таким свойством предложенные тройки чисел.

Проявляется глубина мышления.

9) Подумайте, по какому правилу составлен ряд чисел, и найдите три следующих числа:

а) 20, 22, 24, ... ; г) 1, 4, 9, 16, ...;

б) 2, 4, 8, 16, ...; д) 2, 5, 4, 8, 6, 11, ... ;

в) 1, 3, 9, ... ; е) 1, 8, 27,

Решение. а) $24 + 2 = 26$, $26 + 2 = 28$, $28 + 2 = 30$; б) $16 \cdot 2 = 32$, $32 \cdot 2 = 64$, $64 \cdot 2 = 128$; в) $9 \cdot 3 = 27$, $27 \cdot 3 = 81$, $81 \cdot 3 = 243$; г) $5 \cdot 5 = 25$, $6 \cdot 6 = 36$, $7 \cdot 7 = 49$; д) $6 + 5 - 3 = 8$, $8 + 6 - 4 = 10$, т.е. три последних числа будут: 8, 14, 10; е) $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$, $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$, $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

Задача на нахождение закономерности и последовательности. Проявляется активность и гибкость мышления.

10) Подсчитайте по таблице (рис. 8):

а) сколько раз встречается цифра 9;

б) сколько всего раз в таблице встречаются цифры 6 и 7 (не считая их по отдельности);

в) сколько всего раз встречаются цифры 5, 6 и 8 (не считая их по отдельности).

7	9	4	6	2	9	3	8	6	7
9	3	6	9	5	8	7	9	6	8
4	6	8	3	9	4	6	4	9	6
8	4	5	6	3	7	8	2	5	4
5	2	7	9	4	6	3	9	8	5
6	9	4	5	8	3	3	7	6	9
2	8	6	4	9	7	3	8	5	6
7	3	9	5	2	8	6	9	5	9
5	7	5	9	7	3	3	4	8	8
9	6	8	7	2	9	4	6	9	5

Рис. 8. Таблица

Решение. а) девятнадцать раз встречается цифра 9; б) восемь раз встречаются цифры 6 и 7 парой; в) три раза встречаются числа 5, 6 и 8.

Задача на внимательность и выносливость. Проявляется критичность и самокритичность мышления.

11) У двух зрячих один брат слепой, но у слепого нет зрячих братьев. Как это может быть?

Решение. Из первой фразы как будто следует, что речь в задаче идет о братьях, тогда как на самом деле зрячими оказываются сестры.

Задача на сообразительность. Проявляется гибкость мышления.

12) Дано 5 спичек. Сложите из них два равносторонних треугольника. А если спичек будет 6, то сколько равносторонних треугольников вы можете сложить?

Решение. Первая задача решается на плоскости, а вторая – на плоскости (получаются два равносторонних треугольника) или в пространстве (получаются четыре равносторонних треугольника).

Задача на сообразительность. Проявляется гибкость мышления.

13) Выделите существенные признаки понятий: равнобедренный треугольник, ромб.

Задача на понимание изучаемого материала и его взаимосвязи с другими фактами. Проявляется глубина мышления.

14) Вычислите устно, каково значение x :

$$(37 - 18) - 11 = 37 - (x - 11).$$

Ответ: 40.

Проявляется критичность и самокритичность.

15) Разделить 5 яблок между пяти лицами так, чтобы каждый получил по яблоку и одно осталось в корзине.

Решение. Один человек берет яблоко вместе с корзиной.

Проявляется активность мышления.

16) Вычислите: $3,5 \cdot 47,6 + 52,4 \cdot 3,5$.

Решение. Нужно вынести общий множитель за скобку

$$3,5 \cdot 47,6 + 52,4 \cdot 3,5 = 3,5 \cdot (47,6 + 52,4) = 3,5 \cdot 100 = 350$$

Проявляется широта мышления.

17) Сколько Буратино заплатил за арбуз, который стоил 20 сольдо и еще пол-арбуза?

Решение. 20 сольдо стоит пол-арбуза. $20 + 20 = 40$ сольдо стоит арбуз.

Типичная задача на смекалку. Проявляется активность мышления.

18) Портной имеет кусок сукна в 16 метров, от которого он отрезает ежедневно по 2 метра. По истечении скольких дней он отрежет последний кусок [20]?

Решение. Последний кусок будет отрезан по истечении 7 дней.

Типичная задача на смекалку. Проявляется активность мышления.

19) Три курицы за три дня снесут три яйца. Сколько яиц снесут 6 куриц за 6 дней [20]?

Решение. 12 яиц.

Типичная задача на смекалку. Проявляется активность мышления.

При попытке описания функции каждой задачи, мы пришли к выводу о том, что задача может носить не одну характеристику стиля мышления, а сразу несколько.

Таким образом, в данной главе можно сделать вывод о том, что развитие мышления играет большую роль в жизни каждого учащегося. Сейчас это является одной из главных задач общего образования. В частности, перед педагогом встает проблема развития математического мышления учащихся. Это является важным фактором успешного овладения школьниками математической наукой.

ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В настоящее время большую часть деятельности учителей под названием «внеурочная работа по математике» называют дополнительным математическим образованием (ДМО) детей, которая выходит далеко за рамки обычных внеклассных занятий. Данные мероприятия проводятся для воспитания и организации досуга школьников. В основе современного дополнительного математического образования – образовательный блок, который компенсирует когнитивные, коммуникативные и иные потребности детей, нереализованные в рамках предметного обучения в школе.

В данной главе мы рассмотрели какие существуют формы организации дополнительного математического образования школьников, какие современные подходы выделяют к обучению в общеобразовательной школе, проанализировали некоторые из них, и привели несколько задач из опыта развития мышления, которые были использованы во внеурочной работе с учащимися 5-6-х классов.

2.1. Дополнительное математическое образование школьников как современная форма внеурочной работы

Современное дополнительное образование детей представляет собой определенную систему, в которую входят компоненты: ребенок как субъект образования, педагог дополнительного образования, дополнительные образовательные программы различного уровня и направленности, учреждения дополнительного образования детей и общественные детские и молодежные объединения, занимающиеся реализацией дополнительных

образовательных программ, семья, органы управления дополнительным образованием. «Дополнительное математическое образование школьников (ДМОШ) – это образовательный процесс, имеющий свои педагогические технологии, формы и средства их реализации по программам, дополняющим государственный стандарт средней школы. ДМОШ тесно связано с внеклассной работой по математике, и они вместе входят в состав непрерывного математического образования» [24 с.525].

К современному ДМОШ можно отнести:

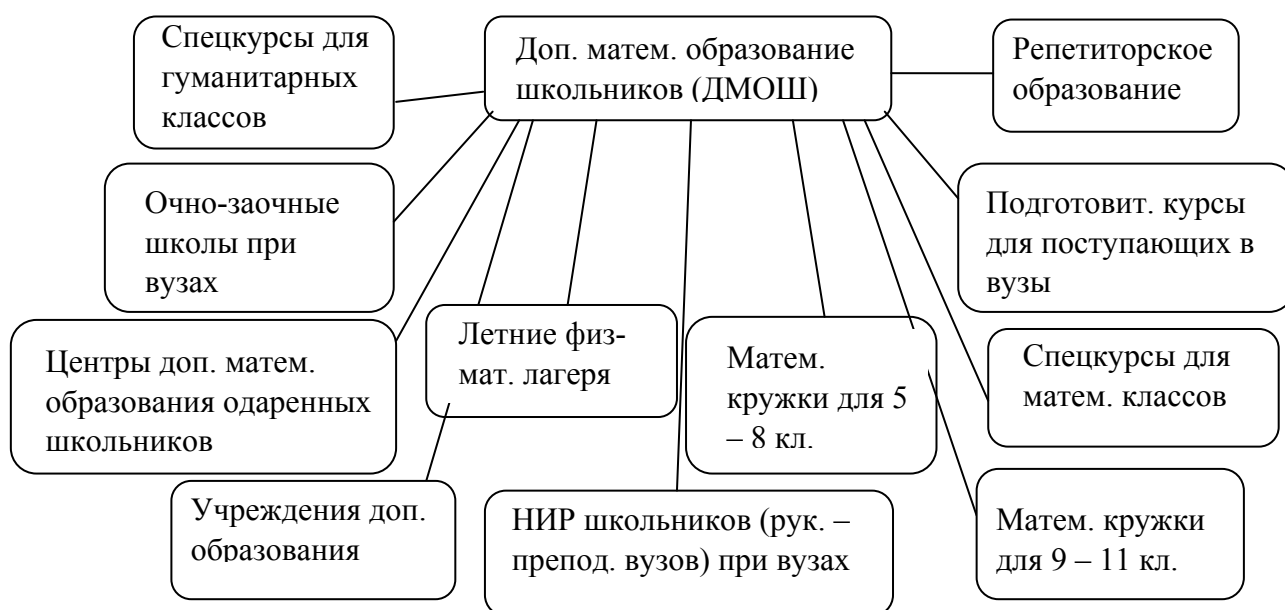


Рис. 9. Формы организации ДМОШ

- заочные школы при конкретных вузах или центрах непрерывного математического образования одаренных школьников, просто центры дополнительного образования (5 – 11 классы), например, учебный центр «Современное образование» в Перми. В этом Центре работают учебные курсы по подготовке к ЕГЭ; программы для школьников (1-3 классы, 4 класс, 5-6 классы, 7-8 классы, 9 класс, шахматная школа) и др.
- очно-заочные школы и летние физико-математические школы для одаренных детей (5 – 11 классы);

- научно-исследовательскую работу со школьниками (в рамках подготовки их к научно-практическим конференциям разного уровня: городским, республиканским, федеральным);

- учреждения дополнительного образования;
- центры ДМО одаренных школьников и др.

В современных условиях весь этот набор предоставляется школьникам как на платной (родительская оплата), так и на бесплатной (финансирует вуз или другие организации) основе [24].

Дополнительное образование школьников дает возможность: оптимального решения проблемы индивидуализации и дифференциации обучения как средства эффективного развития личности ребенка; построение профориентационной работы с учетом индивидуальных интересов, формирование творческой активности и самостоятельности, развития интеллекта [24].

Сегодня большую часть деятельности учителей под названием «внешкольная (внеурочная) работа по математике» называют дополнительным математическим образованием (ДМО) детей, которая выходит далеко за рамки обычных внеклассных занятий. Данные мероприятия проводятся для воспитания и организации досуга школьников. В основе современного дополнительного математического образования – образовательный блок, который компенсирует когнитивные, коммуникативные и иные потребности детей, нереализованные в рамках предметного обучения в школе.

Внеурочная работа по математике призвана решать три основные задачи [14]:

- повысить уровень математического мышления, углубить математические знания и развить практические навыки учащихся, проявивших математические способности;

- способствовать возникновению интереса у большинства учеников, привлечению некоторых из них в ряды «любителей» математики;
- организовать досуг учащихся в свободное от учебы время.

Решение первой задачи преследует цель удовлетворить запросы и потребности первой категории учеников, решение двух других должно обеспечить создание дополнительных условий для возникновения и развития интереса к математике у оставшегося большинства.

Вторая и третья задачи внеклассной работы решаются менее успешно, чем первая. Основными формами внеклассной работы, носящими систематический характер, охвачены в основном только любители математики. На остальных учеников все чаще влияют товарищи или эпизодически проводимые мероприятия в виде вечеров, конкурсов, которые организуются 1 – 2 раза в год и не могут, естественно, оказать заметного влияния на развитие их интересов [14].

Ценность дополнительного математического образования детей состоит в том, что оно усиливает вариативную составляющую общего математического образования, способствует применению на практике знаний и навыков, полученных в школе, стимулирует обучающихся к познанию. А главное – в условиях дополнительного математического образования дети могут развивать свой творческий потенциал, навыки адаптации к современному обществу и получают возможность полноценной организации свободного времени [27].

В связи с высокими требованиями ФГОС, с одной стороны, и небольшим объемом аудиторных часов по учебному плану — с другой, появляется необходимость организации, профессионализирующей деятельности студентов во внеаудиторной работе. С этой целью были организованы занятия дополнительного математического образования (ДМО) школьников. С октября месяца 2011 года с учащимися 5–6-х классов в рамках проекта «Моя любимая математика» работают студенты старших

курсов под руководством преподавателей. Основой программы явился план секции «Веселые математики» воскресного клуба «Математический огонек», который был организован в 1964 году для учащихся 5–8-х классов. Занятия клуба проводились двенадцать раз в течение учебного года, по два часа каждое занятие. Для разработки содержания 24 двухчасовых занятий были использованы материалы Евгения Александровича Дышинского, представленные в его многочисленных публикациях [5], [7] и других.

Вот, например, из «Игротеки математического кружка» Е.А. Дышинского была проведена игра: «Математические следопыты» [14].

Как показывает опыт организации ДМОШ в настоящее время продолжается активный поиск инновационных форм и методов обучения, позволяющих с целью стимулировать интеллектуальный рост ребенка, что особенно важно в системе дополнительного образования, и математического в частности.

В качестве одной из центральных идей в области школьной педагогики начинает выступать ориентация на внутренний опыт ребенка [24]. В работах И.С. Якиманской обосновывается необходимость личностно-ориентированного обучения. «Личностно-ориентированное обучение есть прежде всего выявление особенностей ученика, как субъекта; признание его субъектного опыта как самобытности и самооценности; построение педагогических воздействий с максимальной опорой на этот опыт; постоянное согласование в ходе обучения двух видов опыта — общественного и индивидуального; раскрытие индивидуального своеобразия получения знаний через анализ способов учебной работы. Задаваемое в обучении содержание (понятия, правила, приемы), фиксирующее результаты общественно-исторического опыта (научного познания), обязательно переосмысливается учеником в ходе усвоения. При этом ученик привносит в это содержание такие признаки, которые помогают более психологично конструировать само учебное содержание, что служит мощным основанием

для превращения дидактики в психодидактику, позволяет принципиально иначе подходить к построению всего образовательного процесса» [36].

2.1.1. Современные подходы к обучению в общеобразовательной школе

В последнее время все больше внимания уделяется вопросу внедрения современных инновационных подходов практически во все сферы деятельности человека. Естественно, сфера образования не могла стать здесь исключением. Использование инновационных подходов в учебном процессе предполагает повышение качества образования, т. е. решение одной из насущных проблем для современного общества.

Педагогическое регулирование, все принципы, требования и рекомендации должны исходить из современной педагогической концепции, которая носит гуманистический характер и определяет главной целью образования и воспитания реализацию и самореализацию заложенного в человеке личностного потенциала. Эта концепция с ее истолкованием и составляет исходный теоретический базис дидактики – понимание обучения, прежде всего, как развивающего и воспитывающего процесса, как средства развития личности в соответствии с социально обусловленными целями и образовательными запросами граждан. Загвязинский В.И. отмечает, что выделяются: социальная функция обучения, призванного формировать личность, отвечающую общественным потребностям, перспективам развития общества, способную адаптироваться и активно трудиться в современном мире; личностно-развивающая функция, находящая свое воплощение в развитии способности человека к саморегуляции, саморазвитию и самореализации, формировании его духовной сущности (идеалы, ценности, познавательные способности), нравственном становлении. Обучение в современных условиях призвано выполнять также функцию здоровьесбережения, функцию социальной защиты и функцию трансляции

культуры и подготовки учащихся к ее творческому развитию. Другое дело, насколько и как выполняются эти функции [15].

В современной концепции делается акцент на активные формы учебно-педагогического процесса – взаимодействие, сотрудничество педагогов и обучающихся, а также самих обучающихся друг с другом. Приведенная трактовка пришла на смену пониманию обучения как вооружения обучающихся под руководством педагога системой научных знаний о мире и научно обоснованными способами деятельности, а также несколько позже сформулированной концепции обучения как развития интеллектуальной сферы, познавательных способностей и интересов обучаемых на той же основе овладения системой знаний и научно обоснованных способов деятельности. Современная концепция, не утратив ничего, стала шире и глубже. Оставаясь социальной, она стала глубоко личностной.

Загвязинский В.И. выделяет следующие наиболее общие и значимые подходы современной дидактики:

- личностный подход;
- деятельностный подход;
- социальная направленность и коллективистский подход;
- целостный подход;
- оптимизационный подход;
- технологический подход;
- творческий, инновационный подходы.

Указанные подходы в учебном процессе взаимосвязаны, взаимообуславливают, взаимопредполагают и взаимопроникают друг в друга. Все они представляются чрезвычайно важными, основополагающими [15].

Технологический подход позволяет отрабатывать схемы и алгоритмы обучающей и учебной деятельности, гарантирующие получение планируемых результатов [15].

Огромен опыт педагогических инноваций. Результаты психолого-педагогических исследований, развития образовательного процесса постоянно требуют обобщения и систематизации. Одним из средств решения этой проблемы является технологический подход.

В зарубежной педагогике термин «технология» стал активно употребляться в 50-х гг. XX столетия. Под технологией понимали направление, ставящее целью повышение эффективности учебного процесса и гарантию достижения учащимися запланированных результатов обучения. Появление этого термина было связано с использованием различных технических средств обучения. Это направление впоследствии стало называться «технизация». Одновременно с ним развивается и другое направление – технологический подход к построению процесса обучения в целом. Внедрение «технологии» в педагогику было связано, прежде всего, с желанием сделать процесс усвоения учащимися знаний управляемым. Возникновение в 70-х гг. прошлого века в США программированного обучения как педагогического метода стало первой попыткой создания такой целостной системы, с помощью которой можно управлять процессом обучения.

Термин «технология» появился в отечественной педагогике относительно недавно. А.С. Макаренко разработал концепцию коллектива, которая стала основой его педагогической технологии. Последняя в то время обозначала совокупность методов педагогического воздействия [8].

По мере эволюции понятия «технология обучения» и его использования на практике уточнялось содержание технологического подхода к обучению. Он, по описанию М.В. Кларина, включает в себя:

- постановку и формулировку целей, ориентированных на достижение запланированных результатов обучения (этот этап имеет первоочередное значение);
- организацию всего хода обучения в соответствии с учебными целями;

- оценку текущих результатов, коррекцию обучения, направленную на достижение поставленных целей;
- заключительную оценку результатов [18], [19].

Технология – это совокупность знаний о способах и средствах обработки чего-либо. «Педагогическая технология – это системная совокупность и порядок формирования всех личностных и инструментальных и методологических средств, используемых для достижения педагогических целей» (М. В. Кларин).

«Педагогическая технология – это совокупность психолого-педагогических установок, определяющих специальный набор и компоновку форм, методов, приемов и способов воспитательных средств» (Б. Т. Лихачев).

«Педагогическая технология – это продуманная во всех деталях модель совместной педагогической деятельности по проектированию, организации и проведению учебного процесса с безусловным обеспечением комфортных условий для учащихся и учителей» (В. М. Монахов).

2.1.2. Развитие мышления с использованием игровых технологий

Игровые технологии (Пидкасистый П. И., Эльконин Д. Б.) обладают средствами, активизирующими и интенсифицирующими деятельность учащихся. В их основу положена педагогическая игра как основной вид деятельности, направленный на усвоение общественного опыта.

Педагогические возможности игры в жизни коллектива обнаружены давно, о значении игры писали Я. А. Коменский, Песталоцци. Значительный вклад в теорию игры внесли К. Д. Ушинский, С. Т. Шацкий и др.

Игровые технологии как социально-психологический феномен являются своеобразной техникой освоения культуры человечества.

Игра – это вид деятельности в условиях ситуаций, направленных на воссоздание и усвоение общественного опыта, в котором складывается и совершенствуется самоуправление поведением. Педагогическая игра обладает существенным признаком – четко поставленной целью обучения и соответствующим ей педагогическим результатом, которые могут быть обоснованы, выделены в явном виде и характеризуются учебно-познавательной направленностью [2].

Современная педагогика также признает большую роль игры, которая позволяет активно включить ребенка в деятельность, улучшает его позиции в коллективе, создает доверительные отношения. «Игра, по определению Л.С. Выготского, - пространство «внутренней социализации» ребенка, средство усвоения социальных установок».

Различают следующие классификации педагогических игр:

- по видам деятельности (физические, интеллектуальные, трудовые, социальные, психологические);
- по характеру педагогического процесса (обучающие, тренировочные, познавательные, тренировочные, контролирующие, познавательные, развивающие, репродуктивные, творческие, коммуникативные и др.);
- по игровой методике (сюжетные, ролевые, деловые, имитационные и др.);
- по игровой среде (с предметом и без, настольные, комнатные, уличные, компьютерные и др.).

Основные принципы игровых технологий: природо – и культуросообразность; умение моделировать, драматизировать; свобода деятельности; эмоциональная приподнятость; равноправие.

Цели образования игровых технологий обширны:

- дидактические: расширение кругозора, применение ЗУН на практике, развитие определенных умений и навыков;
- воспитательные: воспитание самостоятельности, сотрудничества, общительности, коммуникативности;

- развивающие: развитие качеств и структур личности;
- социальные: приобщение к нормам и ценностям общества, адаптация к условиям среды.

Способность включаться в игру не связана с возрастом, но содержание и особенности методики проведения игр зависят от возраста.

В практической работе педагоги дополнительного образования часто используют готовые, хорошо проработанные игры с прилагаемым учебно-дидактическим материалом. Тематические игры связаны с изучаемым материалом, например, «Моделирование случаев из жизни», «Путешествие во времени», «Математические следопыты», «Математический поезд» [14] и т.п. Особенностью таких занятий является подготовка учащихся к решению жизненно важных проблем и реальных затруднений. Создается имитация реальной жизненной ситуации, в которой ученику необходимо действовать.

Обычно группу разбивают на подгруппы, каждая из которых самостоятельно работает над каким-либо заданием. Затем итоги деятельности подгрупп обсуждаются, оцениваются, определяются наиболее интересные наработки.

Как отмечает Е. А. Дышинский, внеклассная работа по математике должна быть массовой по охвату и познавательной, активной, творческой относительно деятельности учащихся. Это определяет и те требования, которые должны предъявляться к приемам и формам, используемым на внеклассных занятиях.

Таким образом, игры и игровые формы должны включаться не для того, чтобы развлечь учащихся, а, чтобы возбудить у них стремление к преодолению трудностей. Цель введения их состоит в том, чтобы удачно соединить игровые и учебные мотивы и в такой деятельности постепенно сделать переход от игровых мотивов к учебным, познавательным. Для этого нужно так разрабатывать методику игровых занятий, чтобы деятельность учащихся была игровой по форме, то есть «вызывала бы те же эмоции,

переживания, что и игра, и в то же время давала возможность активно приобретать нужные сведения, восполнять пробелы в знаниях, способствовала бы воспитанию познавательных интересов» [14, с. 10].

2.1.3. Организация проектной деятельности учащихся в условиях дополнительного математического образования

Выше было отмечено, что содержание дидактических материалов ДМО для пятиклассников разработано на основе имеющегося на факультете научно-методических исследований и опыта проведения внеурочной деятельности с учащимися (см. п. 2.1 стр. 34). Однако, в используемых в ДМО материалах [13] не нашло отражение ученическое проектирование. В условиях внедрения ФГОС организация проектной деятельности учащихся актуальна. В современных педагогических исследованиях [25, 9 и др] показал наличие значительного объема информации об организации проектной деятельности.

Проектирование является одним из ведущих видов человеческой активности. Его появление в школе связано, прежде всего, с тем, что традиционное обучение не позволяет воспитать и образовать современного человека, так как присущие ему методы и средства не требуют постановки и длительной реализации учеником собственных целей и задач.

В основе метода проектов лежит развитие познавательных, творческих навыков учащихся, умений самостоятельно конструировать свои знания, развитие мышления [35]. Активное включение учащегося в создание проектов позволяет ему самостоятельно осваивать новые способы деятельности, в том числе математической деятельности, способствующей развитию соответствующего вида мышления. Проектная деятельность учеников нарушает естественные установки детей, привычные формы обучения [10]. Принципами метода проектов являются: актуальность

проблемы для исполнителя проекта, самостоятельное подтверждение или опровержение выдвинутых гипотез. Проект представляет собой слияние теории и практики, включает в себе постановку определенной умственной задачи и практическое ее выполнение. Он состоит из совокупности определенных действий, документов, предварительных текстов, замысла для создания реального объекта, предмета, создания разного рода теоретического продукта.

Потребность в проектировании как особой мыслительной процедуре возникает в момент столкновения с проблемой. В обучении вообще и в обучении математике в частности такой проблемой является развитие мышления учащихся. «Осознав в деятельности какую-либо проблему, человек должен в идеальном пространстве найти способы ее разрешения, т. е. привести реальную ситуацию в соответствие с идеальными представлениями. С этой точки зрения проектирование можно определить как идеальное промышление качественных изменений в конкретной ситуации» [26, с. 26].

При проведении занятий ДМО, организованного при лаборатории «Методическое сопровождение обучения математике в общеобразовательной средней школе» в ПГГПУ [7], обнаруживаются пробелы в знаниях учащихся, на основании чего можно выделить следующие проблемы будущих ученических проектов.

Первая проблема. Учащиеся получают ошибочный ответ, возможно из-за то, что не умеют строить математическую модель текста задачи (составление выражений и нахождение его значений).

Например, в игре «Математические барьеры» [13] барьер 3 (см. приложение 1). Береза ниже ели на 4 метра, а ель ниже сосны на 4 метра. Высота ели 16 метров. Найти высоту сосны. При правильном построении модели к задаче дети успешно перейдут к следующему барьеру.

Вторая проблема: находят значение выражения по действиям, не используя распределительного свойства.

Например, также в игре «Математические барьеры» [13] барьер 1 (см. приложение 1). Найти значение выражения: $(54 \cdot 305 - 15 \cdot 305) : 15$. Решение по действиям займет много времени, а если воспользоваться действием вынесения общего множителя за скобки, использовать распределительное свойство, то за кратчайшее время получим верный ответ 793.

На основании этих проблем был разработан устный счет (см. приложение), который содержал в себе 16 примеров, на решение которых было 7 минут. Нашей целью было выявить уровень сформированности дедуктивных рассуждений учащихся.

Для успешных результатов и выбора более рационального способа решения, ученики должны были заметить наличие распределительного свойства, знать правила умножения на 9, 99, 101, 11.

33,3 % учащихся успешно справились, более того им на выполнение работы достаточно было 5 минут. Остальные 66,7 % не справились с устным счетом в установленное для них время, причиной этого послужило вычисления столбиком на черновике, что заняло много времени.

Таким образом, каждый учащийся поставил перед собой проблему. А когда перед нами возникает проблема, есть возможность реализации проектной деятельности. Следовательно, детям предстояло выполнить свой мини-проект в рамках работы в ДМО. Для тех, кто успешно справился с заданием, также следовало выполнить проект по предложенной тематике (см. приложение).

Проектная деятельность является альтернативной традиционному подходу к образованию, основанному главным образом на усвоении готовых знаний и их воспроизведении. Применение проектной методики способствует повышению мыслительной активности и приобретению навыков логического мышления по проблемам, связанным с реальной жизнью. Проектная деятельность, как современная педагогическая

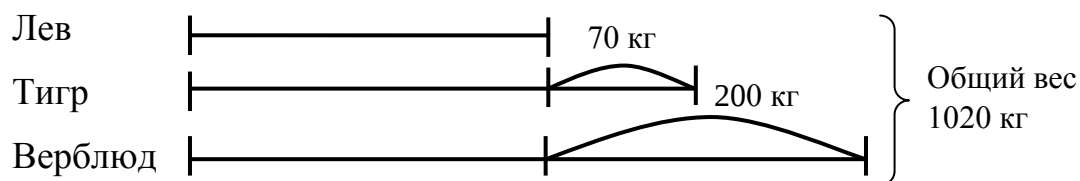
технология, обеспечивает успешное формирование и усвоение всех компонентов математического мышления.

2.2. Опыт развития мышления школьников в условиях дополнительного математического образования

В течение двух лет удалось понаблюдать за развитием мышления учащихся 5-6-х классов при проведении занятий дополнительного математического образования (ДМО), организованного при лаборатории кафедры теории и методики обучения математике ПГГПУ [7].

Рассмотрим, с помощью каких задач может осуществляться развитие математического мышления и какие компоненты математического стиля формируются.

Задача 1 [12]



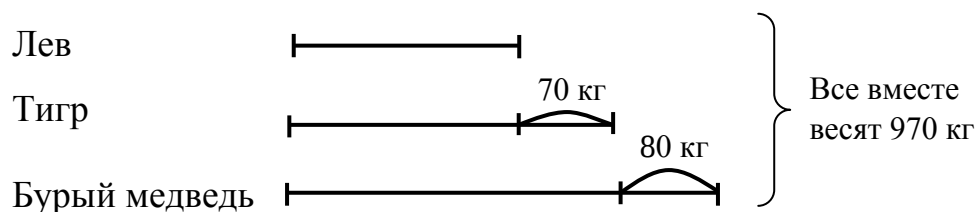
Запишите формулировку этой задачи.

Решение. Общий вес льва, тигра и верблюда составляет 1020 кг. Тигр тяжелее льва на 70 кг, а верблюд – на 200 кг. Найдите массу верблюда.

- 1) $1020 - (70 + 200) = 750$ (кг) – весят вместе три льва;
- 2) $750 : 3 = 250$ (кг) – масса льва;
- 3) $250 + 200 = 450$ (кг) – масса верблюда.

Ответ: 450 кг масса верблюда.

Задача 2 [12]



Определите массу тигра.

Решение. 1) $970 - (80 + 70 + 70) = 750$ (кг) – весят три льва;

2) $750 : 3 = 250$ (кг) – весит один лев;

3) $250 + 70 = 320$ (кг) – весит тигр.

Ответ: 320 кг масса тигра.

Вторую задачу учащиеся решают по аналогии с первой, что приводит к ошибочному ответу. Это говорит об отсутствии гибкости мышления, критичности. Учащимся предлагается выполнить проверку, в результате чего они приходят к выводу, что сделали неверные поспешные выводы. Самостоятельно выявляют ошибку. Таким образом, у школьников воспитывается критичность мышления.

Задача 3 [12]

Яблоко и груша весят вместе 300 г. Яблоко на 50 г тяжелее груши. Определить массу яблока (рис. 10).



Рис. 10

Первый способ решения. Мы имеем яблоко и грушу общим весом 300 г. Если положить яблоко на левую чашу весов, а грушу на правую, то яблоко перетянет, и равновесие будет нарушено. Сколько же груза на весах? Чтобы установить равновесие, нужно поставить гирю в 50 г. Сколько тогда груза будет на весах? Сколько граммов груза будет на каждой чаше? Это и будет массой яблока.

Второй способ решения задачи. Как можно еще поступить, чтобы установить равновесие весов? Можно отрезать от яблока 50 г. Сколько граммов фруктов будет на весах? А на каждой чаше? Следовательно, масса груши 125 г. Определим массу яблока.

Ответ: 175 граммов масса яблока.

Ошибочное решение учащихся: $300 : 2 + 50 = 200$. Учащиеся дают разные ответы. При выполнении проверки, начиная с неправильных ответов воспитывается самокритичность мышления.

Задача 4 [12]

Яблоко и груша весят вместе 250 г. Определить массу яблока (рис. 11).



Рис. 11

Ответ: 140 граммов масса яблока.

Ошибочное решение: некоторые учащиеся не внимательно читают условие задачи и приходят к выводу, что груша тяжелее яблока на 30 г.

Задача 5 [12]

Яблоки и груши весят вместе 780 г. Определить массу груши (рис. 12).

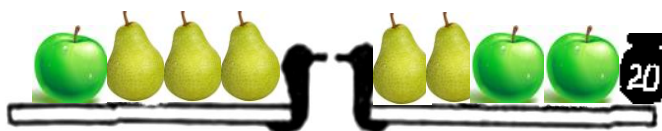


Рис. 12

Ответ: 105 граммов весит груша.

Ошибочное решение будет, если учащиеся сделают вывод, что всего на весах 780 граммов вместе с гирей.

Задача 5 [12]

Большие и маленькие яблоки весят вместе 700 г. Определить массу большого яблока (рис. 13).



Рис. 13

Ответ: масса большого яблока – 150 граммов.

Ошибочное решение возникает у учащихся, если за 700 грамм учитывать массу одной из чаш весов.

При решении задач, похожих по форме, но с различным решением (задача 1, задача 2) у учащихся формируется гибкость мышления, воспитывается критичность и самокритичность мышления. Такие же по форме, но имеющие разные способы решения задачи 3 и 4.

В решении задачи 5 учащиеся вынуждены проявить смекалку, широту мышления для нахождения способа решения (снять по яблоку и по 2 груши с каждой чаши). Некоторые учащиеся могут составить уравнение при решении этой задачи.

Таким образом, ценность дополнительного образования школьников состоит в том, что оно усиливает вариативную составляющую общего образования, способствует практическому приложению знаний и навыков, полученных в школе, стимулирует познавательную мотивацию обучающихся. А главное — в условиях дополнительного образования дети могут развивать свой творческий потенциал. В этом помогают различные педагогические технологии, которые применяются в современном образовании. В силу того, что на уроках математики нужно изучать материал, строго следуя тематическому планированию, времени на качественное развитие математического мышления почти не остается. Поэтому на помощь к нам приходит дополнительное математическое образование, в рамках которого с помощью различных технологий можно и воспитать, и развивать качества мышления, образующих математический стиль.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В начале работы были представлены цель и основные задачи исследования, которые нашли свою реализацию в данной работе.

Проведенное исследование поставленных целей и задач достигло. Нами было рассмотрено современное состояние изучения этой проблемы; проанализирована методическая литература по данной теме, изучена сущность математического мышления; был выполнен подбор и анализ задач на смекалку из учебников математики для учащихся 5–6-х классов, описана функция каждой задачи; показана роль современных подходов к обучению в условиях дополнительного математического образования. В ходе исследования была проведена апробация на учащихся 5-го класса дополнительного математического образования (ДМО), организованного при лаборатории кафедры теории и методики обучения математике ПГГПУ [7], по результатам которой были обнаружены пробелы в знаниях учащихся. Учащиеся не видят наиболее рационального способа решения задач. Следовательно, в школе на уроках математики уделяется недостаточно времени на овладение вычислительными навыками. Для этого и существует внеучебная работа, в рамках которой особое внимание уделяется развитию математического мышления.

Промежуточные результаты исследования ежегодно представлялись в виде докладов на осенней и весенней научных сессиях. Дважды публиковались тезисы в сборнике «Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах» [16], [17].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абрамова О.М. Обращение задач как средство развития гибкости мышления учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике: автореф. канд. пед. наук / О.М. Абрамова. – Саранск: Изд-во Мордовского гос. пед. ун-та, 2013. – 21 с.
2. Бабаева В.А. Современные педагогические технологии в сфере дополнительного образования детей / В.А. Бабаев // Педагогические технологии в системе дополнительного образования 1 часть [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://dirigerhora.ucoz.ru/publ/metodicheskaja_kopilka/ped_tekhnologii_v_sisteme_dop_obrazovanija_1chast/5-1-0-14. (дата обращения: 15.03.2016).
3. Богоявлянский Д.Н. Психология усвоения знаний в школе / Д.Н. Богоявленский, Н.А. Менчинская // Хрестоматия по возрастной и педагогической психологии: работы советских психологов периода 1946-1980 годов / ред. И.И. Ильясов, В.Я. Ляудис. – М.: Изд-во МГУ, 1981.
4. Брушлинский А.В. Психология мышления и кибернетика. М.: Мысль, 1970.
5. Васильева Г.Н. Значение трудов Е.А. Дышинского в проведении занятий по проекту «Моя любимая математика» // Научно-методическое наследие Евгения Александровича Дышинского в практике работы учителей математики Пермского края: материалы семинара преподавателей математического факультета ПГГПУ и учителей математики Пермского края (г. Пермь) / отв. ред. Г.Н. Васильева. – Пермь : Изд-во ПГГПУ, 2012. – С. 28.
6. Васильева Г.Н. Методические аспекты деятельностного подхода при обучении математике в средней школе: практико-ориентированная монография / Г.Н. Васильева; Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2009.

7. Васильева Г.Н. О профессионализирующей деятельности студентов во внеаудиторной работе // Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «65 Герценовские чтения» / Под ред. В.В. Орлова. – СПб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2012. – С. 277-279.

8. Васильева Г.Н. Современные технологии обучения математике. Часть 1: учебное пособие/ Васильева Г.Н., Пестерева В.Л.— Электрон. текстовые данные.— Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2013.— 114 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/32091>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

9. Воронцов А.Б. Формула собственного маршрута: Проектная деятельность как путь к взрослению / А.Б. Воронцов // Первое сентября, 2001г. – 03 нояб(78). – с.3.

10. Вохменцева Е.А. Проектная деятельность учащихся как средство формирования ключевых компетентностей [Текст] // Актуальные задачи педагогики: материалы междунар. науч. конф. (г. Чита, декабрь 2011 г.). — Чита: Молодой ученый, 2011. — С. 58–65.

11. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. – М.: ООО «Издательство «Вербум-М», ООО «Издательский центр «Академия», 2003.

12. Дидактические материалы дополнительного математического образования для пятиклассников : электрон. сб. Ч. 1 / сост. и отв. ред. Г.Н. Васильева; Перм.гос.гум.-пед. ун-т. - Пермь, 2013. - 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM).

13. Дидактические материалы дополнительного математического образования для пятиклассников : электрон. сб. Ч. 3 / сост. и отв. ред. Г.Н. Васильева; Перм.гос.гум.-пед. ун-т. - Пермь, 2014. - 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM).

14. Дышинский Е.А. Игротека математического кружка. Пособие для учителя. М., «Просвещение», 1972. – 144 с.

15. Загвязинский В. И. Теория обучения: Современная интерпретация: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. — М.: Издательский центр «Академия», 2001. — 192 с.

16. Кириллова Н.Г. Задачи на смекалку в обучении младших школьников как средство формирования математического стиля мышления // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. межрегион. науч.- практ. конф. студентов матем. фак-тов/ отв. ред. Ю.В. Корзнякова. – Пермь : Изд-во ПГГПУ, 2015. – Вып. 8. – 95 с.

17. Кириллова Н.Г. Проектирование развития математического мышления учащихся 5 – 6-х классов во внеучебной работе // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. межрегион. науч.-практик. конф. студентов матем. фак-тов / отв. ред. Ю.В. Корзнякова. – Пермь : Изд-во ПГГПУ, 2016. – Вып. 9. – 74 с.

18. Кларин М.В. Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках. – М.: Арена, 1994. –222 с.

19. Кларин М.В. Педагогическая технология в учебном процессе. М.: Знание, 1989. – 80 с.

20. Кордемский. Б. А. Математическая смекалка / Б. А. Кордемский, –М.: Издательский дом ОНИКС: Альянс-В, 2000.

21. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / под ред. Н.И. Чуприковой. – М. – Воронеж: Изд-во «Институт практической психологии»; Изд-во НПО «МОДЭК», 1998. – 416 с.

22. Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков и др. – 31-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. – 280 с.

23. Математика. 6 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков и др. – 30-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. – 288 с.

24. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: учеб. пособие // Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Н.И. Мерлина и др.; под ред. Ю.М. Колягина. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2009.

25. Организация внеклассной работы по математике в современной школе : учебное пособие / В.Л. Пестерева, Г.Н. Васильева и др. – Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2010. – 205 с.

26. Пототня Е.М. Проектирование как основа преподавательской деятельности / Е.М. Пототня // Организация проектной деятельности в основной школе: сб. науч.-метод. тр. / под ред. В.Л. Пестеревой; Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2006. – С. 25–30.

27. Психологические особенности творческого мышления [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : http://studopedia.ru/3_21956_lektsiya.html/ (дата обращения: 10 апреля 2015 г).

28. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб.: Питер, 2009. – 719 с.: ил. – (Серия «Мастера психологии»).

29. Степанова Е.И. Умственное развитие и обучаемость взрослых. Л.: ЛГПИ им. Герцена, 1981.

30. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология: учеб. для студентов учеб. заведений сред. проф. образования / Н. Ф. Талызина. – М.: Академия, 2003. – 288 с.

31. Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения. М.: Педагогика, 1990.

32. Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования / М-во образования и науки Рос. Федерации. – М: Просвещение, 2011. – 48с.

33. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. – М.: Просвещение, 1983.

34. Холодная М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования / М.А. Холодная. – Томск – М. : Изд-во Томского ун-та; Барс, 1997. – 392 с.

35. Чечель И. Метод проектов, или Попытка избавить учителя от обязанностей всезнающего оракула // Директор школы, 1998. – №3. – С. 11 – 16.

36. Якимаская И.С. Требования к учебным программам, ориентированным на личностное развитие школьников // Вопросы психологии. – 1994. – № 2. – С. 64 – 77.

Фрагменты игры «Математические барьеры»



Рис. 1. Барьер 3



Рис. 2. Барьер 1

Тематика ученических проектов

1. Составить числовое выражение по тексту задания (рис. 1, прил.1).
2. Построение математической модели.
3. Быстрый счет – легко и просто!
4. Быстрый счет без калькулятора.
5. В мире времени (сборник творческих задач).
6. В поисках оптимальных решений.
7. Занимательная математика.

Устный счет

ФИ _____

- 1) $4 \cdot 125 =$
- 2) $200 : 40 =$
- 3) $1000 - 223 =$
- 4) $2400 : 80 =$
- 5) $2 \cdot 27 \cdot 50 =$
- 6) $(86 + 36) + 14 =$
- 7) $158 - (58 + 78) =$
- 8) $4 \cdot 147 \cdot 25 =$
- 9) $879 - (48 + 79) =$
- 10) $4 \cdot 7 \cdot 25 =$
- 11) $40 \cdot 47 \cdot 25 =$
- 12) $45 \cdot 1 + 0 : 4 =$
- 13) $75 \cdot 99 =$
- 14) $45 \cdot 9 =$
- 15) $56 \cdot 101 =$
- 16) $633 \cdot 11 =$